DOCUMENT RESUME

ED 234 986 SE 043 144

AUTHOR Bauersfeld, Heinrich; And Others
TITLE Lernen und Lehren von Mathematik-Analysen zum Unterrichtshandeln II - Band 6, IDM-Reihe, Untersuchungen zum Mathematikunterricht. (Learning and Teaching of Mathematics - Analysis of Instructional Actions II - Volume 6, IDM Series, Inquiries into Mathematics Instruction.)
INSTITUTION Bielefeld Univ. (West Germany). Inst. for Didactics in Mathematics.
REPORT NO ISBN-3-7614-0729-7
PUB DATE 83
NOTE 295p.; A brief English summary of each paper is included on pages IX and X. For related document, see SE 043 143.
AVAILABLE FROM Aulis Verlag Deubner & Co. KG, Cologne, West Germany.
PUB TYPE Reports - Research/Technical (143) -- Viewpoints (120) -- Collected Works - General (020)
LANGUAGE German

EDRS PRICE MF01 Plus Postage. PC Not Available from EDRS.
DESCRIPTORS Algebra; Calculus; Communication Skills; Educational Research; Elementary Secondary Education; Language Processing; *Learning Problems; *Learning Theories; *Mathematics Education; *Mathematics Instruction; Mathematics Teachers; Problem Solving; Speech Communication; Student Teacher Relationship; *Teaching Methods; *Verbal Communication
IDENTIFIERS *Mathematics Education Research; West Germany

ABSTRACT

This set of five papers, written in German with abstracts in English, was collected by the Institut fuer Didaktit der Mathematik (Institute for the Teaching of Mathematics) at the University of Bielefeld in West Germany. In the first paper, Bauersfeld considers domains of subjective experiences as the best issue for an interactive theory of mathematics learning and teaching, using transcripts and interpretations of classroom discourse. Krummheuer, in the second paper, deals with communication problems between teacher and pupils, using instances from beginning algebra. Lorenz discusses learning problems in primary mathematics education in the third paper, describing work with underachieving students. In the fourth paper, Voigt uses transcripts of several lessons introducing probability calculus to make a microethnographic study of typical problem-solving processes with mathematical tasks. Bussman, in the final paper, attempts to show that current paradigms in mathematics education literature thematize both teaching-learning processes and educational processes, but neglect mathematical abilities. (MNS)

****
* Reproductions supplied by EDRS are the best that can be made *
* from the original document. *
****

ED234986

U.S. DEPARTMENT OF EDUCATION
NATIONAL INSTITUTE OF EDUCATION
EDUCATIONAL RESOURCES INFORMATION CENTER (ERIC)

✓ This document has been reproduced as received from the person or organization originating it.

☐ Minor changes have been made to improve reproduction quality.

• Points of view or opinions stated in this document do not necessarily represent official NIE position or policy.

"PERMISSION TO REPRODUCE THIS MATERIAL IN MICROFICHE ONLY HAS BEEN GRANTED BY

Heinrich Bauersfeld

TO THE EDUCATIONAL RESOURCES INFORMATION CENTER (ERIC)."

SE043144

IDM-Band 6
Lernen und Lehren von Mathematik

IDM-Reihe

Untersuchungen zum Mathematikunterricht

herausgegeben
vom Institut für Didaktik der Mathematik
der Universität Bielefeld

Das IDM ist ein überregionales Zentralinstitut für Forschung, Entwicklung und Koordination im Bereich des mathematischen Unterrichts. Es widmet sich bei interdisziplinärer und kooperativer Arbeitsweise schwerpunktmäßig

— der Forschung und Entwicklung im Bereich des mathematischen Curriculums
— der fachdidaktischen Grundlagenforschung
— der fachbezogenen Unterrichtsforschung
— der Lehrerbildung durch konzeptionelle Arbeit und Materialentwicklung.

Im Rahmen seiner nationalen und internationalen Kooperations- und Koordinationsstrukturen führt das IDM Konferenzen und Arbeitstagungen durch und nimmt vielfältige Beratungstätigkeiten wahr. Am IDM wird eine internationale Bibliothek und eine Sammlung von Dokumenten und Materialien zur Mathematikdidaktik aufgebaut.

Vom IDM werden folgende Reihen herausgegeben:

— Untersuchungen zum Mathematikunterricht
(Aulis Verlag Deubner & Co. KG, Köln)
— Materialien und Studien (erhältlich beim IDM)
— Schriftenreihe des IDM / Dokumentation
(erhältlich beim IDM)
— Occasional Papers (erhältlich bei den Autoren)

Band 6

Lernen und Lehren von Mathematik

Analysen zum Unterrichtshandeln II

Autoren:
Heinrich Bauersfeld
Hans Bussmann
Götz Krummheuer
Jens Holger Lorenz
Jörg Voigt

AULIS VERLAG DEUBNER & CO KG · KÖLN

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Analysen zum Unterrichtshandeln / Autoren:
Heinrich Bauersfeld ... — Köln : Aulis-Verlag
Deubner
2. → Lernen und Lehren von Mathematik
NE: Bauersfeld, Heinrich [Mitverf.]

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Lernen und Lehren von Mathematik / Autoren:
Heinrich Bauersfeld ... — Köln : Aulis-Verlag
Deubner, 1983
(Analysen zum Unterrichtshandeln ; 2)
(IDM-Reihe ; Bd. 6)
ISBN 3-7614-0729-7
NE: Bauersfeld, Heinrich [Mitverf.]; Institut
für Didaktik der Mathematik <Bielefeld>: IDM-Reihe

Best.-Nr. 5606
© AULIS VERLAG DEUBNER & CO KG, Köln, 1983
Umschlaggestaltung: Lothar Schubert, 4806 Werther
Druck und Bindung: MVR DRUCK KÖLN GMBH
ISBN 3-7614-0729-7

Inhalt Seite

Zusammenfassungen VIII

Summaries IX

Heinrich Bauersfeld

SUBJEKTIVE ERFAHRUNGSBEREICHE ALS GRUNDLAGE EINER INTERAKTIONS-THEORIE DES MATHEMATIKLERNENS UND -LEHRENS

1. Wie sich das Problem im schulischen Alltag zeigt 1

1.1 Vorläufige Beschreibung 1
1.2 Drei Fallgeschichten von HERBERT GINSBURG 3
1.3 ... und drei Interpretationsversuche dazu 4

2. Wie sich das Problem in der Literatur spiegelt 11

2.1 Kurzer Oberblick 11
2.2 Der Ansatz von THOMAS B. SEILER 13
2.3 Die Längsschnittstudie von R.B. LAWLER 15
.1 Beispiele für Mikrowelten 16
.2 Innerer Aufbau und Entwicklung einer Mikrowelt 17
.3 Zum Zusammenhang der frühen Mikrowelten 18
.4 Zur Entstehung neuer Mikrowelten 21
.5 Typen von Mikrowelten und Zusammenfassung 23

3. Wie ein erweitertes Modell aussehen kann 27

3.1 Auf dem Wege zu einer Interaktionstheorie mathematischen Lernens und Lehrens 27
3.2 Imagination vor Imitation - zur Soziologie 28
3.3 Funktion der Sprache - zum Symbolischen Interaktionismus 31
3.4 Veranschaulichung als methodisches Prinzip - zur Erkenntnistheorie 34
3.5 SEB und Rahmung - zur Kommunikationstheorie 38
3.6 Funktion des Ich - zur Identitätstheorie 41
3.7 Regression - zur Psychoanalyse 43
3.8 Individuelle Unterschiede - zur Intelligenztheorie 44
3.9 Lern-Transfer - zur Lehr-Lern-Forschung 46
3.10 Metatheoretische Oberlegungen - zur Wissenschaftstheorie 48

4. Folgen für die Unterrichtsmethode 52

Götz Krummheuer

DAS ARBEITSINTERIM IM MATHEMATIKUNTERRICHT

1. Orientierungen 57

2. Einwände 59

3. Vorinformationen 61

4. Eine Geschichte 63

5. Theorien 64

6. Das Arbeitsinterim 74

6.1 Eine interaktionistische Charakterisierung des Arbeitsinterims: "pseudo-concord" 75
6.2 Das Arbeitsinterim als Ausdruck institutionalisierter Lehr-Lern-situationen im Mathematikunterricht 77
6.3 Einige Bemerkungen zur Genese von Primärrahmen 80

7. Zwei Unterrichtsbeispiele 84

7.1 Peanuts 84
7.2 Das Auflösen von Klammern 85

8. Eine Geschichte 94

9. Anmerkungen 104

Jens Holger Lorenz

RECHENSCHWÄCHE - IHRE SYMPTOMATIK ANHAND VON FALLBEISPIELEN

1. Einleitung 107

2. Beschreibung des Projekts 107

3. Fallbeispiele 113

Marc 113
Gert 121
Silvia 138
Bernd 148
Manfred 160

4. Bemerkungen 171

Jörg Voigt

DIE HEIMLICHE ORGANISATION VON AUFGABELÖSUNGSPROZESSEN IM MATHEMATIKUNTERRICHT EINER ACHTEN KLASSE

0. Einleitung 172

1. Eine Episode aus dem Mathematikunterricht 175

1.1 Zur Vorgeschichte 175
1.2 Episode 176
1.3 Interpretation 177

2. ALA, ein Interaktionsmuster im fragend-entwickelnden Mathematikunterricht 181

3. Ein Modell des Interaktionsmusters 182

3.1 Das Interaktionsmuster als Analyseeinheit 182
3.2 Zugzwänge und Spontaneität 188
3.3 Erfahrungsmuster und working consensus 193
3.4 Die inhaltliche Strukturierung im Vollzug des Interaktionsmusters 198
3.5 Das Interaktionsmuster unter institutionellen Bedingungen 202

4. Routinen im Mathematikunterricht 205

4.1 Die routinehafte Hervorbringung des Interaktionsmusters 205
4.2 Weitere Szenen aus dem Mathematikunterricht 208
4.3 Die Genese von Routinen 217

5. Potentielle Folgen des Interaktionsmusters ALA 218

6. Allgemeine Folgerungen für eine Lehrerfortbildung 222

Hans Bussmann

VOM MENSCHENBILD IN DER GEGENWÄRTIGEN MATHEMATIKDIDAKTIK oder
OBER DIE BEDINGUNGEN MATHEMATISCHER FÄHIGKEITSPROZESSE

0. Frage nach dem Horizont 223

1. Ein Menschenbild als Horizont 225

2. Reflexive Analyse als mathematikdidaktischer Ansatzpunkt 229

3. Bedingungen der Ermöglichung reflexiver Analyse im Mathematikunterricht 230

4. Der Diskurs als Ermöglichung mathematischer Fähigkeiten 233

5. Weiterer Oberblick und Folgerungen 258

5.1 Der Primat eines Menschenbildes 258
5.2 Paradigmen konstruierenden Lebens 260
5.3 Bedingungen der Ermöglichung konstruierenden Lebens 262
5.4 Methodik als Bedingung der Bewußtseinsentfaltung 263

6. Ausblick 265

7. Anmerkungen 268

Transkriptionserläuterungen 273

Literatur (für alle vorstehenden Arbeiten gesammelt) 274

ZUSAMMENFASSUNGEN

Heinrich Bauersfeld: SUBJEKTIVE ERFAHRUNGSBEREICHE ALS GRUNDLAGE EINER INTERAKTIONSTHEORIE DES MATHEMATIKLERNENS UND -LEHRENS

An Transkripten und Interpretationen zu konkreten mathematischen Lehr-Lern-Situationen im Grund- und Vorschulalter wird ein Modell zum Verstehen von Lernprozessen diskutiert, das von der prinzipiellen Gliederung der subjektiven Erfahrung in getrennte Bereiche entsprechend ihrer situativen Genese ausgeht und das Ergebnisse verschiedener Wissenschaftsdisziplinen integriert. Begriffe wie Lernen, Veranschaulichung, Transfer und Abstraktion erfahren eine neue Interpretation, aus der sich Hinweise zur Unterrichtsgestaltung sowie zum helfenden Umgang mit bestimmten mathematischen Lernschwierigkeiten ableiten lassen.

Götz Krummheuer: DAS ARBEITSINTERIM IM MATHEMATIKUNTERRICHT

Der Aufsatz befaßt sich mit Verständigungsproblemen zwischen Lehrer und Schülern im Mathematikunterricht. Aufgrund der für schulische Lehr-Lern-Prozesse grundlegend unterschiedlichen mathematischen Wissensbestände bei Lehrer und Schülern und der damit qualitativ verschiedenartigen Rahmungen konkreter mathematischer Handlungen sind derartige Verständigungsprobleme im besonderen Maße problematisch: Man tut offenbar das gleiche, ohne dabei notwendig dasselbe zu denken. Dennoch entwickelt sich auf dieser Grundlage eine Kommunikation im Sinne eines "Arbeitsinterims". An dem Unterrichtsgegenstand "Termumformungen" wird sowohl theoretisch als auch am umfangreichen Material eines beobachteten Mathematikunterrichts dargestellt, welche kommunikativen Bedingungen ein Arbeitsinterim begünstigen und welche Bedingungen es gefährden.

Jens Holger Lorenz: RECHENSCHWÄCHE - IHRE SYMPTOMATIK ANHAND VON FALLBEISPIELEN

Lernstörungen im Mathematikunterricht der Grundschule und Orientierungsstufe sind aus zweierlei Gründen untersuchenswert. Zum einen stellen sich Rechenschwächen hier noch am "reinsten" dar, unvermengt mit Sekundäreffekten wie etwa Schulverdrossenheit und sozialer Isoliertheit, zum anderen ist die Hoffnung, mit remedialen Interventionsstrategien erfolgreich zu sein, noch am größten. Aus einem Projekt mit rechenschwachen Kindern werden einige Fälle dargestellt, die zum einen die Bandbreite der Symptomatik und ihre Verursachungsfaktoren erhellen, zum anderen aber auch die Probleme im Prozeß des Diagnostizierens und Therapierens verdeutlichen sollen.

Jörg Voigt: DIE HEIMLICHE ORGANISATION VON AUFGABELÖSUNGSPROZESSEN IM MATHEMATIKUNTERRICHT EINER ACHTEN KLASSE

Im Mathematikunterricht einer achten Klasse wurden mehrere Stunden der Einführung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf Videoband dokumentiert. An Transkriptausschnitten werden typische Lösungsprozesse von mathematischen Aufgaben im offiziellen Unterrichtsgespräch mikroethnographisch untersucht und theoretische Beschreibungsmittel für ihre Regelhaftigkeit unter Rekurs auf verschiedene sozialwissenschaftliche Theorieansätze entwickelt. Die dargestellten Konzepte des "Interaktionsmusters" und der "Routine" gestatten, die Bedeutung der den Schülern und dem Lehrer nicht bewußten Regelmäßigkeiten für das Funktionieren des Unterrichts in dieser Klasse zu ermitteln. Unter der Annahme, daß die in diesem Mathematikunterricht erworbenen Wissensinhalte und die Prozeduren des Umgangs mit ihnen in gewisser Weise die Regelhaftigkeiten der unterrichtlichen Interaktion widerspiegeln, werden unbeabsichtigte und nicht wünschenswerte Folgen für das Lernverhalten der Schüler deutlich.

Hans Bussmann: VOM MENSCHENBILD IN DER GEGENWÄRTIGEN MATHEMATIKDIDAKTIK oder ÜBER DIE BEDINGUNGEN MATHEMATISCHER FÄHIGKEITSPROZESSE

Von einem Menschenbild ausgehend versucht die Arbeit zu zeigen, daß die gängigen Paradigmen in der mathematikdidaktischen Literatur, welche Lehr-Lern-Prozesse ebenso wie Bildungsprozesse thematisieren, konstitutive menschliche Fähigkeiten ausblenden. Am Beispiel des Dialogs als einer Bedingung der Ermöglichung mathematischer Fähigkeitsprozesse wird dargestellt, daß die Außerachtlassung z.B. dieser Bedingungen es dem Schüler nicht möglich macht, *seine* Hinsicht von Welt, *seine* vorbewußt fungierende mathematische Fähigkeit überhaupt erst einmal sich bewußt zu machen und zur Disposition zu stellen. Reflexive Konstruktionsprozesse als die genetische Struktur mathematischer Urteile werden erst gar nicht initiiert. Ferner stellt die Arbeit die Frage nach solchen Paradigmen, welche konstruierendes Leben zur Entfaltung bringen. Auch hier kann verdeutlicht werden, daß das gängigste Paradigma in der mathematikdidaktischen Literatur das "Oberstülp-Paradigma" darstellt. Die Arbeit beschreibt dann weitere gängige Paradigmen und deren Alternativen und kommt zu dem Resultat, daß die europäischen Forscher aufgrund ihrer eigenen Geistesgeschichte am ehesten die Kraft in die Einsicht besäßen, den Wandel des subjektiven Erkenntnishorizontes als dialektisches Verhältnis von Konstruiertem und Konstruierendem in seiner Historizität zu betrachten, und von daher die Forschung nicht nur mit der argumentatio ad rem, sondern auch mit der argumentatio ex homine weiterzutreiben.

SUMMARIES

Heinrich Bauersfeld: DOMAINS OF SUBJECTIVE EXPERIENCES AS THE BASIC ISSUE FOR AN INTERACTIVE THEORY OF MATHEMATICS LEARNING AND TEACHING

Transcriptions and interpretations related to regular processes of mathematical learning and teaching are used as a basis for the discussion of a theoretical model for the understanding of mathematical learning. The model builds upon the particularity of experiences and their storage in disparate domains of knowledge, thus integrating the outcomes from several disciplines. The concept of learning, embodiment, transfer, and abstraction undergo new interpretations which lead to some orientation for classroom organisation and for the remedial work on certain difficulties with mathematical learning.

Götz Krummheuer: THE WORKING INTERIM IN MATHEMATICS EDUCATION

This article deals with communication problems between teacher and pupils in mathematics education. Such processes of communication seem to be highly problematical, because teachers' and pupils' bodies of mathematical knowledge are fundamentally different and involve qualitatively different framings of the concrete mathematical actions: They do the same but they do not think the same about it. Yet there is still communication in this setting in the sense of a "working interim". In reference to the learning topic "beginning algebra" (term-transformations) it is shown which conditions of communication are favorable for and which conditions endanger the establishment of a working interim.

Jens Holger Lorenz: LEARNING DIFFICULTIES

Learning difficulties in primary mathematics education are worth being studied for two reasons: On the one hand they are still "pure" in the sense that there is not yet a contamination with secondary effects like social isolation and lack of motivation. On the other hand remedial strategies still offer most hope for sucess. The article describes the work in a project with underachieving students in mathematics and tries to elucidate the range of mathematical difficulties and the factors of its causation as well as the problems occuring in the diagnostic and prescriptive processes.

Jörg Voigt: THE TACIT ORGANISATION OF PROBLEM-SOLVING PROCESSES IN THE MATHEMATICS INSTRUCTION OF AN EIGHTH FORM

In mathematics instruction of an eighth form, several lessons concerned with introducing probability calculus were documented on video tape. Excerpts of the transcription are used to make a microethnographic study of typical processes of solving mathematical tasks within the formal instruction dialogue, and theoretical means for describing their regularities are developed on the basis of various theoretical approaches of the social sciences. The concepts of "interaction pattern" and "routine" presented show how important these regularities, although not consciously perceived by students and teacher, are for the functioning of instruction in the class concerned. The assumption that the knowledge acquired in this mathematics instruction and the procedures of handling them in some way reflect the regularities of classroom interaction, serves to point out unintended and undesirable effects on the students' learning behaviour.

Hans Bussmann: ON THE VIEW OF MAN IN PRESENT MATHEMATICS EDUCATION or ON THE CONDITIONS OF PROCESSES DEVELOPING MATHEMATICAL ABILITIES

On the basis of a particular view of man, the study attempts to show that the current paradigmas in the literature on mathematics education thematising both teaching-learning processes and educational processes neglect constitutive human abilities. The example of dialogue as one of the conditions permitting processes of developing mathematical abilities is used to show that disregarding this condition will prevent the student from becoming aware of his preconsciously functioning mathematical ability and from questioning the latter. Reflexive processes of construction as the genetic structure of mathematical judgements are not even initiated. Besides, the study inquires after paradigms which will make constructive abilities come alive. This inquiry also serves to show that the most current paradigm in the literature on mathematics education is the so-called "clapping-on paradigm". The study goes on to describe other current paradigms and the alternatives to them, coming to the conclusion that European researchers, on the basis of their own intellectual history, are most apt to achieve the insight that the change of the subjective horizon of knowledge must be seen as a dialectical relationship between the things constructed and the constructor in its historicity, and to use this insight to advance research not only with the argumentatio ad rem, but also with the argumentatio ex homine.

SUBJEKTIVE ERFAHRUNGSBEREICHE ALS GRUNDLAGE EINER INTERAKTIONSTHEORIE DES MATHEMATIKLERNENS UND -LEHRENS

Heinrich Bauersfeld

"Begriffliche Strukturen und Systeme implizieren nie eine unbeschränkte Generalität ... Jedes individuelle kognitive System ist seinem Wesen nach beschränkt auf die Situationen, in denen es erarbeitet wurde."

THOMAS BERNHARD SEILER (1973, S.266)

1. Wie sich das Problem im schulischen Alltag zeigt

1.1 Vorläufige Beschreibung

Schüler handeln im Mathematikunterricht oft so, als seien ihr verfügbares Wissen, ihre Handlungsmöglichkeiten, ihr Sprachverstehen, ihre Sinnzuschreibungen usw. in getrennte Bereiche gegliedert, zwischen denen es keinen selbstverständlichen Austausch gibt, - gleichsam als wäre alles in Gedächtnisfächer abgelegt, die gezielt aufgezogen werden müßten: Ein Begriff ist nur in bestimmten Formulierungen abrufbar oder nur in einem bestimmten Sachzusammenhang, eine Fertigkeit wird nur bei spezifischen Auslösern verfügbar, scheinbar einfache Zusammenhänge oder Querverbindungen werden nicht hergestellt usw. Wie oft gibt der Lehrer ein Stichwort, eine Denkhilfe oder verweist auf eine geeignete Veranschaulichung: "Sieh doch genauer hin, du brauchst es nur abzulesen!", um den Schüler einen Fehler selbst erkennen und beheben zu lassen, - und der Schüler "sieht" nichts oder äußert sich über (aus der Lehrersicht) abseits liegende Zusammenhänge. Dies zeigt sich offenbar verstärkt bei jüngeren Schülern, bei denen z.B. Fehleranalysen das isolierte Nebeneinanderbestehen auch von widersprüchlichen Denk- und Rechenstrategien für nur geringfügig verschiedene Darstellungsformen derselben Sache aufgedeckt haben (vgl. ERLWANGER 1974, GINSBURG 1977, RADATZ 1980).

Im Fluß des Unterrichts werden diese Ereignisse vom Lehrer leicht als Unaufmerksamkeit, Unkonzentriertheit, Mißverständnis oder schlicht als falsches Denken eingestuft. Man spricht auch von mangelndem Transfer, von schwacher Abstraktionsfähigkeit oder von Fehlstrategien. Je geläufiger dem teilnehmenden Beobachter die skizzierten Ereignisse sind, um so mehr fällt das rarere Gegenstück zu diesen partiellen Blindheiten auf: Die einsichtige Abkürzung eines Denkweges,

das unerwartet rasche Herstellen einer Beziehung, das Aha-Ereignis mit allen Begleiterscheinungen der Begeisterung oder des Betroffenseins, das rückwirkend und schlagartig Bedeutungen verändert und neue Perspektiven der Ausarbeitung öffnet (vgl. FREUDENTHAL 1978). Hierbei werden deutlich Schranken überwunden, Grenzen bisherigen Wahrnehmens, Deutens und Verstehens überschritten.

Von welcher Art sind diese Grenzen? Zu welcher (Erfahrungs-)Bereichen gehören sie? Wie entstehen sie, sind sie unvermeidlich? Wie kann man sich eine Verknüpfung derartiger - subjektiver, weil an die individuelle Erfahrung gebundener - Erfahrungsbereiche vorstellen? Was bedeuten dann Lernen, Wissen, Kontext, Abstraktion und Transfer usw.?

Viele Indizien aus verschiedenen Disziplinen legen ein alternatives Modell der Verarbeitung menschlicher Erfahrung nahe. Es geht aus von einer nicht-hierarchischen, kumulativen Speicherung der Erfahrung beim Indivuduum, und zwar entsprechend der situativen Bindung in deutlich getrennten *"Subjektiven Erfahrungs-Bereichen"* (im weiteren kurz "SEB"). Die SEB'e umfassen stets die Gesamtheit des als subjektiv wichtig Erfahrenen und Verarbeiteten, einschließlich der Gefühle, der Körpererfahrung usw., also nicht nur die kognitive Dimension. Die SEB'e haben Prozeßcharakter und daher eine je eigene Wandlungsgeschichte ihrer Zustände vom Entstehen bis zum möglichen Verfall (Vergessenwerden). Verstehen und Handeln erscheinen möglich allein auf der Basis von SEB'en. Die SEB'e werden konkurrierend aktiviert und ermöglichen mit der Entscheidung (unter gleichzeitiger Unterdrückung der Konkurrenten) die subjektive Wahrnehmung der gegebenen aktuellen Situation. Die fortschreitende Verknüpfung der SEB'e, die sich mit der Entstehung neuer SEB'e verbindet, kennzeichnet die Entwicklung zu "selbstreferentiellen Systemen" (LUHMANN 1982, S.44 f.) beim Individuum und damit zu einer "society of mind" (MINSKY 1975, 1977 und 1980).

Die für jeden SEB spezifischen Elemente - Sinnzuschreibungen, Sprache, Handlungsmöglichkeiten, verfügbare Routinen, Bedeutungen für das Ich usw. - erlauben es, Lernen (nicht nur im schulischen Kontext) als Erwerb neuer SEB zu beschreiben. Damit rücken auch Transfer-Probleme in ein anderes Licht, und gängige Begriffe wie Veranschaulichung im Mathematikunterricht oder Abstrahieren und Konkretisieren lassen sich anders interpretieren, nämlich als Beziehungs- und Verknüpfungsprobleme zwischen verschiedenen SEB'en.

Zunächst sollen im Folgenden an drei Beispielen die für uns wichtigsten Aspekte der Bereichsspezifität unserer Erfahrung und der Deutung unseres Handelns diskutiert werden. In den weiteren Abschnitten sollen diese alternativen Beschreibungsmöglichkeiten dann theoretisch präziser dargestellt und auf einige Folgerungen für die Schule und für die Forschung hin interpretiert werden.

Der Leser sollte sich an jeder Stelle zu vergegenwärtigen suchen, daß hinter dem Vorgetragenen die Absicht der Modellentwicklung zu didaktischen Zwecken steht, d.h. die Orientierung des alltäglichen pragmatischen Lehrerhandelns und eine darauf bezogene erprobende Forschung stehen im Vordergrund. Die dargestellten Gedanken sind selbstverständlich nicht allein an den Fällen entwickelt worden, an denen sie hier dargestellt werden.

1.2 Drei Fallgeschichten von HERBERT GINSBURG[1)]

1.2.1 *"George, 9 Jahre alt und in der 3.Klasse, löste die gegebene Subtraktionsaufgabe so* (nebenstehend). *Er folgte der häufig anzutreffenden Subtraktionsregel, die kleinere Zahl von der größeren abzuziehen* (unabhängig vom Ort im Schema). *Der Interviewer bat ihn dann, die Aufgabe mit Hilfe von Hefthlammern zu lösen. Der Interviewer erwartete, George würde mit vierzehn Klammern anfangen, fünf wegnehmen und dann sehen, daß neun übrig bleiben. George aber zählte fünf Klammern ab, nahm vier davon wieder weg und behielt eine Klammer übrig. Dann nahm er eine weitere Klammer in die Hand. Auf diese Weise bestätigte er seine Lösung 14 - 5 = 11."* (GINSBURG 1977, S.114/115)

```
 14
- 5
 11
```

1.2.2 *"Als Achtjährige konnte Alexandria keine halbschriftlichen Divisionsaufgaben lösen, wie etwa 8 : 4 = ?, als Antwort vermutete sie 1 oder 0. Der Interviewer gab ihr eine vergleichbare Textaufgabe: 'Nimm an, du hast acht Dollar, und du hast vier Kinder, und du willst das Geld gleichmäßig an sie verteilen. Wieviel gibst du jedem Kind?' Alexandria wiederholte die Aufgabe, sagte dabei aber fälschlicherweise: 'Angenommen du hast fünf Dollar ...' und löste diese Aufgabe richtig mit 'ein Dollar und fünfundzwanzig Cents'."* (a.a.O., S.122)

1.2.3 *"Die neuneinhalbjährige Deborah führt auf dem Papier eine einfache schriftliche Addition aus* (nebenstehend). *Sie beschreibt recht genau, wie die Rechnung ausgeführt wird: Die 3 und die 5 zusammenzählen und dann die 1 und die 1."* Der Interviewer fragt ergänzend:

```
 13
+15
 28
```

" I: Wofür stehen die zwei Einsen?
D: Zwei.
I: Aber da sind keine 'zwei', da ist 28.
D: Da sind zwei Einsen hier und man zählt sie zusammen.
I: Aber für was stehen die Einsen?
D: Wie meinen Sie das? Für 13 und 15.
I: Eins steht für 13?
D: Ich verstehe nicht, was Sie meinen."
(a.a.O., S.150)

1.3 ... und drei Interpretationsversuche dazu

Warum fängt George nicht mit 14 Klammern an, sondern nur mit 5?
Warum kann Alexandria zwar 5 $ einwandfrei vierteilen, aber nicht die Zahl 8?
Warum kann Deborah 13 und 15 richtig addieren, aber offenbar nicht die Bedeutung der Zehner erklären?
Das sind wichtige Fragen für eine Diagnose der Schwierigkeiten in den dokumentierten Situationen. Es sind darüber hinaus Schlüsselfragen auch für die Reflektion des theoretischen Hintergrundes, vor dem hier etwas erklärt, verstanden und verantwortlich behoben werden soll. Anders als bei GINSBURG wird im Folgenden eine Deutung mit den Begriffen Subjektiver Erfahrungsbereich (SEB) und Rahmung in der gegebenen Vorläufigkeit angesetzt.

1.3.1 Für George erscheint die klinische Situation im Verein mit der vom Interviewer gestellten Aufgabe wohl eindeutig bestimmt als "ich soll vor dem Lehrer schriftlich rechnen". Das bedeutet etwa: Die wesentlichen Tätigkeiten finden auf dem Papier statt, man muß Zahl- und Rechen-Zeichen schreiben, es wird in einer bestimmten Weise darüber gesprochen, und der Lehrer/Interviewer kann jederzeit unterbrechen, korrigieren, Begründungen verlangen usw. Bestimmte Details der Situation - die Zahlen stehen untereinander auf dem Papier, ein Strich ist darunter und ein Minus-Zeichen ist gegeben - verweisen George auf seinen spezifischen SEB "Schriftliches Abziehen" und darin hat er sofort geeignete Handlungsmuster und Routinen zur Hand: Man muß von hinten nach vorne vorgehen; man rechnet immer mit den Ziffern, die übereinander stehen (spaltenweise), man muß den Unterschied zwischen den Ziffern finden und an der richtigen Stelle unter den Strich schreiben usw. Leider stimmt seine vorletzt genannte Regel nur für eine Teilmenge aller derartiger Aufgaben, (es ist bemerkenswerterweise gerade jene Klasse von Sonderfällen, mit denen überall auf der Welt die schriftliche Subtraktion eingeführt wird). GINSBURG teilt nichts mit über die sprachliche Begleitung zu Georges anschließender Demonstration mit den Klammern, doch darf man annehmen, daß George sich wie üblich in diesem Erfahrungsbereich auch sprachlich bewegen kann.

Der Fehler veranlaßt den Interviewer zu einem helfenden Einsatz. Für den Interviewer überraschend benutzt George die Klammern sozusagen spaltenweise, d.h. er demonstriert mit ihnen die (vermeintliche) Richtigkeit seines Vorgehens in der spaltenweisen Subtraktion. Anders gesagt: George handelt unverändert weiter innerhalb seines SEB "Schriftliches Abziehen", er gibt ihn nicht auf. Die Erwartung des Interviewers dagegen zielt auf die Verwendung der Klammern in einem anderen Kontext, einer Zählwelt mit gesprochenen Zahlen und konkreten Gegenständen, in der man Finger, Äpfel, Bleistifte oder eben Klammern abzählend antippt, zusammenlegt oder wegnimmt. Der Interviewer darf erwarten, daß auch für George ein ent-

sprechender SEB zum Abzählen von Gegenständen abrufbar und hinreichend entwikkelt ist. Der Interviewer hält es gleichermaßen für selbstverständlich, daß George sich über diese Verknüpfung - andere mögen sagen: per Transfer oder durch Generalisieren - die Korrektur für die falsche Regel erschließen könne, um so gleichsam die Zähl-Erfahrung zur Stütze der rechnerischen Papier-Erfahrung zu machen: Legt man 14 Klammern hin und nimmt davon 5 abzählend weg, nämlich die 14., 13., 12., 11. und 10., so bleiben 9 Klammern übrig; also (!) muß auch auf dem Papier 9 herauskommen. Doch diese Brücke funktioniert nicht.[2)]

George handelt so, als habe er nicht den Eindruck, etwas Falsches getan zu haben. Die Situation enthält offenbar keinen Konflikt für ihn. Daher liegt für ihn in der Interviewerbitte auch kein Hinweis oder gar eine Aufforderung zu einem Wechsel des aktivierten SEB und dem Aktivieren eines anderen SEB, etwa in dem Sinne: Ich soll etwas Neues machen und sehen, was das mit meiner Rechnung auf dem Papier zu tun hat. Vielmehr geht es für George ungebrochen um das schriftliche Rechnen auf dem Papier. Er ordnet daher das einem anderen, genetisch früheren SEB angehörige Element "Klammer" samt dem dazugehörigen Tätigkeitsschema "Klammern abzählen" seinem aktuellen SEB unter. Er benutzt die Klammern, um die spezifischen Rechenschritte mit den Einern und Zehnern *innerhalb* seines SEB "Schriftliches Abziehen" nachzuvollziehen, dem Interviewer zu demonstrieren. George veranschaulicht dem Interviewer *sein* (Georges) Vorgehen. Die Überraschung gründet in der Alternative der Veranschaulichungsmöglichkeiten: Eine Lösung in einem zweiten (älteren) SEB konstruieren und mit der Lösung im ersten SEB vergleichen versus die Lösung mit den Mitteln eines untergeordneten zweiten SEB im ersten SEB rekonstruieren.

Auf der Basis dieser Deutung kann man sich eine konstruktive Fortsetzung des helfenden Diskurses zwischen Interviewer und George vorstellen. GINSBURG sieht diesen Fall so, daß George "can even justify his wrong answers in clever ways" (1977, S.114). Er ordnet den Fall daher dem Kapitel der Schülerschwierigkeiten mit "real understanding" zu und nicht den einfacheren "mistakes and gaps in children's thinking" (a.a.O., S.150), zu denen er den folgenden Fall zählt.

1.3.2 Alexandria hat andere Schwierigkeiten beim Rechnen mit Zahlsymbolen auf dem Papier[3)]. Die Mitteilung bei GINSBURG sagt nichts darüber, ob der Interviewer oder Beobachter die Aufgabe 8:4 ausdrücklich gestellt und darauf die Antwort "1 oder 0" erhalten hat. Für uns ist interessant, daß der Interviewer vermutlich dieselbe Generalisierungs- oder Transfer-Absicht hatte wie der Interviewer in der ersten Fallgeschichte, und es ist wichtig, daß Alexandria verse-

hentlich eine (aus der Sicht des Beobachters) viel schwierigere Aufgabe formuliert und sie erlichtlich ohne Mühe und einwandfrei lösen kann. Das für uns Wichtigste: Die (aus Beobachtersicht) gleiche Aufgabe läßt sich in dem einen Kontext lösen und in dem anderen nicht.

Warum fällt Alexandria keine passende Vorstellungshilfe, keine Analogie für die geschriebene Aufgabe 8:4 ein? Warum übersetzt Alexandria nicht gleich von sich aus die Aufgabe 8:4 in den inr gewiß geläufigeren Erfahrungsbereich des Umgangs mit Geld, z.B. "aus 8 Dollar vier gleiche Teile machen"? Sicher hätte sie bei Vorliegen dieser Formulierung sofort "2 Dollar" sagen können. Wie läßt sich "1 oder 0" als Lösung verstehen? Das alles leuchtet um so weniger ein, als Alexandria schon etliche Monate früher erstaunliche Fähigkeiten zeigte:

> *"Im Alter von 7 Jahren und 4 Monaten sagte Alexandria spontan bei der Heimkehr von einer Autofahrt mit der Familie: 'Wenn Paul achtzehn ist, werde ich zwanzig sein.' Paul ist ihr Bruder und war damals 5 Jahre alt. Ihr Vater sagte: 'Sag bloß, wie hast du das herausgekriegt!' Alexandria darauf: 'Sieh, das ist einfach. Du zählst bloß 5, 6, 7; oder 8, 9, 10; und so wird es 18, 19, 20. Also wenn Paul achtzehn ist, werde ich zwanzig sein.' Beim Hersagen der Zahlenfolgen legte Alexandria eine deutliche rhythmische Betonung auf das mittlere Zahlwort in jedem Tripel."* (GINSBURG 1977, S.166)

Sie benutzte somit das rhythmisierte Zählen, um einen Wert der Funktion $x + 2 = y$ zu berechnen. Es handelt sich also keineswegs um eine schwache Schülerin. Um andererseits die Leistung in der Fallgeschichte nicht zu überschätzen, muß man hinzufügen, daß es das Dollar-Viertel als "quarter"-Münze zu 25 cts. gibt.

Offenbar hat für Alexandria das halbschriftliche Rechnen nichts mit Geld zu tun. Das eine tut man mit Schreibzeug und Symbolen auf Papier; das andere betrifft Münzen und Banknoten, für die man viele reizvolle Dinge kaufen kann. Die Handlungen, Interessen und Gefühle in den beiden Erfahrungsbereichen sind für ein Kind zunächst grundverschieden. Je weniger sich die Situationen gleichen, desto weniger gibt es zwischen ihnen zu "übersetzen", wenn Obersetzen Darstellungswechsel bei gleichbleibendem Inhalt heißt. Im Gegenteil: Das in beiden SEB geläufige Wort "acht" wird garnicht als dasselbe wahrgenommen, weil es für ganz verschiedene Vorstellungen steht, nämlich einmal für das Symbol "8" auf dem Papier und zum andern für einige Münzen (8 Cents, z.B. als ein "Nickel" und drei "Pennies") oder einige Geldscheine (8 Dollar, z.B. acht "bucks"). Ähnliches gilt zu diesem Zeitpunkt bei Alexandria zweifellos auch für "teilen", "Zahl", "Rechnen" usw., die als Wörter noch nicht einheitlich-integriert gebraucht werden, sondern in verschiedenen Kontexten (SEB) voneinander isolierte, verschiedene Bedeutungen haben.[4)] Nur der Beobachter hört den Gleichklang der Sprache und sieht die Strukturgleichheit, Alexandria hat diese Entdeckung noch vor sich.

Wenn das Theoriemodell der Subjektiven Erfahrungsbereiche zutrifft, dann ist eine Verbindung von zwei situativ so verschiedenen SEB'en weder als selbstverständliches noch gar als automatisches Ereignis zu erwarten. Wenn die beiden auf halbschriftliche Division und auf den Umgang mit Geld bezogenen SEB'e Alexandrias ihre je spezifische Sprache, Handlungsmuster und Logik haben, dann kann ein Vergleich oder ein In-Beziehung-Setzen ihrer Elemente oder Produkte nur über einen dritten Bereich geleistet werden, dessen Vorstellungs-, Denk- und Handlungsmöglichkeiten ein solches Vergleichen erlauben. Das aber erfordert von Alexandria eigene konstruktive Tätigkeiten, die dann samt ihren subjektiv wahrgenommenen situativen Bedingungen bei hinreichend wiederholtem und erfolgreichem Auftreten den neuen Erfahrungsbereich begründen. Für die Einleitung derartiger Integrationstätigkeiten aber bestand für Alexandria im beschriebenen Fall kein Anlaß. Sie konnte die Aufgabe ja lösen!

GINSBURG spricht zusammenfassend von einer "Kluft zwischen dem Alltagswissen des Kindes und seinem schriftlichen Rechnen" (1977, S.129). Er sieht den Entwicklungsgang derartiger "Fehler" so:

"Children's early and self-invented arithmetic mainly involves counting procedures applied to real objects. They usually count on their fingers to get a sum. ... Next children are taught various written procedures for accomplishing the same purposes. Unfortunately, they often fail to understand the necessity or rationale for written methods. Nevertheless, they are imposed on them and in school they are required to use them. The result is not only a bizarre arithmetic, but a gap between it and children's informal knowledge."
(a.a.O., S.125)

"Die frühe und selbsterfundene Arithmetik des Kindes schließt vor allem das Abzählen konkreter Gegenstände ein. Üblicherweise zählen sie eine Summe an ihren Fingern aus. ... Dann lehrt man die Kinder verschiedene schriftliche Verfahren, die dasselbe leisten. Unglücklicherweise verstehen sie oft die Notwendigkeit oder das Grundprinzip der Methoden nicht. Dennoch werden sie ihnen vorgeschrieben, und der Gebrauch wird in der Schule verlangt. Das Ergebnis ist nicht nur eine absonderliche Arithmetik, sondern auch eine Kluft zwischen ihr und dem Alltagswissen des Kindes."

"Often children think of mathematics as an isolated game with peculiar sets of rules and no evident relation to reality."
"At the same time they may possess an impressive informal understanding of the same concepts."
Instruction therefore should "devote sufficient attention to integrating formal written procedures with children's already existing and relatively powerful informal knowledge."
(a.a.O., S.128/129)

"Kinder halten Mathematik oft für ein besonderes Spiel mit seltsamen Regeln, das keine erkennbaren Beziehungen zur Wirklichkeit hat. Gleichzeitig können sie über ein eindrucksvolles Alltagswissen von den gleichen Begriffen verfügen. Unterricht sollte daher der Integration der formellen schriftlichen Verfahren mit dem bereits vorhandenen und relativ mächtigen Alltagswissen der Kinder genügend Aufmerksamkeit zuwenden."

GINSBURG ist hier in der Beschreibung dem Begriff des Subjektiven Erfahrungsbe-

reichs nahe. Doch erscheint bei ihm die "Kluft" als Unglückfall einer mißlungenen Unterweisung, wogegen zu zeigen sein wird, daß sie ein notwendiges Risiko (wegen der kreativen Konstruktivität des Kindes) und ein notwendiges Durchgangsstadium (wegen der grundsätzlichen Bereichsgliederung all unserer Erfahrung) zugleich darstellt. Seine Therapie verlangt die "Integration", ohne jedoch angeben zu können, wie das im Blick auf Handlungen, Sprache und situative Kontexte zu leisten wäre. So wird deutlich, daß bestimmte Vorstellungen von "Generalisierung" oder von "Transfer" das Problem vernachlässigen, wie denn zwischen zwei getrennten Erfahrungsbereichen - ohne einen vermittelnden dritten! - eine tragfähige, auf strukturelle Identität gerichtete Verbindung gebildet werden soll, wenn dafür nur die Elemente der beiden SEB verfügbar sind, aber keine Erfahrung im Obertragen, im In-Beziehung-Setzen selbst.

1.3.3 Deborah sieht sich gegenüber dem Interviewer in einer Aufgabensituation; sie soll eine schriftliche Addition ausführen. Das Interesse des Interviewers dagegen richtet sich auf Begründungen, denn er weiß: "Korrekte Antworten brauchen nur eine mechanische Erledigung anzuzeigen", und er fragt sich daher: "Wie steht es mit Deborahs Verständnis des Verfahrens?" (GINSBURG 1977, S.150).

Jeder Lehrer dürfte die erste Interviewer-Frage nach der Lösung der Aufgabe: "Wofür stehen die zwei Einsen?" als Aufforderung zu einer Aussage über den Stellenwert dieser Ziffern deuten, eine Anforderung die mit einer Antwort wie "für die Zehner" oder auch nur "Zehner" zufriedenstellend erfüllt würde.

Deborah hat gerade zuvor das Verfahren beschrieben, den "Algorithmus", d.h. die einfache Handlungsfolge des spaltenweisen Addierens, die (hier ohne Obertrag) schrittweise zur Entstehung der richtigen Ziffernfolge unter dem Strich führt. Innerhalb dieser ganz auf die technische Durchführung gerichteten Deutung der Situation, entsprechend dem SEB "schriftliche Addition", antwortet sie durchaus logisch mit "zwei", denn die zwei Einer führen zu diesem Ergebnis. Sie "stehen dafür".

Der Interviewer argumentiert innerhalb seiner auf Begründung und Stellenwertaussagen gerichteten, didaktischen Deutung der Situation weiter: "Aber da ist keine ". Damit folgt er einerseits seiner Antworterwartung zur eigenen ersten Frage und signalisiert zugleich die erwartete nächste Antwort: "Sondern zwei Zehner" o.ä. (vgl. hierzu das "Trichtermuster" in BAUERSFELD 1978). Die nachgeschobene Äußerung "da ist achtundzwanzig" unterstützt diese Deutung. (Könnte man das Tonband abhören, würde man auf eine mögliche Betonung der Silben "-zwanzig" achten, die ganz im Sinne der erwarteten Stellenwertbegründung läge.)

Damit bahnt sich ein Deutungskonflikt an. Der Interviewer hat nur seine Stellenwertaussage im Auge, Deborah nur das Rechenverfahren, und keiner der beiden Partner stellt sich auf den anderen ein, d.h. keiner ändert seine Situationsdeutung in Richtung auf die Situationsdeutung des Partners hin.

Deborah versteht nicht (aus Interviewersicht) und bleibt bei der Wiederholung ihres Verfahrensschrittes "Da sind zwei Einsen hier und man zählt sie zusammen." Daß damit gleichfalls eine Erwartung signalisiert wird, etwas wie: Wir reden hier über das Verfahren, darüber *wie* man es macht, das nimmt der Interviewer offensichtlich nicht wahr. Vielmehr beharrt auch er weiter auf seiner Deutung: "Aber für was stehen die Einsen?" (wobei das "aber" die Ablehnung verstärken mag). Und damit verschärft sich die Differenz drastisch.

Deborah - nicht der Interviewer! - weicht auf Metakommunikation aus: Auf der Ebene der Bedeutung der Symbole gibt es keine Lösung der Spannung, also muß auf einer Ebene darüber der Sinn der Kommunikation und ihr Gegenstand verhandelt und ein neuer Konsens (als Versuch zu einer gemeinsamen Situationsdeutung) angestrebt werden: "Wie meinen Sie das?" Deborah hat nicht gesagt: *Ich* verstehe nicht; sondern sie fragt nach der Deutung des Interviewers. Sie verläßt damit ihren SEB und kommt dem Interviewer entgegen. Darüber hinaus scheint sie einen weiteren inhaltlichen Beitrag zu versuchen: "13 und 15", eine Antwort auf der Ebene der Symbole. In Deborahs bisher aktiviertem SEB stammen die beiden angesprochenen Einsen von 13 und 15; sie "stehen für" die ersten Ziffern dieser beiden gegebenen Zahlen. Deborah ist damit dem Stellenwertbegriff ganz nah, soweit das in der Sprache ihrer Erfahrung mit schriftlicher Addition möglich ist. D.h. Deborah drückt die in diesem SEB wichtigen (rechnerischen) Zahlbeziehungen mit den in diesem Kontext (SEB) geläufigen Sprachmitteln aus: "Dreizehn und fünfzehn". (Wieder würde man gern das Tonband prüfen, ob z.B. jeweils die "-zehn" akzentuiert gesprochen wird.) Außerdem imitiert sie - bewußt oder unbewußt - die Struktur der vorausgegangenen Interviewerâußerung: "Da ist keine *zwei*, da ist 28", denn da sind auch keine Einsen, sondern dreizehn und fünfzehn.

Die nächste Reaktion des Interviewers: "Eins steht für dreizehn?" kann Resignation ausdrücken, kann etwas herausfordernde Ironie anklingen lassen, kann als Denkanstoß mit Hilfe eines gespielten Mißverständnisses gemeint sein u. manches mehr. Deborah jedenfalls scheint eine Herausforderung darin wahrzunehmen, denn sie beharrt auf dem Übergang zur Metakommunikation: "Ich verstehe nicht, was Sie meinen." In der Tat, das gilt wohl für beide.

Deborah ist kein lernschwaches Kind, und sie ist immerhin fast zehn Jahre alt. GINSBURG teilt mit, daß sie am selben Tag des Interviews an einer andern Aufgabe

demonstriert, daß sie den Algorithmus der schriftlichen Division perfekt und durchaus einsichtig beherrscht (a.a.O., S.153). Dort muß übrigens der Interviewer seine anfängliche Vorstellung von einer vermuteten Schwäche Deborahs korrigieren. Die vorstehende Analyse läßt fragen, ob nicht auch bei der mitgeteilten Fallgeschichte eine Fehleinschätzung vorliegen könnte. Nach GINSBURGs Diagnose fehlt Deborah noch das Konzept des Stellenwertes (S.153). Aus unserer Sicht wurde Deborah garnicht in die Lage versetzt, über die erwartete Begründung nachzudenken oder sich zu äußern.

Offenbar ist Deborahs Erfahrungsbereich "Schriftliche Addition" noch sehr isoliert gegen andere (aus Beobachtersicht relevante) Erfahrungsbereiche, in denen geeignete Handlungs- und Sprachmöglichkeiten ihr durchaus verfügbar sind, aber eben nur situationsspezifisch und noch eng verfahrensgebunden, was sich wechselseitig bedingt. Erfahrungen zum Stellenwert gehören für Deborah sehr wahrscheinlich in einen Erfahrungsbereich, in dem es um Stellenwert-Tabellen geht, und die wichtigen Handlungen das spaltenweise Eintragen von Zahlen nach E Z, H usw. und entsprechendes Lesen betreffen. Vielleicht gehören auch Zahlensätze wie "356 = 3H + 5Z + 6E" dazu, vorwärts und rückwärts zu lesen, und andere "anschauliche" Zerlegungshilfen, wie sie im Unterricht üblich sind. Und dies hat für Deborah (noch) nichts mit dem bereits geläufigen Verfahren schriftlichen Addierens zu tun. Für GINSBURG stellt jedoch der Fall nur "ein weiteres Beispiel für die Inkonsistenz der Kinder" und ihres Denkens dar (a.a.O., S.153).

Von unserer im Weiteren zu entwickelnden theoretischen Position aus läßt sich die Vermutung begründen, daß die bei Deborah anstehende Verknüpfung der skizzierten Subjektiven Erfahrungsbereiche - aus schulischer Sicht überfällig - den Kern ihres Problems darstellt. Das mit einem Deutungskonflikt belastete Interview, vom Interviewer auf eine selbstverständliche spontane Transferleistung angelegt, konnte dieses Problem nicht lösen. Aber auch für eine diagnostische Absicht erscheinen die Anstöße des Interviewers als zu indirekt und ungeeignet, um eine Änderung von Deborahs Sichtweise einzuleiten. (Deutlicher wären eine Ankündigung: "Wir wollen darüber reden, *warum* das so geht" oder der direkte Hinweis: "Denk an Stellenwerte!" oder das Einfügen senkrechter Tabellenstriche in das Schriftschema gewesen, usw.) Da Deborah trotz ihrer signalisierten Bereitschaft zu Metakommunikation und Kontextwechsel keine konkreten Hinweise für die Änderungsrichtung empfing, handelte sie im Sinnzusammenhang ihrer Wirklichkeit durchaus logisch und sogar sensibler als ihr Interviewer. Daß sie andererseits die *indirekten* Signale nicht *inhaltlich* aufnimmt und beantwortet, wiewohl sie der Situation ja eindeutig die *Notwendigkeit* einer Änderung entnimmt, das spricht wohl für die noch starke Isoliertheit ihres SEB "schriftliche Addition".

2. Wie sich das Problem in der Literatur spiegelt

2.1 Kurzer Oberblick

Die Idee von der Bereichsspezifität unserer Denkstrukturen, von der Partikularität subjektiven Wissens, ist nicht neu. Sie wirkt in der Alltagsvorstellung von den Gedächtnisfächern und der Situationsgebundenheit unserer Einfälle ebenso wie in den Theorien verschiedener älterer psychologischer und philosophischer Schulen oder Richtungen. Der Begriff des Erlebnis- oder Sinn-"Ganzen" der Ganzheitspsychologie (vgl. J.WITTMANN 1933) erinnert daran, der "Feld"-Begriff der Gestalttheorie (vgl. DUNCKER 1935, LEWIN 1935), der "Kontext"-Begriff in verschiedenen Disziplinen (vgl. BATESON 1972) und viele andere, die oft nur die erkennbaren Folgen beschreibbar zu machen versuchen. So ist es auch nicht zufällig, daß die Idee in neuerer Zeit mit dem modischen (meist amerikanischen) Interesse am Inneren der "black box", den Untersuchungen zum "human information processing" (vgl. ANDERSON 1980), mit der "cognitive science" (vgl. NORMAN 1981) und der verwandten "computer science" ("AI") wieder aufgenommen worden ist, wie andererseits auch mit dem Zunehmen von Fallstudien und Mikroanalysen nach anderen Paradigmen (vgl. ERLWANGER 1974 und R.B.DAVIS 1980b).

Dabei läßt sich seit einigen Jahren eine gewisse Konvergenz, wenn nicht sogar prinzipielle Obereinstimmung, hinsichtlich des Phänomens der Bereichsgliederung der subjektiven Erfahrung feststellen, und zwar in einer Vielfalt von Theorieansätzen aus verschiedenen Disziplinen. Besonders auffällig erscheint diese Konvergenz in den Gemeinsamkeiten von Begriffen wie

- "scripts" von R.SCHANK und R.ABELSON (1977, vgl. SCHANK 1982), deren Prototyp im Erfahrungsbereich "Essen im Restaurant" analysiert wurde (SCHANK 1981, S. 115 und ANDERSON 1980, S.149 f.),
- "production systems" von A.NEWELL und H.SIMON (1972, vgl. SIMON 1979), die ähnlich MINSKYs "society of mind"-Modell (1980) ein nicht-hierarchisches System von Handlungsmöglichkeiten und zugeordneten Bedingungen bilden (SIMON 1979, S.80 f.),
- "expert systems" von T.Winograd (1981) und anderen (RAULEFS 1983), eine Computersimulation von Expertenfunktionen mit Einschluß des unvermeidlichen Begleiteffektes von "Fachidiotentum" (vgl. LARKIN u.a. 1980)

und den bereits auf das Mathematiklernen spezialisierten Konzepten wie

- "frames" von R.B.DAVIS (u.a. 1979, 1980a,b und 1982) in Anlehnung an MINSKY (1975), deren Charakteristiken als "Assimilationsschemata für die Organisation von Wahrnehmungen" und "Identifizierbarkeit über Fehler" u.a. bezeichnet werden (DAVIS 1980b S.193) sowie

- "microworlds" von R.LAWLER (1981) in Anlehnung an PAPERT (1980) und MINSKY, worauf noch näher eingegangen werden soll.

Da für einen Fachdidaktiker an dieser Stelle eine systematisch-vergleichende Aufarbeitung der Quellen und Vordenker weniger interessant erscheint, beschränke ich mich auf das Hervorheben der aus didaktischer Sicht wichtigen Aspekte der Erklärungsmodelle und ihrer möglichen Folgerungen, - genau wie R.B.DAVIS das getan hat (1975, S.96), jedoch mit anderen Ergebnissen.

Bei aller Verschiedenheit der Ausgangsinteressen und inhaltlichen Bezugsgebiete stimmen diese theoretischen Modelle darin überein, daß sie von einer bereichsartigen Organisation der Erfahrung (oder des Gedächtnisses) ausgehen, wobei die Abgetrenntheit dieser Bereiche gegeneinander, ihre relative Selbständigkeit und die Totalität der jeweils durch sie vermittelten Handlungsorientierung unterschiedlich betont werden. Die Unterschiede zwischen den Modellen vertiefen sich in den Vorstellungen von der Stabilität der Bereiche, ihrem Umfang und ihrer inneren Struktur, von ihrem Zusammenwirken oder ihrer Integrierbarkeit und von der Natur der Kontrolle oder Hierarchie im Gesamtsystem.

> "Each subsociety of the mind must still have its own internal epistemology and phenomenology, with most details private, not only from those central processes, but from one another."
>
> "Each part of the mind sees only a little of what happens in some others, ... most knowledge stays more or less where it was formed, and does its work there."
>
> M.MINSKY (1980, S.130)

Die Modelle sind einseitig und daher in der Anwendung ergänzungsbedürftig, weil sie auf das Individuum bezogene psychologische (und noch enger: kognitionspsychologische) Modelle sind und eine im Blick auf Unterrichtsprozesse wesentliche soziale Dimension, insbesondere die soziale Interaktion, nicht thematisieren. Das Gleiche gilt für die Gegenstandsdimension, die Inhaltsspezifität der Prozesse, denn wir haben bisher keine Beschreibungen und Analysen von der Entwicklung mathematikspezifischer subjektiver Erfahrungsbereiche, von dem Pilotbeitrag LAWLERs abgesehen, wohl aber viel Fallstudienmaterial, das unter einem derartigen theoretischen Rahmen fruchtbar aufgearbeitet werden könnte.

Der didaktischen Orientierung folgend, die auf die Entwicklung eines möglichst einfachen theoretischen Modells und seine Nutzung für die Unterrichtspraxis zielt, gehe ich im Folgenden nur auf zwei Literaturbelege näher ein: Auf den Beitrag von SEILER, dem ich die ersten Anstösse zur Einbeziehung der Idee der Bereichsgebundenheit und Situationsspezifität mathematischer Lern- und Lehrprozesse

verdanke, und auf die hervorragende Arbeit von LAWLER, die mir gegenwärtig die entwickeltste und darum anregendste publizierte Position zu sein scheint. Daran schließen eine kurze Darstellung von ergänzenden Perspektiven und eine Zusammenfassung der wichtigsten Thesen an, die unsere - unabhängig von LAWLER - erarbeiteten Ergebnisse von Mikroanalysen und ihre theoretischen Hintergründe einbezieht.

2.2 Der Ansatz von T.B.SEILER

In einem viel zu wenig beachteten Beitrag über die "Bereichsspezifität formaler Denkstrukturen" übte T.B.SEILER (1973) Kritik an der PIAGETschen Theorie des formalen Denkens. Die Richtung dieser Kritik kündigte sich bereits in seiner Dissertation (SEILER 1968) und umfassender bei SCHRODER, DRIVER und STREUFERT (1967) an. Das hier Interessante ist der konstruktive Einsatz, der aus der Opposition gegen den unbeschränkten Allgemeinheitsanspruch der "operativen Schemata" (INHELDER/PIAGET 1955) entstanden war. SEILER entkräftete die Vorstellung, daß ein Individuum die Fähigkeiten eines einmal erworbenen Denkniveaus "konsequent und in allen Situationen und Problemen anwendet" und nicht etwa daneben in bestimmten anderen Situationen oder bei anderen Problemen auf anderen, d.h. konkreten Denkniveaus handelt. Er postulierte statt dessen die prinzipielle Situations- und Bereichsspezifität aller begrifflichen Strukturen und Systeme des Individuums:

> "Jedes individuelle kognitive System ist seinem Wesen nach beschränkt auf die Situationen, in denen es erarbeitet wurde und auf die Elemente und ihre Beziehungen, die es strukturiert", d.h. in dieser Situation verfügbar macht. (SEILER 1973, S.266)

SEILER umriß den Bereichsbegriff - er sprach auch von "Gegenstands"- oder "Inhaltsbereichen" - mit folgenden Thesen:

> "Bereichsspezifität impliziert,
>
> daß formale Denkoperationen bei jedem Individuum in seiner Auseinandersetzung mit spezifischen Problemen entstehen, die Konsequenz seiner einmaligen und individuellen Lebensgeschichte sind ...
>
> zweitens, daß diese formalen Operationen nie eine uneingeschränkte, alle Probleme und Problembereiche umfassende Generalität annehmen ...
>
> drittens, daß auch im selben Bereich ein formales Denksystem nicht alle theoretisch darin eingeschlossenen Unter- und Teilsysteme enthält. ...
>
> Viertens, daß in ein und demselben Individuum bezüglich ein und desselben Gegenstandsbereiches unterschiedliche formale Denk- und Lösungssysteme nebeneinander bestehen," die je nach Situation, Aufgabe, Handlungs- oder Symbolbereich abgerufen werden können. Und
>
> "diese Aktualisierung unterschiedlich differenzierter und integrierter Struktursysteme hängt selbst wieder mit der Bereichsspezifität der einzelnen Systeme und ihrer Bindung an spezifische situative und motivationale Faktoren und Bedingungen zusammen." (a.a.O., S.268)

Hinsichtlich der Intersubjektivität der Bereiche sah SEILER "interindividuelle Oberschneidungen", weil die Erfahrungswelt des Individuums "nicht zufällig" ist, sondern "vor allem in ihrer inhaltlichen Ausrichtung ganz wesentlich durch gesellschaftliche Umstände und soziale Einflüsse bestimmt" wird:

> "Unter dem Zwang der Kommunikation und unter dem Einfluß der Sprache und direkter sozialer Vermittlung und Belehrung wird die Möglichkeit, Erfahrungen zu machen, durch die Beeinflussung des Begriffsbildungsprozesses in kulturell bestimmte Richtungen kanalisiert." (a.a.O., S.270)

Zur Frage der Erweiterung der spezifischen subjektiven Bereiche stellte SEILER fest, daß sich ein kognitives System in einem "allmählichen Generalisierungsprozeß" auf "Nachbarsituationen, auf verwandte Gegenstände und Aspekte" ausdennen könne, wobei jedoch wiederum nur "relativ generelle Strukturen" entstehen (a.a.O., S.266 und 268). Dieser Generalisierungsprozeß zudem "darf nicht als ein passiver" verstanden werden: "Er beruht auf einem *aktiven Bemühen* des Individuums, einen Begriff, eine Regel *auf eine neue Situation zu übertragen*." (Hervorhebung eingefügt). Freilich sei auch eine solcherart entwickelte "Strategie des Generalisierens und Problemlösens" wieder der Bereichs- und Situationsspezifik unterworfen (S.267 und 281). Das Generalisieren "erfolgt nur schrittweise und ist mit großen Hindernissen verbunden." SEILER bemerkt (1973, S.281):

> "Die exakten Bedingungen und Gesetze dieses (Generalisierungs-)Prozesses sind praktisch noch vollständig unbekannt und unerforscht."

Und daran hat sich offenbar seither wenig geändert, denn in einem Oberblick zur Lehr-Lern-Forschung fassen B.TREIBER und F.E.WEINERT (1982, S.8) zusammen:

> Die Lehr-Lern-Forschung "vernachlässigt die Analyse der langfristigen Zusammenhänge zwischen sich verändernden Wissens- und Denkstrukturen."
>
> "Eine moderne Transfer-Theorie als psychologisches Kernstück der Lehr-Lernforschung ist nicht einmal in Umrissen erkennbar."
>
> *"Die Lehr-Lern-Forschung ist in weiten Bereichen nicht fachdidaktisch orientiert."* (Hervorhebung im Original)

SEILER bezeichnete es bereits als eine Aufgabe, gerade den "Prozeß der Anwendung kognitiver Strukturen und Fähigkeiten zu untersuchen" (S.266), und er nannte dazu zwei Hauptaufgaben für die theoretische und empirische Forschung:

1) "eine intraindividuelle und interindividuelle Bereichsanalyse vorzunehmen",

2) "die Bedingungen und Gesetze des Generalisierungsprozesses zu erforschen" (a.a.O., S.269).

Bei der methodischen Umsetzung der Thesen zeigen sich die Grenzen des kognitivistischen Ansatzes, dem auch SEILER sich seinerzeit in der Ausprägung der

Theorie der "Kognitiven Komplexität" (SCHRODER u.a. 1967) verpflichtet hatte. SEILER dachte z.B. an "Faktorenanalysen" zur Bestimmung "erwarteter Bereichsgrenzen" (S.274) und an die "Erfassung des begrifflichen Arsenals eines Individuums" (S.269). Doch liege ein erster Schritt zu der Erforschung der Bereiche selbst in der "Entwicklung entsprechender Methoden", denn "ohne ein solches *begriffliches Instrumentarium* wird man garnicht an die kognitiven Strukturen des Individuums herankommen" (S.270, Hervorhebung eingefügt). Hiermit reklamierte SEILER deutlich ein Theoriedefizit, zu dessen Ausfüllung er auch eine Spekulation äußerte:

> "Wir brauchen flexiblere und gleichzeitig gröbere Systeme (als das logische Kalkül PIAGETs). Vielleicht sind ihnen die Computersimulatoren mit ihren Informationsverarbeitungs- und Problemlösesystemen eher auf der Spur (vgl. SIMON & NEWELL 1971)." (a.a.O., S.258)

2.3 Die Längsschnittstudie von R.W.LAWLER

Nur wenige Jahre später und in einem deutlich veränderten Wissenschaftskontext entsteht die "Intimate Study" von LAWLER als Dissertation (1977-79) bei PAPERT. Fallstudien gelten nicht mehr vorwiegend als mentalistische Eskapaden: Lernen und Spielen am Computer haben eine neue "Mikrowelt" an Erfahrung (vgl. PAPERT 1972) auch für Kinder erzeugt, die sich anders zunächst kaum studieren läßt. Neue Vorstellungen von Lernen, und das heißt neue theoretische Konzepte (siehe den Überblick in 2.1), kündigen sich an. Das Paradoxon, daß gerade der Umgang mit dem Computer neue Vorstellungen vom menschlichen Lernen hervorgebracht (oder wiederbelebt) hat, erklärt sich m.E. aus dem Kontrast, über den diese spezifische Erfahrungswelt die bishers unbefragt vertrauten Erfahrungswelten uns verfremdet hat und dadurch schärfer sehen läßt.

LAWLER hat etwa 6 Monate lang, durch besondere Umstände ermöglicht, mit seiner Tochter Miriam kurz vor deren Schuleintritt im LOGO-Labor mit verschiedenen Programmen der "Schildkröten-Geometrie" am Computer gespielt und gleichzeitig weitere rechnerische Erfahrungen angeleitet sowie diese Aktivitäten begleitend auf Audio- und teils auf Videoband dokumentiert. Leitidee seiner Untersuchung bildet die Interpretation von Lernprozessen auf der Basis der "*Spezifität des Wissens*" ("particularity of knowledge"; LAWLER 1981, S.2), d.h. der Vorstellung, daß einerseits "hochspezifische kognitive Strukturen durch Handlungen in begrenzten Erfahrungsbereichen aufgebaut werden" (S.1) und daß andererseits die Wechselwirkungen zwischen diesen spezifischen Erfahrungsstrukturen und deren Integration "zur Entstehung breit anwendbarer Fertigkeiten führt" (S.2).

LAWLERs Absicht ist von Anfang an theoretischer Natur: Wie wird gelernt? Was bei GINSBURG (siehe 1.3) noch als "Inkonsistenz" oder "Unglücksfall" kindlichen

Denkens beschrieben wird, erscheint bei LAWLER bereits als notwendige theoretische Basis der Interpretation (und der Beobachtung!), nämlich die Abgegrenztheit der Erfahrungsbereiche. LAWLER *beginnt* mit unserer Fragestellung. Unser Vorteil liegt weiter darin, daß die Studie mit mathematikbezogenen Gegenständen angelegt wurde.
(Im weiteren beziehe ich mich auf die Kurzfassung der Dissertation: LAWLER 1981.)

2.3.1 Beispiele für Mikrowelten

Die Spezifität des Wissens identifiziert LAWLER in den "Mikrowelten" ("microworlds"), die "disparate, d.h. getrennte und voneinander verschiedene Kenntnisstrukturen" (S.4) beim Subjekt repräsentieren. Der Begriff geht auf PAPERT zurück (vgl. 1980), wenngleich LAWLER ihn psychologisch, d.h. zur Kennzeichnung subjektiver Wirklichkeiten, benutzt, während PAPERT damit eher didaktische Lernarrangements, d.h. objektive Bedingungen der Lernumwelt, beschreibt (vgl. 3.9). Einige Beispiele von Miriams Mikrowelten, in der Reihenfolge des Entstehens:

* die "Zähl-Welt", in der Miriam schon vor dem 5.Lebensjahr ihre Finger abzählen konnte und mit dieser Hilfe auch konkrete Objekte; mündlich gestellte Aufgaben, wie z.B. "siebzehn plus sechs", werden an den Fingern abzählend gelöst: "achtzehn, neunzehn, zwanzig, einundzwanzig, zweiundzwanzig, dreiundzwanzig - dreiundzwanzig ist die Antwort" (S.4 und 27)

* die "Geld-Welt", in der die Erfahrung mit den Geldstücken und ihrem rechnerischen Zusammenhang aufgehoben ist; z.B. weiß Miriam mit 6;0 daß 15 Cents plus 15 Cents gleich 30 Cents sind, (weil ihre beliebte Kaugummisorte 15 Cents das Päckchen kostet und ihr Taschengeld zwei davon zu kaufen erlaubt; S.13)

* die "Dekaden-Welt", zu der die Schildkröte auf dem Bildschirm gehört, deren Bewegungen über die Computertastatur zunächst in Zehnerschritten gesteuert wurde (PAPERTs LOGO-System); hier weiß Miriam von der Zusammensetzung von Drehungen her, daß 90 + 90 = 180 ergibt, kann aber zur gleichen Zeit, mit 6;6, das Resultat von 9 + 9 nicht angeben, kann auch noch nicht über 100 hinaus zählen (S.9); die Studie beginnt mit Miriams Einführung am Computer mit 6;0

* die "Papiersummen-Welt", in der Zahlen auf dem Papier spaltenweise (schriftlich) addiert werden; LAWLER führt Miriam mit 6;1 darin ein, mit 6;9 ist sie perfekt;

Diese Erfahrungsbereiche sind deutlich verschieden und zunächst so streng getrennt voneinander, daß Miriam je nach der gegebenen Situation das (aus unserer Sicht) selbe Problem mit den Mitteln verschiedener Mikrowelten löst, auch wenn

die Aufgaben unmittelbar nacheinander gestellt werden (S.4):

- Die Frage "wieviel ist fünfundsiebzig plus sechsundzwanzig?" beantwortet sie abzählend "Siebzig, neunzig, sechsundneunzig, siebenundneunzig, achtundneunzig, neunundneunzig, hundert, eins-null-eins" (das letzte mit Fingerhilfe).
- Die Frage "wieviel ist fünfundsiebzig Cents und sechsundzwanzig?", unmittelbar anschließend gestellt, wird mit: "Das sind drei Quarter, vier und ein Penny, ein Dollar eins" beantwortet[5)]
- und die später schriftlich in vertikaler Anordnung gegebene gleiche Aufgabe löst Miriam spaltenweise und mit Obertrag.

Die erste Lösung erfolgte zu einem Zeitpunkt, in dem die "Zähl-Welt" und die "Dekaden-Welt" schon verbunden waren, darauf muß noch näher eingegangen werden. Die zweite Lösung geschieht eindeutig in der "Geld-Welt", und die dritte in der "Papiersummen-Welt". Wegen der erforderlichen Bewegungskorrekturen auf dem Bildschirm konnte Miriam in ihrer "Dekaden-Welt" auch bald sicher subtrahieren, nicht aber auch in jeder anderen "Welt".

2.3.2 Innerer Aufbau und Entwicklung einer Mikrowelt

Im Blick auf den inneren Aufbau unterscheidet LAWLER "zwei Klassen von Prozeduren" in einer Mikrowelt: "*Perspektive*" und "*Funktionen*". Die Elemente der Perspektive einer Mikrowelt sind "aktive Beschreibungen", mit denen sich Dinge der objektiven Welt (vgl. aber 2.3.5) identifizieren lassen: in der "Zähl-Welt" z. B. "siebzehn", "plus", "sechs", "ist wieviel?" usw.; in Miriams "Geld-Welt" z.B. "dimes" (10 Cent-Stücke) und "nickels" (5 Cent-Stücke), die auch als "Zehner" und "Fünfer" gezählt werden. Die Funktionen sichern, was man mit ihnen machen kann. (S.4/5)

Die Elemente der Perspektive entwickeln sich im Gebrauch aus den Perspektiven älterer Mikrowelten durch "Verfeinerung" und "Spezialisierung". So unterschied Miriam in früheren Stadien ihrer "Geld-Welt" die Kupfer- und Silbermünzen nur als "rot" und "gold" und lernte erst später die spezielle Stückelung allmählich genauer kennen, durch die mit ihnen verbundenen Funktionen. In ihrer "Zähl-Welt" verwendet Miriam zu Beginn der Studie gelegentlich Bleistiftstriche, wenn die Finger beim abzählenden Addieren nicht ausreichen, ohne dabei jedoch ihre Prozedur zu ändern. LAWLER verdeutlicht daran die enge, "umkehrbar eindeutige Zuordnung" zwischen den Elementen der Perspektive und den Funktionen. "Wenn die Elemente der Perspektive den Teilen der Aufgabe Gewicht verleihen, dann werden die Funktionen aktiviert." (S.5/6)

Die Mikrowelten werden "ihrer Natur nach als aktive, nach zu bearbeitenden Probleme suchende" Bereiche verstanden. "Wenn ein Rechenaufgabe vorliegt, wettei-

fern die konkurrierenden Mikrowelten um eine Lösung." Der Gewinner unterdrückt die Konkurrenten, wie die bloße Nennung eines Geldwertes bei der Aufgabe 75+26 (s.o.) zeigt.

> "Welche spezielle Mikrowelt eine bestimmte Lösung liefert, das hängt auch von den in den verschiedenen Mikrowelten verkörperten Kenntnissen ab. Miriams Zählwelt z.B. würde 17+6 schnell berechnen, aber bei 75+15 steckenbleiben (zu wenig Finger; Zählstriche sind zu beschwerlich); die Geldwelt dagegen würde mit diesem speziellen Problem schnell fertig, denn zwei Kaugummipäckchen zu 15 Cents bekommt man für 30 Cents." (S.6)

Mit dieser Vorstellung von "aktiv konkurrierenden Mikrowelten" beantwortet LAWLER zugleich die Frage nach der Kontrolle im System drastisch anders, als sonst im Computerbereich üblich.[6] Aus zwei Gründen bevorzugt er die indirekte "*Kontrolle durch Konkurrenz*" gegenüber einer "Kontrollexekutive", die einen auswählenden, problemlösenden "Homunkulus" braucht: In Abhebung von der mit Regel-Modellen verbundenen "Linearisierung" erlaubt das Konkurrenz-Modell "parallel funktionierende Mikrowelten" und "damit die Entwicklung einer strukturellen Vielgestaltigkeit (diversity)." Und zweitens ermöglicht das Konkurrenz-Modell es auf die Dauer wahrscheinlich, die Entstehung des *Phänomens* eines "problem-solver"-Homunkulus zu erklären. LAWLER nimmt den Preis in Kauf, - der Aufwand der Studie belegt es - , daß Interpretationen nach dem Konkurrenz-Modell freilich "eine außerordentlich detaillierte Kenntnis von dem verlangen, was im Geiste des Subjektes vorgeht." (S.6-8)

2.3.3 Zum Zusammenhang der frühen Mikrowelten

Der Erfahrungsbereich "Geld" wurzelt in der "Zähl-Welt", ist aber komplizierter und variantenreicher, weil das Münzsystem Einer, Fünfer, Zehner, Fünfundzwanziger, Fünfziger und Hunderter enthält, entsprechend den Pennies (1 Cent), nickels, dimes, quarters, halves und Dollar-Münzen, während in der "Zähl-Welt" nur aufeinanderfolgende Zählnamen zuhanden sind, nicht einmal Einer und Zehner als Stufenzahlen, denn die Zerlegungseinsicht 13 = 10 + 3 (ein Zehner und drei Einer) stellt sich erst später ein. So wußte Miriam mit etwa 6 Jahren, daß 2, 3 und 4 quarter gleich 50, 75 und 100 cents bzw. 1 Dollar sind. Sie konnte auch an den Fingern in Fünferschritten zählen: "Einen nickel für jedes Jahr ihres Alters!" Doch gab es keine Anzeichen für eine systematische Kenntnis vom Rechnen mit "dimes" z.B. Insofern stellt das "Geld"-Wissen eine Spezialisierung des "Zähl"-Wissens dar, das es "in bestimmten Richtungen erweitert entsprechend den Besonderheiten des Münzsystems und den Ausgabegewohnheiten Miriams". Die "Geldwelt" ist daher ein "Nachfahre" der "Zähl-Welt. (S.13)

Die "Dekaden-Welt" von Miriams Erfahrungen mit dem Computer wird durch die

Adressierung der "Schildkröte" (Lichtzeiger auf dem Bildschirm) bestimmt. Bei Miriams beliebtestem Spiel "Shoot" muß die Schildkröte aus einer gegebenen Ausgangsposition durch Drehkommandos (in Winkelgrößen) vorwärts in ein Zielfeld manövriert werden. Das ständige Probieren und Korrigieren hat bei jedem Schritt ein Vergleichen zur Folge, z.B.: "100 rechts" - zuviel - "20 links" - trifft, so daß Miriam nach kurzer Zeit auch ohne Rechnen weiß, daß hier "80 richtig" gewesen wäre. Ebenso erklärt sich das Wissen 90 + 90 = 180 aus der herausgehobenen Vierteldrehung. "Lange Zeit wurde Zählwelt-Wissen nicht in Verbindung mit dem Wissen der Dekaden-Welt gebraucht." (S.9 f. und 16)

Später rechnet Miriam, ebenfalls bei "Shoot", 50 + 20 an den Fingern zählend aus: "das ist wie fünf plus zwei gleich sieben, also siebzig" und benutzt dann in gleicher Weise auch wohlbekannte Ergebnisse aus der "Zähl-Welt", z.B. 2 + 3 = 5. Dieses "stripping off zeros", das Abstreifen und Wiederanhängen der Nullen, läßt eine Null übrig, was als "Extra-Null-Problem" in verschiedenen ähnlichen Situationen zutage trat und damit indirekt die obige Verfahrensinterpretation stützt. (Bei der Aufgabe 97 plus 64 z.B. begann Miriam mit den Zehnern, zählte zusammen und riet: "das ist 15 Zehner ... 500?"; S.12)

Die "Dekaden-Welt" hat zwei Vorfahren: Mit der "Geld-Welt" verbindet sie die Spezialisierung auf bestimmte Einheiten, hier auf Einer und Zehner. Doch ändert sich die Perspektive bei der Anwendung der Idee der Einheiten in der "Dekaden-Welt", weil die Elemente jetzt "symbolische Objekte - Ziffern und große Zahlen von ungewisser Bedeutung - sind und nicht mehr konkrete Objekte", Münzen. Andererseits belegt die Rechenprozedur in der "Dekaden-Welt" unmittelbar den Rückgriff auf die "Zähl-Welt". (S.13)

Die "Papiersummen-Welt" Miriams zeichnet sich offenbar durch besondere Isoliertheit aus, was möglicherweise an der Art ihrer Einführung durch LAWLER liegt. Insoweit bietet sein Bericht über Miriams Instruktion zur schriftlichen Addition zugleich eine Chance für die Anwendung der Theorie auf einen ihrer Urheber: LAWLER zeigt Miriam mit 6;1, wie man zwei untereinandergeschriebene Zahlen in beliebiger Reihenfolge spaltenweise addieren kann ("order-free adding", S.14) und anschließend bei den Spalten mit mehrstelligen Summen den "Einer rüberbringen" muß ("carry the one", das heißt: "cross off the ten's digit of such a sum and add it as a 1 to the next column", S.14).

Beim ersten Versuch der Einführung (siehe rechts): "Wieviel ist zehn und zwanzig?" sagte Miriam sofort und sicher "dreißig". Zur vertikalen Aufgabendarstellung aber: "Ich weiß nicht ... zwölfhundert?" (S.14) (Dies nach dem ersten Monat "Shoot"-Spiel, eine weitere Demonstration des "Extra-Null-Problems")

	1	0
+	2	0

Miriam lernte das Verfahren in 2 Stunden und konnte alshald fehlerfrei zwei bis zu zehnstellige Zahlen addieren. Doch zersetzte sich die Prozedur rasch und verfiel dem Vergessen. Dies äußerte sich so, daß Miriam als erstes das Obertragen vergaß. 55 + 26 z.B. ergab dann "siebzig-elf". Als nächstes übertrug Miriam dann - vertauschend - die Einer und ließ den Zehner stehen, mal so, mal so. Die Regel war beliebig geworden, denn sie "hatte keinen direkten Kontakt mit den darunterliegenden Mikrowelt-Strukturen" (S.15).

Sodann führte Miriam von sich aus eine sinnvolle Obertragungs-Regel ein: "Auf 9 kürzen", d.h. sie ließ bei den mehrstelligen Spaltensummen 9 stehen und übertrug den "Überschuß". (Zu nebenstehendem Beispiel rechnete sie entsprechend 8 + 4 = 12 = 9 + 3 und 3 + 3 + 3 = 9.)

	3	8
+	3	4
9	9	

LAWLER erklärt dies so, daß Miriam "die Ziffern sah, als stellten sie Objekte dar, die unverändert bleiben sollten, wie das auch für die Zahlen der Zählwelt zutrifft." In der Tat zählte Miriam viele der Spaltensummen an den Fingern aus, womit beiläufig die "Papiersummen-Welt" sich als "direkter Nachfahre der Zählwelt" zu erkennen gibt. (S.15)

Deutlich wird erneut, wie sehr die Mikrowelten gegeneinander abgeschottet sind:

"'Right' or 'wrong' is a judgement applicable to a calculation only in the terms of the microworld wherein it is going forward."

"'Richtig' oder 'falsch' ist ein Urteil über eine Rechnung, das nur mit den Mitteln derjenigen Mikrowelt vollzogen werden kann, in der die Prozedur stattfindet."

und allgemeiner:

"What 'made sense' to Miriam completely dominated what she was told." (LAWLER 1981, S.15)

"Wenn Miriam etwas sinnvoll erschien, so hatte dies die unbedingte Vorherrschaft über das, was man ihr sagte."

LAWLER sieht nicht, daß die skizzierte Entwicklung als Folge seiner Einführung in die schriftliche Addition gedeutet werden kann: Die Prozedur des Obertragens hatte für Miriam nichts mit dem Stellenwert der Ziffern zu tun. Die Erklärung des "carry the one" erschwert diese Einsicht zudem, und in Form des "order-free adding" war die Beliebigkeit sogar ein Merkmal der vermittelten Regelstruktur. Für Miriam gab es offenbar keine vorausgehende Erfahrung mit Stellenwerttabellen, zum systematischen Aufbau der Zahlen und ihrer Sprechweise (Bildungsgesetze), keine Anleitung zur Einbeziehung des Geldwechselns, kein Bündeln usw., so daß ein Hinführungsversuch wie der beschriebene kaum einen günstigeren Verlauf nehmen konnte. Erschwerend kommt die aus der "Zähl-Welt" mitwirkende innere Logik hinzu - die Konservierung der Objekte (s.o.), die Zahl als einheitlicher Name und ihre Nichtzerlegbarkeit (in Z und E) usw. - , die als Barriere gegen mögliche "Verfeinerungen" wirkt, denn: "Was in der Perspektive von älteren kognitiven Strukturen Sinn hat, das hat die Vorherrschaft über nur äußerlich einge-

prägte Regeln." (S.16). So kommt es zur Ausbildung einer neuen Mikrowelt "Papiersummen", die sehr isoliert ist. Es bestehen nur geringe Rückbezüge allein auf die "Zähl-Welt", als Folge einer in bester Absicht auf Vereinfachung und Reduzierung der Schwierigkeiten ausgerichteten Instruktion. Es gibt wenig Fälle, an denen man wie hier Instruktionsfolgen so relativ frei von anderen Einflüssen studieren kann, (die Studie liegt vor Miriams Schuleintritt!).

Zusammenfassend ergibt sich eine Vorfahren-Nachkommen-Ordnung der bisher beschriebenen Mikrowelten, wie sie der untere Teil der Abbildung in 2.3.5 zeigt.

2.3.4 Zur Entstehung neuer Mikrowelten

Als ein typisches Beispiel für die Integration zweier Mikrowelten beschreibt LAWLER die Entstehung der "Serien-Welt", in deren Perspektive Elemente der "Zähl-Welt" und der "Dekaden-Welt" verbunden werden: Nach einer Diskussion darüber, wie sie früher 7 + 2 an den Fingern in besonderer Weise ausgezählt hat, - sie ist jetzt 6;3;16 - fordert Miriam eine schwierigere Aufgabe vom Vater und erhält "siebenunddreißig plus zwölf". Sie zeigt ein schockiertes Gesicht und sagt dann: "Das ist neunundvierzig" (S.17).

LAWLERs Analyse von Miriams Betroffenheit führt zusammenfassend zu der Rekonstruktion, daß sie die Lösung auf zwei verschiedenen Wegen berechnet hat und über die Gleichheit der beiden Ergebnisse hoch erstaunt ist. Die großen Zahlen zunächst legen die Lösung in der "Dekaden-Welt" nahe. Mit der inzwischen erfolgten Verfeinerung der Perspektive - (die Drehkommandos für die Schildkröte werden nicht mehr nur in reinen Zehnerzahlen, sondern auch in gemischten Zehnerzahlen gegeben) - sieht das etwa so aus: "Dreißig plus zehn ist vierzig, und sieben plus zwei ist neun, das sind neunundvierzig." Andererseits verfügt Miriam nun auch in der "Zähl-Welt" über Zerlegungen wie "12 = 10 + 2", freilich ohne daß damit schon ein allgemeiner Stellenwertbegriff verbunden wäre. Daher ist nun auch, wohl erstmals, eine einfache systematische Lösung in der "Zähl-Welt" möglich: "siebenunddreißig plus zehn ist siebenundvierzig, (und dann an den Fingern weiterzählend) achtundvierzig, neunundvierzig" (S.18).

Miriams Emotionen erklärt LAWLER daraus, daß hier zwei Mikrowelten, die bisher stets *konkurrierend* aktiviert wurden, plötzlich in eine *kooperative* Beziehung treten. Die strenge Trennung, die Nicht-Relation, wird in eine Relation verwandelt:

> *"the changing of a non-relation into a relation, which is the quintessential alteration required for the creation of a new structure."* (S.18)

In der Perspektive der "Serien-Welt" kann eine Aufgabe, wie z.B. 28 + 48, nun

"seriell" bearbeitet werden, d.h. ein Teil über die Aktivierung von Funktionen aus der "Dekaden-Welt" (28 + 40) und ein "Residuum" (8), das in der Weise der "Zähl-Welt" addiert wird. Die Integration der untergeordneten Mikrowelten erlaubt mit der neuen Perspektive eine derartige Steigerung der Rechenleistung, daß "ein neues funktionales Niveau des Rechnens sich aus der neuen Organisation ergibt." Als Beispiel dazu beschreibt LAWLER, wie Miriam mit 6;5;24 die Aufgabe 96 + 96 zur Verblüffung ihres zwei Jahre älteren Bruders löst, zu dessen Hausaufgaben sie gehörte (S.20).

Die ersten Anzeichen einer ganz andersartigen neuen Mikrowelt, die sich etwa drei Monate nach der Studie entwickelte (Miriam ist jetzt 6;9), dokumentiert LAWLER durch folgenden Dialog: (während einer Woche Schneeferien)

> Er hatte Miriam die Aufgabe 14 + 27 gestellt, in schriftlicher Darstellung untereinandergeschrieben, und sie löste diese sofort in ihrer "Serien-Welt", trotz Zwischenfragen und ergänzenden Darstellungen zur Zerlegung auf dem Papier, ("Ich möchte, daß du die Aufgabe anders ansiehst" usw.).

(a)	3	7
+	5	6
	8	13

(b)	3	7
+	5	6
	8	13
		10

(c)	3	7
+	5	6
	80	13
		10

> Bei der anschließend gestellten Aufgabe (a), die Miriam sofort mit ihrem "Serien-Welt"-Wissen mit "93" löst, lobt LAWLER dies, schreibt aber selbst "0" und "13" in die Antwortspalten und fragt (S.24):
>
> "L: *Kannst du mir sagen, warum das (die "8" und "13") so stimmt?*
>
> M: *Das stimmt, weil da eine zehn ist (schreibt "10" unter die "13"; - siehe (b) -); plus drei ist in der dreizehn.*
>
> L: *Das nehme ich dir ab.*
>
> M: *Und wenn da eine zehn ist, dann addiert man sie zu den achtzig.*
>
> L: *Und was erhältst du?*
>
> M: *(klopft auf die "3" in der ersten Zeile) Ist das eine dreißig?*
>
> L: *Jaa!*
>
> M: *(schreibt eine "0" rechts neben die acht in der Antwortspalte; - siehe (c) -) Plus zehn ist dreiundneunzig, und die Antwort ist dreiundneunzig.*

Hier fragt Miriam "zum ersten Male in den Protokollen ausdrücklich nach dem Stellenwert einer Ziffer." Gleichzeitig gibt sie mit der unmittelbaren Fortsetzung ihres Handelns die vollzogene Einsicht zu erkennen: Nachdem sie die "3" als eine "30" erkannt hat, verwandelt Miriam die "8" in der Antwortzeile in "80", zu der sich dann - und dies nun sinnvoll! - die "10" von "13" addieren läßt (S.24).

In dem dokumentierten Vorgang werden die Perspektiven von drei Mikrowelten aufeinander bezogen, eine *strukturelle Äquivalenz* wird entdeckt:

- die "Papiersummen-Welt", die durch die Aufgabendarstellung aufgerufen ist und die bisher, von der "Zähl-Welt" abgesehen, mit ihrer Perspektive und ihren Funktionen von den anderen Rechen-Welten gänzlich getrennt war,
- die "Dekaden-Welt", weil mit der Einsicht, daß die "3" in "37" eine "30" ist, "3 Zehner", wie "dreißig" in "siebenunddreißig", die in dieser Welt schon geläufige Zerlegung als gleichartig mit der Spalteneinteilung der "Papiersummen-Welt" gesehen wird - (Äquivalenz zweier Perspektiven) und
- die "Serien-Welt", weil ihre spezifische Funktion "wie man 80 + 13 addiert" als gleichartig mit den entsprechenden spezifischen Funktionen der "Papiersummen-Welt", der spaltenweisen Addition mit Obertragen, erkannt wird (Äquilenz zweier Funktionen).

Weil die Prozedur einer Abbildung insofern gleicht, als sie eine Gleichheitsbeziehung zwischen bestimmten Strukturen der beteiligten Mikrowelten herstellt, nennt LAWLER die damit erzeugte neue Mikrowelt "Konforme Welt". Das Neue ist also nicht, *daß* die Anwendung der verschiedenen Funktionen zur gleichen Lösung führt - das wußte Miriam von Anfang an ("93") - , sondern die Einsicht, daß das so sein *muß*. Die Perspektiven der "Konformen Welt" sind die Äquivalenzen zwischen den Perspektiven und Funktionen der beteiligten Mikrowelten. Daß es sich überhaupt um eine neue Mikrowelt handelt, zeigt sich in der konstruktiven Veränderung der Strukturen. Sie wurde durch eine nur "minimale Änderung" ausgelöst. In Abhebung von den bisher beschriebenen Mikrowelten "ist der Gebrauch des Wissens der Konformen Welt zwar konstruktiv, aber nicht funktional", denn es "greift nicht in die Kontrollstrukturen (Funktionen) der bestehenden Mikrowelten ein." Man sollte daher von diesem Wissen auch "nicht erwarten, daß es Funktionen innerhalb der eigenen Struktur (der Konformen Welt) hat." Die Genese verläuft eben deshalb auch weniger dramatisch und auffällig als bei der "Serienwelt". (S.24-26)

2.3.5 Typen von Mikrowelten und Zusammenfassung

LAWLER sagt selbst: "Was wir beobachtet haben, unterscheidet sich in keiner Weise von dem, was andere gesehen haben." (S.29) Er sieht seinen "Beitrag in der Beschreibung der getrennten Mikrowelten, die aus spezifischen Erfahrungen entstehen und sich zu einer mächtigen Organisation verbinden durch ein struktur-verknüpfendes Wissen." (S.27). Dieses "relationale Wissen" unterscheidet er von "instrumentalem Wissen" ("task-rooted knowledge"), wiewohl beide in Mikrowelten gründen und daher "in ihrer Anwendung verschieden sind, aber nicht ihrer Natur

nach." (S.27). LAWLER versteht seinen Entwurf als einen Schritt auf eine allgemeine Theorie hin, genauer

> "eine auf das Rechnen bezogene Theorie des Lernens mit allgemeiner Anwendbarkeit, in der die Spezialisierung und Verfeinerung von Perspektiven die Anwendung vorhandenen Wissens auf neue Erfahrungen erweitert, während die einander entgegenwirkenden Prozesse der Anhebung der Kontrolle und der Verbindung der Perspektiven die fortschreitende Integration getrennter Mikrowelten in einen zusammenhängenden Geist ermöglicht." (S.27)

Es kennzeichnet seinen Ansatz weiterhin, daß er diesen Wechselwirkungsprozeß unter dem Gesichtspunkt der "Herstellung eines Gleichgewichts" ("equilibration") sieht und darin "PIAGETs dialektische Spirale der kognitiven Entwicklung" wiederfindet. "Lernen" ist nichts anderes, als die "Leistungssteigerung, die aus Veränderung innerhalb und zwischen aktiven Mikrowelten entsteht." (S.27).

Entsprechend der Natur ihrer Perspektiven spricht LAWLER von "instrumentalen" Mikrowelten und von "Kontroll"-Mikrowelten und nimmt damit eine vorläufige Klasseneinteilung der beschriebenen Mikrowelten vor,[7] (zu diesem vergleichenden Oberblick siehe die Abbildung 1 anschließend):

1) *"Instrumentale Welten" - Zähl-Welt, Geld-Welt, Dekaden-Welt, Papiersummen-Welt*

   * Sie haben in der Regel nur einen Vorfahren, aber es können mehrere sein.
   * Die Elemente ihrer Perspektiven "beschreiben Dinge unserer Alltagswelt" und "Vermutungen über deren Beziehungen können durch einfache Versuche im spezifischen Aufgabenfeld bestätigt oder verworfen werden." So wurzelt z. B. die Zählwelt in der umkehrbar-eindeutigen Relation (zwischen Zahlnamen und Dingen), die Geldwelt im Münzsystem und die Dekadenwelt in (babylonischen) Winkelskalen. (S.19).
   * Das Wissen dieser Mikrowelten "wird über Erfahrung konstruiert durch die Verfeinerung der Beschreibung der Elemente ihrer Perspektive." (S.19). (Vgl. dazu das Beispiel der "Geld-Welt" oder die Drehkommandos in der "Dekaden-Welt".)
   * Das spezifische Wissen einer Mikrowelt "kann zufällig bestimmt sein", wie z.B. Miriams "Geld-Welt"-Wissen 15 cts + 15 cts = 30 cts), "aber die Mikrowelten selbst sind nicht zufällig, ihnen fällt die Verkörperung dessen zu, was erkenntnistheoretisch grundlegend in den sie erzeugenden Erfahrungen ist." (S.19).
   * Lernen zeigt sich durch die "Verfeinerung der Beschreibung der Elemente" innerhalb der Mikrowelt an.

2) *"Kontroll-Welten" - Serien-Welt, Konforme Welt*

a) die "Serien-Welt" als eine "koordinierende" und "kontrollierende" Welt

* Mikrowelten dieses Typs haben wenigstens zwei Vorfahren, die koordiniert oder integriert werden.

* Die Elemente ihrer Perspektiven "sind Beschreibungen der Perspektiven der koordinierten Mikrowelten." Diese Mikrowelten funktionieren "durch das Herbeiziehen der untergeordneten Mikrowelten und nicht durch das Aufrufen von wohlbekannten Ergebnissen oder durch die Ausführung von lokalen Prozeduren", wie bei den instrumentalen Welten (S.19/20).

* "Während die Entfaltung einer instrumentalen Welt sowohl die Einsicht in die wichtigen Elemente dieser Mikrowelt als auch die fortschreitende Gewöhnung an ihre Funktionen umfaßt, ist die Serien-Welt so einfach, daß sie bei ihrem Ursprung schon komplett ist." (S.20).

* In dem spezifischen Sinne, daß es in ihnen z.B. nicht um Lösungen, sondern um das unerwartete Zusammenwirken von Lösungswegen geht, "ist die kognitive Entwicklung (in diesen Mikrowelten) 'zufällig'. Andererseits ist sie keineswegs zufällig, weil sie von der gleichzeitigen Bindung an robustes älteres Wissen abhängt." (S20).

* Lernen zeigt sich in der "Anhebung der Kontrolle" an, vermöge derer früher unabhängige Mikrowelten untergeordnet bzw. koordiniert werden (S.18).

b) die "Konforme Welt" als eine "relationale" Welt

* Sie hat keine Vorfahren (S.27), verknüpft jedoch Mikrowelten.

* Die Elemente der Perspektive sind Äquivalenzen, z.B.: "Eine Ziffer auf einer Zehnerstelle (in der Papiersummen-Welt) ist gleich einem Dekaden-Element" (S.26), bzw. sind "Beschreibungen von Elementen der Perspektiven derjenigen Mikrowelten, die sie in Beziehung setzt" (S.28). Die Verwendung dieses Wissens "ist konstruktiv, aber nicht-funktional", es erlaubt "die zusammenhängende und wechselseitige Erfassung (registration) des Wissens der einbezogenen Mikrowelten" (S.26).

* Anders als bei der Genese der "Serien-Welt" stiftet die Start-Einsicht - (hier der Stellenwert, s.o.) - nicht sofort den vollen Zusammenhang, vielmehr bedarf die begonnene Perspektive der weiteren Ausarbeitung, die ihrerseits fehleranfällig ist (vgl. S.26).

* Ähnlich der "Serien-Welt" beruht die "Stabilität (der Entwicklung) auf der Integrierbarkeit von verschiedenen Erfahrungen"(S.28).

* Lernen zeigt sich in diesem Typ durch die "Verknüpfung von Perspektiven" ("correlation of perspectives", S.24) verschiedener Mikrowelten an.

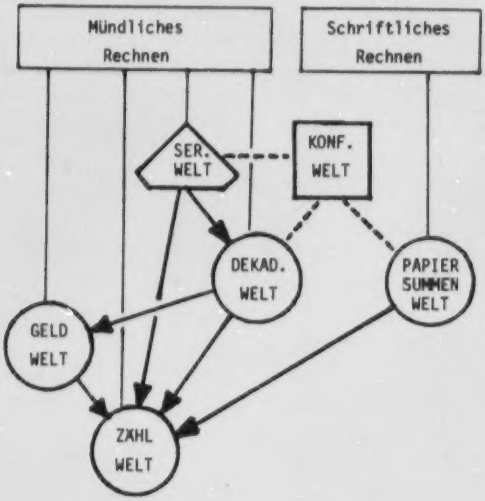


Abb.1 Zum Zusammenhang der Mikrowelten (nach Fig.7 in LAWLER 1981, S.25). Die Pfeile verweisen auf die "Vorfahren".

Im Gesamtbild ergibt sich eine "vision of mind", in der sich Mikrowelten als "Nachfahren aus ihren Vorgängern entwickeln", und zwar durch aktive Konkurrenz zwischen "instrumentalen Welten" und "Kontroll-Welten" gleichermaßen, - selbst dann, "wenn ein Wettbewerber zugleich untergeordnete Mikrowelt in einer konkurrierenden Kontroll-Welt ist. *Die Struktur hat eine Mischform, sie ist grundsätzlich konkurrierend, doch hierarchisch bei Bedarf.*" (S.20, Hervorhebung eingefügt). Daher hat auch das "Verfügen über eine Mehrfalt von Gesichtspunkten nicht Magisches an sich" (S.28), und das ist deutlich gegen GINSBURGs Interpretationen gerichtet.

LAWLERs Vertrauen in die Konvergenz der Prozesse, in ihre Stabilität trotz partieller Zufälligkeit, gründet auch in der Natur des mathematischen Gegenstandes:

"What the specific bases of number used in a particular calculation may be matters far less than that some base is necessary. It is this epistemological aspect of number's structure (and its conformability to human thought processes) which permits a variety of worlds of experience to arise seperately and subsequently to be integrated into a coherent and complex understanding."

"Welche Zahlbasis man bei einer bestimmten Rechnung benutzt, ist weit weniger wichtig, als daß man überhaupt eine braucht. Genau dieser erkenntnistheoretische Aspekt der Zahlstruktur (und seine Übereinstimmung mit menschlichen Denkprozessen) erlaubt die Entstehung getrennter Erfahrungswelten und deren spätere Integration in ein zusammenhängendes, komplexes Verstehen." (S.29)

Die auszugsweise Darstellung der Arbeit LAWLERs soll mit seiner eigenen Schlußfolgerung hier beendet werden: Angesichts der "Beobachtung, daß durch eine wesentliche Form des 'Vergessens' die Vorherrschaft des für das Individuum Sinnvollen gegenüber nur verständnislos Eingeprägtem offenkundig wird", zieht LAWLER den Schluß, *"daß der bevorzugte Weg, dem ein Individuum folgt, welcher es auch sei, den Aufwand des Verstehens wert ist."* (S.29), und er stützt sich dabei ausdrücklich auf das "klassische Argument" von LEWIN (1935).

3. Wie ein erweitertes Modell aussehen kann

3.1. Auf dem Wege zu einer Interaktionstheorie mathematischen Lernens und Lehrens

Die Ergänzungsbedürftigkeit des von LAWLER an seiner Fallstudie demonstrierten Modells vom Mathematiklernen erklärt sich zunächst aus der Beschränkung auf kognitive Aspekte. Die Beschränkung bezieht sich auf die Theorie; sie gilt glücklicherweise aber nicht für LAWLERs Beobachtung und Dokumentation. Die Differenz ermöglicht es, teilweise seine eigenen Mitteilungen zu erweiterten Interpretationsansätzen heranzuziehen und daran Theoriedefizite zu demonstrieren.

Doch ist auch der Begriff "kognitiv" selbst einschränkend zu verstehen im Sinne der kognitionspsychologischen Richtung des "human information processing", an die LAWLER in Form des MINSKYschen "frame"-Konzeptes (1975) ausdrücklich anknüpft. Aber auch deren Fortsetzung, die Spezialisierung zu einer Theorie der Funktion des menschlichen Gedächtnisses (MINSKY 1977, 1980), bezieht er ein.[8] LAWLER erweist sich zudem als ein Strukturalist in dem Sinne, daß er letztlich eine Struktur des subjektiven Wissens - von Ding-Beschreibungen über die Verkettung von Prozeduren bis zur Äquivalenz zwischen Perspektiven (vgl. seine Typologie in 2.3.5) - zur Grundlage seines Gesamtbildes von der "genetischen Ordnung[9] der Mikrowelten" (vgl. Abb.1) macht. Zwangsläufig geradezu erscheinen dann die Übergänge zwischen diesen Klassen oder Stufen des Wissens - "Verfeinerung und Spezialisierung", "Anhebung der Kontrolle" und "Korrelation der Perspektiven" - als Prozeduren des Entwicklungsganges selbst und verstellen damit den Blick auf

die prozeduralen Abhängigkeiten im Gesamtsystem des interaktiv Handelnden und Lernenden, sehr zum Nachteil der Anwendbarkeit des Modells. (In 3.11 wird dieses Problem noch einmal aufgenommen.) Dem Didaktiker aber können Gedächtnistheorien, Theorien der menschlichen Informationsverarbeitung oder Theorien des Wissens allein nicht dienen, da seine vornehmste Aufgabe in der wissenschaftlich vertretbaren Orientierung des praktischen, auf Lernen gerichteten Handelns von Lehrern (und Schülern) liegt. Darüber hinaus sind Ergänzungen im Sinne der didaktischen Aufgabenstellung um so mehr erforderlich, als selbst unmittelbar auf Schule, Unterricht oder Instruktion gerichtete Wissenschaftsdisziplinen in ihre Fragestellungen fachdidaktische Aspekte nicht einbeziehen (vgl. dazu das TREIBER/WEINERT-Zitat in 2.2).

Im vorliegenden Fall lassen sich die Defizite am einfachsten an relevanten Ergebnissen von Bezugsdisziplinen der Didaktik festmachen, ohne deren Hilfe die Theorie nicht praktisch gemacht werden kann, (und das gilt hier als Kriterium der "Relevanz"). Wenn sie aber zur Handlungsorientierung in einem konkreten "Fall" nicht ausreicht - und zu den Handlungen zählt auch die wissenschaftliche Praxis einer Interpretation - , dann wird die Theorie nicht zureichend auf ihr Erklärungs- und Anregungspotential hin im didaktischen Sinne überprüfbar. Die anschließenden Abschnitte gliedern die mir gegenwärtig verfügbaren disziplinären Ergänzungen.

Zum Sprachgebrauch noch eine Anmerkung vorweg: Im Blick auf die zu verdeutlichenden Unterschiede spreche ich nicht von "Mikrowelten", sondern kehre zu der älteren und m.E. treffenderen Bezeichnung "*subjektiver Erfahrungsbereich*" zurück. Die Bezeichnung enthält den Hinweis auf das "Subjekt" als Träger. Sie thematisiert, daß es um "Erfahrung" geht und nicht nur um Wissen, denn auch der mathematische Habitus (siehe BAUERSFELD 1982) z.B. ist eingeschlossen ebenso wie die nicht-kognitiven Dimensionen der Motorik, "procedural knowledge" (vgl. ANDERSON 1980), Emotionen, Wertungen, "Ich-Identität" (KRAPPMANN 1971) usw. Und schließlich ist der "Bereich" weniger universal als eine Welt.[10] Gerade die Begrenzheit und Besonderheit trennen die Subjektiven Erfahrungsbereiche (im weiteren kurz SEB) voneinander.

3.2. Imagination vor Imitation - zur Soziologie

Die konkurrierende Aktivierung von Erfahrungsbereichen kann leicht als eine Neuauflage behavioristischer Reiz-Reaktions-Schemata mißverstanden werden, d.h. als ein Geschehen, dem das Subjekt als Träger ohne aktive Eingriffsmöglichkeit ausgeliefert wäre. Demgegenüber muß die Selbständigkeit und Verantwortlichkeit des handelnden Subjektes hervorgehoben werden, dem das Abbrechen oder konstruktive

Verändern einer Situation prinzipiell immer möglich ist und das spontan neue Bereiche eröffnen kann. Die Überzeugung von der Spontaneität und prinzipiellen Offenheit des Handelns läßt sich auch nicht mit Vorstellungen von lernfähigen Automaten (AI, vgl. SIMON 1979) in Einklang bringen. Deren durch Erfolg und Simulationsvorgaben gesteuerte Anpassung an systemexterne Bedingungen unterscheidet sich grundlegend von der lebendigen reflexiven Interaktion zwischen Menschen.

M.AUWÄRTER und E.KIRSCH haben das spontane Rollenspiel von Kindergartenkindern untersucht und kommen zu den überraschenden Feststellungen,

> "daß die *imaginativen* Anteile am kindlichen Rollenspiel weitaus größere Bedeutung als die *imitativen* haben." (1981, S.118)
>
> "Ebenso ist offenkundig geworden, daß das *Lernen von Inhalten* und der *Erwerb von sozialer Erfahrung und normativen Kenntnissen* im Rollenspiel *hinter die Einübung in Prozeduren* - etwa der Sicherung von Verständigung und Kooperation - *zurücktreten*."
>
> In der Analyse habe sich "auch der Eindruck verstärkt, daß *'kognitive' Spielen mit den inszenierten Inhalten* insbesondere der sozialen Realität ein nicht weniger starkes Motiv ist als das *'emotionale' Spielen mit aktualisierten Gefühlen*, mit ausagierten Ängsten und Konflikten."
> (a.a.O., S.119; alle Hervorhebungen eingefügt)

Jede Grundschullehrerin wird bestätigen können, daß diese suchende und wache Aktivität des eigenen konstruktiven Ausgriffs in die Welt auch für das frühe Schulalter (noch) gilt. Auch im Mathematikunterricht wird man daher davon ausgehen müssen, daß "Imagination" und "kognitives Spielen" einen größeren Anteil am Handeln der Kinder bestimmen, als wir bisher angenommen haben mögen.

Aus dieser Sicht gewinnen auch etliche Äußerungen Miriams rückblickend eine weitere Deutung, so z.B. ihre spontan erfundene Übertragungsprozedur "auf 9 kürzen" (siehe 2.3.3) oder ihr Wort "tendy" als Name für das noch unbekannte Zahlwort Hundert. Beide Entwürfe sind nicht etwa als Fertigprodukte in dem betreffenden SEB verfügbar und also einfach aktiviert worden, - keine vorangegangene Äußerung weist darauf hin. Sie lassen sich daher auch nicht als Ausdruck der Eigenaktivität "konkurrierender Mikrowelten" deuten, (die sogar angesichts des noch relativ wenig differenzierten Gesamtentwicklungszustandes besonders hoch sein könnte), wie LAWLER dies anzunehmen scheint (1981, S.26). Angemessener erscheint mir die Interpretation der Entwürfe als kreative Einsätze, als *spontane aktive Sinnkonstruktionen aus zuhandenen Elementen.*

Interessant wird dann die Frage nach dem Grad der Beliebigkeit dieser Kreationen und nach ihren Konstruktionsregeln, wenn es welche gibt. Worin besteht ihre unbezweifelte Abhängigkeit von verfügbaren SEB'en und deren Elementen? Ist deren Verknüpfung ein beliebiges Phantasieprodukt?

Im Fall des Wortes "tendy" liegt die Erklärung nahe: Hier wird das vertraute Konstruktionsprinzip der Zahlwörter für die Zehnerzahlen über die Grenzen des vorhandenen SEB "Zählen" hinaus fortgesetzt, nämlich "eight-ty, nine-ty, tendy". Bei den deutschsprachigen Kindern ist die analoge Schöpfung bekannt mit "acht-zig, neun-zig, zehn-zig".[11)]

Im Fall des "Auf 9 kürzen" mischen sich wahrscheinlich Verfall und Konstruktion. Von der gelernten und nahezu wieder vergessenen Obertragungsprozedur ist bei Miriam wahrscheinlich vor allem andern das Tabu der Zehnergrenze in jeder Ergebnisspalte des schriftlichen Additionsschemas erhalten geblieben, etwa in der Form: "In keiner Spalte darf mehr als 9 stehen!" In der späteren aktuellen Situation unter dem gegebenen Zwang, eine Lösung produzieren zu müssen oder zu wollen, liegt die aktive Konstruktion darin, unter Verarbeitung des weiter geltenden Tabus eine geeignete Obertragungsprozedur neu zu erfinden. Das Resultat ist die Zerlegung jeder zweistelligen Spaltensumme in "9 + x", wobei "9" hingeschrieben und "x" übertragen wird. Dazu ist nur die Aktivierung der vertrauten Zerlegungsverfahren aus der späten "Zähl-Welt" Miriams erforderlich, wenn man noch weiß, daß der Oberschuß transportiert werden muß. Es sollte festgehalten werden, daß Miriam hier nicht einfach eine Sachlogik re-konstruiert, sondern eine neue eigene Logik erzeugt.

Selbstverständlich sind (in der Deutung unserer Theorie) nicht nur die "Mittel" - die Zahlwörter im ersten und die Zerlegungsverfahren im zweiten Fall - an spezifische SEB gebunden. Auch die Miriams Handeln zugrunde liegenden "*Konstruktionsprinzipien*" - das Bildungsgesetz der Zahlwörter und das Obertragungsprinzip - sind in spezifischen SEB'en aufgehoben. In Abhebung von der Bewußtheit der Mittel sind die Konstruktionsprinzipien nur vorbewußt: Sie regeln das Handeln, man kann sich aber nicht zu ihnen verhalten, insbesondere kann sie der Handelnde nicht selbst beschreiben (dazu müßte er den spezifischen SEB verlassen). Sie können aber sehr wohl Elemente in einem neuen SEB werden, der Beziehungen zwischen Verfahren und ihren erzeugenden Prinzipien zur Perspektive hat. Die Konstruktionsprinzipien haben den Charakter von "*Regeln*" im WITTGENSTEINschen Sinne (vgl. dazu HABERMAS 1981, II, S.31-39) oder von "*konstitutiven Regeln*" im Sinne der Linguistik (vgl. GÖTTERT/HERRLITZ 1977, I, S.29).

Die "Regeln" werden im Handeln beiläufig erworben, und zwar während dem Handelnden geläufig wird, *wie* man es macht, ohne daß sie dabei als Regeln thematisiert werden müssen. Dies meinen wohl auch AUWÄRTER und KIRSCH, wenn sie die Präferenz der "Einübung in Prozeduren" gegenüber dem "Lernen von Inhalten" oder dem "Erwerb sozialer Erfahrung" beim Rollenspiel betonen.

Wir haben damit beiläufig die Einsicht in ein ganz anderes fundamentales Entwicklungsprinzip der subjektiven geistigen Welt gewonnen. SEB'e werden nicht einfach nur durch "Verfeinerung und Spezialisierung" im Gebrauch entwickelt. Ihre Grenzen überschreitet das Individuum aktiv entwerfend, erprobend und aushandelnd in Situationen sozialer Interaktion. Ein mächtiges Instrument dazu ist gerade im Felde des Mathematischen die Fortsetzung geläufiger Konstruktionsprinzipien in neue Gebiete hinein. Je nach der Situation können dabei neue SEB'e entstehen und dabei stabilisieren sich die Konstruktionsprinzipien. Sie gewinnen an Aktivierbarkeit, weil sie mehreren SEB'en angehören, wenn auch mit jeweils spezifischen Bedeutungsverschiebungen. (Aber sie sind deshalb noch keineswegs "generalisiert" worden, denn die Generalisierung als relatives Explizitmachen der Regel selbst hat das aktive Bemühen darum zur Voraussetzung und die Entstehung eines neuen SEB zur Folge.) In Anlehnung an den einen der beiden Schlüsselbegriffe figurativen Sprachgebrauchs, die "Metonymie", kann man in diesem Prozeß auch die Funktion des (sie erzeugenden) *"Kontiguitäts-Prinzips"* identifizieren und daher von *"metonymischem Fortsetzen"* (siehe BAUERSFELD/ZAWADOWSKI 1981) sprechen. FELIX KLEIN argumentiert auf derselben Linie, wenn er von

> dem "großen Anteil an der Entwicklung der Wissenschaft" (Mathematik) spricht, den "das algorithmische Verfahren als eine gewissermaßen *selbständig vorwärtstreibende, den Formeln innewohnende Kraft* unabhängig von der Absicht und Einsicht der jeweiligen Mathematiker und oft sogar ihr entgegen" gehabt hat. (1924, S.85; Hervorhebung im Original)

Wenn Mathematikunterricht als eine schwerlich optimale Lernorganisation unter den spezifischen Einschränkungen des Systems Schule überhaupt Erfolge in sinnvollem Lernen und nicht nur im Erwerb von Rezepten aufzuweisen hat, dann sicherlich nicht zuletzt wegen der aktiven Sinnkonstruktionen der Schüler und besonders wegen des Sonderfalls, dem metonymischen Fortsetzen. Da man die entsprechende Kompetenz zur Grundausstattung des menschlichen Geistes zählen darf, wird sie auch weiterhin, wiewohl das System Schule als System vom ersten Schuljahr an massiv zu deren Einebnung und zivilisierender Anpassung beiträgt, gewissermaßen subversiv und produktiv störend fortwirken und den Mathematikunterricht allen Systembedingungen zum Trotz gelegentlich zum Abenteuer werden lassen. Ein einfühlsamer 'wissender' Lehrer kann dieser Konpetenz zu sinnerfüllender Entfaltung verhelfen.

3.3. Funktion der Sprache - zum Symbolischen Interaktionismus

Wenn kein Begriff für sich allein stehen kann und nur aus dem Netz seiner Beziehungen zu anderen Begriffen verständlich und erklärbar ist, dann sollte auch einleuchten, daß jede Wortbedeutung einen bestimmten SEB zur Heimat hat. Ande-

rerseits gehört zu jedem SEB ein spezifischer Sprachgebrauch. Jeder SEB stellt, zusammen mit seinen "Vorfahren" und den durch ihn verknüpften anderen SEB'en, einen abgeschlossenen Kontext im den Sinne dar, daß die Netze seiner Begriffe nicht aus diesem Verbund hinausreichen.

Dies hat zur Folge, daß das gleiche Wort in unverbundenen SEB'en in spezifisch verschiedenen Beziehungsnetzen benutzt wird und daher vom Sprecher nicht als "dasselbe" Wort - d.h. mit einer einheitlichen SEB-übergreifenden Bedeutung versehen - wahrgenommen wird. Miriam gebrauchte zu Beginn von LAWLERs Studie Wörter wie "dreißig" und das Symbol "30" in deutlich verschiedenen Netzen: Als Nachfolger von "neunundzwanzig", wie beim Zählen, hat "dreißig" beim Geld kaum eine Funktion, Andererseits spielt die subjektiv hochgeschätzte Kaufkraft von "30 cts.", die sich in zwei Kaugummipäckchen à 15 cts. repräsentiert, in der Computerwelt keine Rolle. Dort dreht sich eine Schildkröte beim Drücken der Tasten "3" und "0" um einen Winkel von 30° nach rechts, kurz: "dreißig rechts". Wie das Beispiel in 2.3.1 belegt, bewirkten minimale Unterschiede in der Präsentation der Rechenaufgaben die Aktivierung eines jeweils anderen SEB und damit übrigens auch die Aktivierung einer jeweils anderen Lösungsprozedur. Die Einsicht in die Existenz einer allgemeinen, d.h. SEB-übergreifenden Bedeutung der Zahlwörter ist nicht selbstverständlich verfügbar. Sie stellt sich anscheinend wie ein qualitativer Sprung ein. Doch wissen wir bisher nichts Genaueres über die zugrunde liegenden Konstruktionsprozesse. LAWLER versteht den Schritt als "kognitive Neuordnung auf der Grundlage überreichlicher Lösungserfahrung mit einfachen Aufgaben" (1981, S.19). Sicher ist, daß entgegen üblichen Wachstums- oder Entfaltungsvorstellungen - deretwegen Metaphern wie "entwickeln" u.a. hier nur mit Vorbehalten benutzt werden können - der allgemeine Begriff sich nicht einfach aus Zähl-, Geld- und Rechenerfahrungen gleichsam wie nach einem vorgegebenen Bauplan 'entwickelt' und daß die Einsicht *nach* ihrem Zustandekommen durchaus noch anfällig ist und der weiteren Ausarbeitung bedarf.

Wenn Wortbedeutungen situations- und bereichsspezifisch sind, dann lassen sich kaum aus Untersuchungen in einer einzigen, einheitlich gestalteten Situation verläßliche Aussagen über den Sprachgebrauch des Kindes oder die Verfügbarkeit von Begriffen gewinnen. Mit diesen Überlegungen werden viele Untersuchungen zum Zählen, zum Zahlverständnis und zum Umfang der Zahlkenntnisse im Vor- und Grundschulalter fragwürdig. Man erfährt dann bestenfalles, was das Kind mit dem bestimmten Material unter seiner Wahrnehmung der gestellten Aufgabe in der gegebenen spezifischen Situation kann. Was hätte ein Interviewer über Miriam gesagt, die mit 6;6 zwar sofort wußte, daß 90 + 90 = 180 ist, aber 9 + 9 = ? in der Umformung 8 + 8 + 2 an den Fingern auszählte? Ohne Vertrautheit mit den SEB'en des be-

stimmten Kindes kann ein Interviewer auch keine brauchbare Erwartung davon bilden, welche Erfahrungsbereiche beim Kinde durch bestimmte von ihm (dem Interviewer) arrangierten Details der Situation, des Materials oder seiner Äußerungen vermutlich aktiviert werden. In ihrer Logik nicht einsichtige, d.h. nicht auf spezifische Erfahrungsbereiche rückbeziehbare Äußerungen des Kindes erscheinen dem Interviewer dann als "Kuriosa" oder "magisch" bestimmt. Äußerungen des Kindes, die aus Interviewersicht widersprüchlich wirken, können sich aus ihrer Zugehörigkeit zu verschiedenen getrennten SEB'en erklären, die ohne Beziehung zueinander sind. Angesichts der relativ geringeren Verknüpftheit der SEB'e wäre für eine Diagnose, Förderung und Beurteilung gerade beim jüngeren Kinde die Vertrautheit mit seinen Voraussetzungen von besonderem Gewicht. Ein Grundproblem aller Untersuchungen von kindlichen Fähigkeiten, soweit sie für stabil gehalten werden, vertieft sich somit: Mit der fraglichen Fähigkeit verbunden wirkt stets allgemeine Intelligenz mit (vgl. 3.8), und zwar im Sinn von individuell verschiedener Anpassungsfähigkeit und Flexibilität in einer Situation und von spontaner Konstruktionsfähigkeit.

Bei aller Verschiedenheit der aus Fallstudien und anderen Dokumenten rekonstruierbaren "*Subjektiven Erfahrungsbereiche* (SEB)" und ihrer biographisch bedingten individuellen Besonderheiten lassen sich viele Ähnlichkeiten und Übereinstimmungen zwischen ihnen wie überindividuelle, gesellschaftlich-historische Wirklichkeiten behandeln. Aus soziologischer Sicht *sind* sie Kernstück der gesellschaftlichen Wirklichkeit. Die weitreichende Normierung unseres Alltags, unterstützt von dem Einfluß der Medien (Reklame, "Sesam-Straße" usw.) und die Gemeinsamkeit der kulturellen Tradition erzeugen die Identität der bestehenden Gesellschaft. Sie ist eine wichtige Voraussetzung für das Funktionieren von Schule und Unterricht in den vorhandenen Formen. Diese gesellschaftlich-historische Identität ermöglicht es dem Lehrer, von einer hinreichenden Übereinstimmung zwischen SEB'en auszugehen, die je auf denselben Ausschnitt der objektiven Welt oder der gesellschaftlichen Wirklichkeit bezogen sind. Zur Unterscheidung von den SEB'en sollen die interindividuellen Kongruenzen der subjektiven Erfahrungen entsprechend als "*Erfahrungsbereiche*" bezeichnet werden. Eine Vorurteile vermeidende Rekonstruktion derartiger *intersubjektiv geteilter* Erfahrungsbereiche scheint mir nur über die vergleichende Analyse von SEB'en möglich zu sein.

Die Betonung der Spezifität der SEB darf im übrigen nicht den Blick dafür verstellen, daß die Sprache mächtige symbolische Repräsentationsmittel in Form der in ihr aufgehobenen direkten Bezeichnungs- und indirekten Umschreibungs-Möglichkeiten bereithält, die freilich aktiv erworben werden müssen. Als Medium unseres Denkens und der sozialen Interaktion stehen sie nicht erst nach Vollzug der Ein-

sicht quasi zur Etikettierung bereit, sondern bestimmen den subjektiven Vollzug durch ihre Strukturen mit.

3.4. Veranschaulichung als methodisches Prinzip - zur Erkenntnistheorie

Die Bereichsspezifität des subjektiven Sprachgebrauchs besagt, daß es keine automatische Verallgemeinerung von Begriffen gibt. Der Weg zu allgemeineren Begriffen führt nur über die aktive Bemühung um die Verknüpfung der Perspektiven von SEB'en, und das heißt über die Gründung eines neuen SEB, in dem die Beschreibung der Vergleichsaspekte die Perspektive bildet.

Diese Feststellung ruft die Frage nach der Möglichkeit didaktischer Hilfen zur Unterstützung des Prozesses auf und damit die Frage nach der Natur von sog. Veranschaulichungen zur Einführung eines mathematischen Begriffs. Aus der Sicht des Lehrers oder des Mathematikdidaktikers geht es dabei um einen Morphismus zwischen der zu erklärenden mathematischen Struktur und der Gegenstandsstruktur eines Erfahrungsbereiches oder mehrerer Erfahrungsbereiche.

Den unterrichtsmethodischen Entwürfen und üblichen Unterrichtspraktiken lassen sich zunächst oberflächlich nach den verschiedenen zugrundeliegenden Erwartungen zwei Veranschaulichungsmodelle zuordnen, ein *Abstraktions-Modell* und ein *Übertragungs-Modell*:

* Beim Abstraktionsmodell wird vom Schüler erwartet, daß er das Gemeinsame zwischen zwei oder mehr SEB'en auf dem Wege über Strukturvergleiche durch Weglassen des mathematisch Irrelevanten erkennt.
* Beim Übertragungsmodell hingegen soll der Schüler unmittelbar die in einem bestimmten SEB geläufigen Perspektiven und Funktionen (oder Teile davon) auf eine Darstellung der zu erklärenden mathematischen Struktur übertragen, indem er mit der Darstellung so handelt, *als ob* es der bestimmte (vertraute) SEB sei. (Es hätte dehalb auch "Transfer-Modell" heißen können.)

Zum Abstraktionsmodell: Vergleiche zwischen SEB'en lassen sich wegen der Spezifität der Interessen, Sinnzuschreibungen, Sprache, Handlungen, Routinen usw. in den SEB'en nicht aus der Perspektive (d.h. mit den Elementen) von irgendeinem der in den Vergleich einbezogenen SEB vornehmen. Die Verknüpfung vorhandener SEB unter einen neuen Zielvorstellung setzt eine eigene neue Perspektive voraus. Wie schwer es ist, sich zu einer solchen Vergleichsperspektive aufzuschwingen (als Schüler) oder diesen Prozeß durch geeignete Hilfen zu unterstützen (als Lehrer), das läßt sich an der Entstehung von Miriams "Konformem" Erfahrungsbereich demonstrieren.

Im Verlauf des entscheidenden Gesprächs, (auf dessen vollständige Wiedergabe in der Zusammenfassung in 2.3.4 aus Platzgründen verzichtet werden mußte), versucht LAWLER immer wieder durch inhaltliche Hinweise, graphische Darstellungen und Fragen Miriam zum Einschwenken auf seine (LAWLERs) Perspektive zu veranlassen. Miriam aber, innerhalb ihres "Serien"-Bereiches rechnend, verarbeitet alle Hinweise des Vaters entsprechend der Logik des aktivierten SEB auch nur rechnerisch, - aber nicht etwa *über die Bedingungen ihres Rechnens reflektierend.*
Erst bei einer weiteren Aufgabe stellt Miriam spontan mit einer aktiven Sinnkonstruktion die Verknüpfung her, für den Interviewer LAWLER überraschend (siehe 2.3.4). Sie entdeckt für sich den Stellenwert .

Die Reflektion *über* die verschiedenen Rechenwege - es kam LAWLER auf Miriams Einsicht in die strukturelle Obereinstimmung zwischen ihrem schriftlichen Additionsverfahren ("Papiersummen") und ihrem integrierten Additionsverfahren des mündlichen Rechnens ("Serien"-Lösung) an - kann erst in einem eigenen neuen SEB gelingen. Und dessen Gründung bedarf einer aktiven Sinnkonstruktion, die zwar von außen unterstützt, aber nicht gewissermaßen stellvertretend für das Individuum vollzogen werden kann.

LAWLERs Stützversuche haben durchweg den Charakter von Rechenfragen, die aus der Perspektive eines Einsichtigen die erwünschten Schlüsse nahelegen, also 'Denkanstöße' darstellen (sollen). Aber es sind keine instrumentellen Hilfen zur Durchführung des Vergleichens. Es sind nicht einmal Signale zur Distanzierung vom aktivierten SEB. Seine Hinweise funktionieren, als ob es Rechenanweisungen für wechselnde SEB'e seien, teils für den "Papiersummen"-Bereich, teils für den "Serien"-Bereich.

Erst Miriams spontane Einsicht in den Stellenwert - (siehe 2.3.4), die LAWLER nicht explizit angestrebt hat - erzeugt die erforderliche Perspektive, mit der die beiden Rechenverfahren verglichen und als gleichwertig erkannt werden können.

Es sollte hier festgehalten werden, daß strukturelle Vergleiche nur gelingen können, wenn ein auf die Funktion des Vergleichens eingerichteter SEB verfügbar ist oder spontan gegründet werden kann. Gelingt die Gründung nicht, so stellt der Lernende unter gegebenem Reaktionszwang eine Ersatzkonstruktion *innerhalb* der aktivierten SEB her, die für ihn aktuell sinnvoll erscheint und (vielleicht) auch in Teilgebieten richtige Lösungen oder Schlüsse liefert. Damit wird zugleich ein Ursprung vieler Fehlstrategien von Schülern erklärt.

Beiläufig ergibt sich aus der Diskussion eine veränderte Deutung des *"Kontext"*-

Begriffs. Es gibt für Miriam keinen objektiven Kontext, der ihr Handeln *unmittelbar* anzuleiten vermöchte. Ihre subjektive Wirklichkeit, d.h. ihre subjektive Interpretation der gegebenen objektiven Bedingungen durch ihren jeweils aktivierten SEB, orientiert ihr Handeln. Der 'Kontext' liegt daher in ihrem aktuell aktivierten SEB, d.h. im Zusammenhang der Elemente seiner Perspektive und der zugeordneten Funktionen, und nicht außerhalb in irgendwelchen Lernarrangements. Für den Lernenden ist Kontext immer subjektiver Kontext (vgl. MEHAN/WOOD 1975).

Zum Übertragungsmodell: Hierfür soll ein klassisches Beispiel herangezogen werden, die bei LIETZMANN/GRAF (1941, S.61) dargestellte und von STENDER in der Neubearbeitung des LIETZMANN (1961, S.111) wörtlich übernommene Veranschaulichung der Addition und Subtraktion ganzer Zahlen:[12]

" (1) $m + (+a) = m + a$ (3) $m + (-a) = m - a$

(2) $m - (+a) = m - a$ (4) $m - (-a) = m + a$

(in denen m und a natürliche Zahlen bedeuten sollen) Von einem beliebigen (positiv oder negativ bezeichneten) Punkte m der Zahlengeraden soll man z.B. im Falle (3) das Gesicht nach rechts gewandt (das bedeutet das Operationssymbol '+') a Schritte rückwärts (das bedeutet das Vorzeichen '-' vor a) gehen. Dann erreicht man die Stelle m-a. Im Falle der vierten Formel soll man, das Gesicht nach links gewandt, a Schritte rückwärts gehen. Dann erreicht man die Stelle m+a. Man sieht, in dieses Bild passen auch die beiden ersten Formeln."

Alle Autoren sprechen noch ungeniert von einer "Einkleidung". Doch schon LIETZMANN/GRAF fanden, "daß es gar nicht so einfach ist, das Bild bis in alle Teile durchzuführen." (1941, S.61).

Kinästhetische Erfahrungen und Beschreibungen aus dem Erfahrungsbereich des "Gehens auf Wegen" werden hier beansprucht, um in den anderen Erfahrungsbereich des "Operierens auf der Zahlengeraden" hinein *fortgesetzt* zu werden. Diesem Erfahrungsbereich sind Rechen-Bereiche untergeordnet u.a.m. Mit der Fortsetzung ändert sich der Sinn der vertrauten Handlungen - wir können jetzt auch sagen: ihr Kontext ändert sich. Da dergleichen nicht automatisch geschieht, wird eine *aktive Sinnkonstruktion* vom Lernenden gefordert. Sie liegt in Folgendem: Der Schüler muß "auf einem Strich gehen", entsprechend der Darstellung der Zahlengeraden, statt auf einem Weg von endlicher Breite. (Das mag für viele Schüler eine bereits vertraute Spielbewegung auf den Ritzen von Plattenwegen u.ä. sein.) Schwieriger: Er muß außerdem Blickrichtung und Gehrichtung auseinanderhalten. Und das stellt im Alltag eine Zumutung dar, wenngleich es möglich und für Schüler vorstellbar sein dürfte. Doch wird vertraute Erfahrung damit *zu Veranschaulichungszwecken deformiert*, und das ist ein Indiz dafür, daß es mit der Schlüssigkeit des Übertragens hapert.

Die Deformation zu Veranschaulichungszwecken geschieht nicht zufällig, sondern hat systematischen Charakter. Die zugerichtete Erfahrung muß zur Erklärung des neuen Begriffs herhalten. Als Deformation ihrerseits erklärungsbedürftig muß sie als Erklärung dienen, - ein klassischer Zirkel. Der Zweck der Deformation zu Veranschaulichungszwecken ist die *verdeckte Definition* des neuen Begriffs. Man könnte einwenden, daß doch gerade dem Spazierengehen auf Wegen diese Struktur zu eigen sei, was man durch Abstraktion prüfen könne, indem man die unwesentlichen Aspekte vernachlässige und die wesentlichen Merkmale hervorhebe, und daß damit die Definition - verdeckt oder nicht - gerechtfertigt sei. Hier liegt der entscheidende Punkt: Wenn der Alltagsvorgang *so* beschrieben wird, dann kann ich ihn auch so *sehen*, d.h. diese Struktur in ihm erkennen. Nur, ich kann die algebraische Struktur in das Gehen hineinsehen, aber ich kann sie nicht zwingend daraus *ableiten*. Die Voraussetzung für das So-sehen ist eine Definition, eine theoretische Grundlage; ich brauche eine Theorie, *um so sehen* zu können.

> SEILER hat diesen didaktisch wichtigen Sachverhalt am Beispiel der Einsicht in die Mengeninvarianz (PIAGET) demonstriert (1968, S.160 f.). Er stellt fest, daß die Invarianzvorstellung nicht aus Erfahrung ableitbar ist: "Denn die Dingerfahrung ... lehrt die Invarianz gar nicht."
>
> Und es "steckt auch ein ganz wesentlicher Konstruktionsprozeß" in der Findung der Invarianzregel, so daß der Begriff der sozialen Vermittlung bedarf und als ein "unverifizierbares Postulat", also als eine Vorstellung von Wirklichkeit gelernt werden muß.

Kinder und Schüler nehmen vieles hin. Welche Antwort bekäme ein bei der LIETZMANN-Einführung auf sein Recht zur Einsicht pochender Schüler? Wahrscheinlich: "Das macht man eben so" oder "Es hat sich als nützlich erwiesen". Daß selten jemand fragt, spricht gegen den Unterrichtserfolg in einem tieferen Sinne. Denn der bekannte Erfolg besteht in der Erleichterung der Gewöhnung. Wenn der Schüler nur lange genug im neuen Erfahrungsbereich mit der Hilfsvorstellung operiert und Routinen ausgebildet hat, ist der Funke der Erklärungssuche erloschen. Das dem Ansatz zu Grunde liegende und höchst nützliche "metonymische Fortsetzen", das die Oberschreitung von SEB-Grenzen ermöglicht (siehe 3.2.), kann in dieser (Nicht-)Aufarbeitung seine konstruktive Macht nicht entfalten und wird nur als Eselsbrücke zur Eingewöhnung in ein Handlungsrezept mißbraucht.

Aus unserer Sicht unterscheidet sich das Obertragungsmodell nicht strukturell vom Abstraktionsmodell. Bei der LIETZMANN-Einführung müssen von Anfang an zwei verschiedene Erfahrungsbereiche aktiviert werden, der Alltags-Erfahrungsbereich "Gehen auf Wegen" und der schulische Erfahrungsbereich "Umgang mit der Zahlengeraden." Denn ohne ein Wissen von der graphischen Darstellung der Zahlengeraden, von Punkten auf ihr und deren Bezeichnung durch ganze Zahlen usw. wäre ein "Gehen auf der Zahlengeraden" nicht vorstellbar. Das heißt aber für den Schüler:

Es geht wie beim Abstraktionsmodell um die Verknüpfung zweier SEB zum Zweck der Stiftung eines dritten SEB, in dem "Addition und Subtraktion ganzer Zahlen als gerichtete Bewegung (Vektoren) auf der Zahlengeraden" einsichtig werden können. Mit der Perspektive dieses dritten SEB können die Beschreibungen der beiden ersten SEB parallel gesehen, verglichen und das strukturell Gleiche benannt werden, d.h. der dritte SEB ermöglicht die aktive Konstruktion des Morphismus. Statt dessen werden in der Einführung die je spezifischen Sprachelemente durcheinander gemischt: Es wird mit der Geh-Sprache auf der Zahlengeraden vorwärts und rückwärts gewandert, und es wird mit der Zahlengeraden-Sprache der Unterschied zwischen Blick- und Gehrichtung beschrieben (als "Vorzeichen" und "Operationssymbol") usw. Auf diese Weise wird die allmähliche Eingewöhnung in das Handlungsrezept erreicht, aber keine Einsicht erzeugt, und die Sprache bleibt unscharf, weil die Vergleichsperspektive fehlt.

Somit läßt sich abschließend behaupten: Veranschaulichung als methodisches Prinzip beruht in der Anwendung oft auf falschen Voraussetzungen, weil sie *Kausalität zu konstruieren vorgibt, wo "nur eine Annahme des erkennenden Geistes vorliegt"* (man vergleiche dazu LUHMANNs Ausführungen über "Die Voraussetzungen der Kausalität", 1982, S.41 f.). Die üblichen Vorstellungen von Abstraktion und Übertragen oder Transfer im unterrichtsmethodischen Veranschaulichen oder Vergegenständlichen erscheinen aus unserer Sicht als Beschreibungen von Oberflächenphänomen. Sie können, wie vorstehend skizziert, durch ein einheitliches Erklärungsdell ersetzt werden. LAWLER muß ähnliche Folgerungen vorhergesehen haben, denn er sagt in der Einleitung zu seiner Arbeit (1981, S.2):

> "Wir hoffen, Abstraktionen und den Prozeß der 'Abstraktion' dadurch zu vermeiden, daß wir das Entstehen breit anwendbarer Fertigkeiten mit der Interaktion von hochspezifischen Kenntnissen beschreiben."

3.5. SEB und Rahmen - zur Kommunikationstheorie

Mit der Einbeziehung auch nicht-kognitiver Aspekte in den Begriff des SEB (3.1), der fundamentalen bereichsüberschreitenden Funktion des metonymischen Fortsetzens (3.2) und der Partikularität der Sprache in ihrer primär bereichsspezifischen Gebundenheit (und zugleich potentieller Verallgemeinerungsfähigkeit, 3.3) haben wir bisher das Bild vom "informationsverarbeitenden" Individuum erweitert. Dennoch reicht dieses erweiterte Modell zur Interpretation von Lehr- und Lernprozessen im Unterricht noch nicht aus, weil es in der Konzentration auf das *Individuum* die *soziale* Wirklichkeit der Institution vernachlässigt und damit die intensive Eingebundenheit aller individuellen Tätigkeiten in soziale Interaktionen und deren Funktion ignoriert.

Dagegen sehen AUWARTER und KIRSCH (1981) schon das Vorschulkind in seinem Rollenspiel auf "Verständigungsprozeduren" und auf die "Kontextabhängigkeit von Interpretationen oder Bewertungen" eingestellt und betonen die jeweils "ausgehandelte Natur des Konsensus" in Analogie zum Alltagshandeln:

> "Der Handelnde ist auf interpretierendes Vorgehen angewiesen, wenn er Situationen und Handlungen bewerten will, er muß dazu die Äußerungen und Handlungen anderer in konstruktiver Eigenleistung selbst mit Sinn ausstatten, und er kann diese interpretativen und konstruktiven Leistungen nicht losgelöst vom interaktiven Kontext erbringen. Denn die Zuschreibung von Bedeutungen, die Definition von Relevanzkriterien und die Anwendung von Bewertungsmaßstäben sind genuin ausgehandelter Natur." (AUWARTER/KIRSCH 1981, S.119)

Für den Unterricht im frühen Schulalter sind derartige Aspekte in den letzten Jahren innerhalb der Soziologie und Soziolinguistik unter vorwiegend ethnomethodologischen Ansätzen in der Interaktionsforschung und in Diskursanalysen bearbeitet worden (z.B. CICOUREL u.a. 1974, MEHAN/WOOD 1975, MEHAN 1978 und 1979, STREECK 1979; vgl. auch TERHART 1979). Die Untersuchungen und Ansätze erstrecken sich nicht nur auf die Erfassung sozialer Regeln der Unterrichtsprozesse. Sie haben auch den inhaltlichen und den vermittlungsbezogenen Aspekten durch die Gründung auf symbolische bzw. soziale Interaktionen eine andere Interpretationsbasis gegeben (vgl. BAUERSFELD 1982):

> Bedeutung ist weder der "Ausfluß der inneren Beschaffenheit des Dinges, das diese Bedeutung hat", noch ist sie "das Ergebnis einer Vereinigung psychologischer Elemente im Individuum", sie geht vielmehr "aus dem Interaktionsprozeß zwischen verschiedenen Personen hervor."
> (BLUMER, in ARBEITSGRUPPE BIELEFELDER SOZIOLOGEN 1973, S.83)

Didaktische Interaktions- und Diskursanalysen, die die Funktion des verhandelten (mathematischen) Gegenstandes hervorheben und damit die inhaltlich-strukturelle Spezifität des Diskurses untersuchen, sind bisher rar (vgl. BAUERSFELD 1978, KRUMMHEUER 1981, 1982 und in diesem Band, desgl. VOIGT). Eine Hauptschwierigkeit liegt in der mangelnden Differenziertheit der theoretischen Grundlagen selbst. Dem disziplinären Interesse folgend sind die Beschreibungssysteme zumeist auf die Darstellung von inhaltsneutralen oder allgemei[illegible] sozialen Phänomenen (der Sprache, der Unterrichtsorganisation, des Sprech[illegible]sels usf.) eingerichtet. Auch wird zumeist der didaktisch wesentliche Gesichtspunkt der Genese der analysierten Zusammenhänge nicht aufgenommen. Eine Anpassung an didaktische Perspektiven auf dem Wege des additiven Ergänzens erweist sich daher als schwierig. Das Einfügen von inhaltsspezifischen, genetischen, institutionsspezifischen u.a. Ansätzen ruft unvermeidlich Verträglichkeitsprobleme auf und fordert vermehrte Reflektion. Das bestärkt uns in der Anwendung *abduktiver* Strategien[13)], die sich in der Integration der innovativen Theorieentwicklung mit der Interpretation von Unterrichtsdokumenten, der unmittelbaren Beoabchtung und der Beratung äußert.

Andererseits ergeben sich bei verschiedener Fokus der Analyse am selben Material auch verschiedene theoretische Präferenzen:

* Richtet man das Augenmerk auf die Rekonstruktion der Regelhaftigkeiten des lokalen inhaltsbezogenen Handelns, seines jeweiligen Kontextes und seiner Logik, so eignet sich zur Analyse das "society-of-mind"-Modell der nicht-hierarchischen kumulativen Gedächtnisorganisation mit ihrer konkurrierenden Aktivierung von Bewußtseinszuständen (verfügbare SEB'e oder Teile davon) und deren aktueller konstruktiver Ausprägung in der gegebenen konkreten Situation. Das ist das im vorliegenden Text entwickelte Modell, im weiteren kurz *SEB-Modell* genannt.

* Richtet sich das Augenmerk auf ausgehandelte, als geteilt geltende "Interpretationsschemata" für die "Definition einer Situation" (GOFFMAN 1981, S.19), also auf interaktive Organisationsprinzipien von Wahrnehmen und Handeln, dann eignet sich zur Analyse das "Rahmen"-Konzept, wie es KRUMMHEUER in einer Folge von Untersuchungen in Anlehnung an GOFFMANs "frame analysis" (1974) ausgearbeitet hat (siehe seinen Beitrag in diesem Band); im weiteren kurz *Rahmen-Modell* genannt.[14)]

Die beiden Beschreibungsmodelle sind *komplementär* in dem Sinne, daß mit der Obernahme der Perspektive des einen Modells die Perspektive des anderen Modells aus dem Blick gerät. Auf diese Weise gründet die Stärke des einen Modells in der korrespondierenden Schwäche des anderen.

- Das SEB-Modell erlaubt die oben skizzierten Präzisierungen der Begriffe Abstraktion, Transfer und Veranschaulichung. Es ermöglicht insbesondere eine differenzierte Abbildung des mathematischen Lernprozesses über die Bildung neuer SEB und die Verknüpfung von bestehenden SEB'en. Das
- Rahmen-Modell führt zu einer genaueren Beschreibung institutionalisierter Kommunikationsprozesse, insbesondere durch Begriffe wie "Arbeitsinterim", "Rahmenkonflikt", das Phänomen des "Heruntermodulierens" usw.

Die Schwächen der beiden Modelle gründen in den Spezifika ihrer jeweiligen disziplinären Herkunft:

- Das SEB-Modell steht in der Gefahr der Oberschätzung strukturell-gegenständlicher Vorgaben, insofern seine Erfahrungsbereiche leicht als stabile Systeme mißverstanden und vorrangig ihre mathematischen Gehalte gesehen werden, und die gedächtnistheoretische Grundlage legt die Dominanz einer individualistischen Perspektive nahe.
- Das Rahmen-Modell steht in der Gefahr der Oberschätzung der interaktiven Momente, indem es zwar die Primärrahmen als subjektive Organisationsprinzipien einführt, Modulationen aber als allen Beteiligten verfügbar ansieht und damit das aktuelle interaktive Aushandeln in den Vordergrund rückt, so daß leicht die soziale Konstitution der Wirklichkeit dominiert.

Wir, die Arbeitsgruppe, sind im übrigen der Meinung,daß die Verfolgung alternativer Theorieansätze für die Diskussion innerhalb der Forschung sowie mit interessierten Lehrern gleichermaßen förderlich sein kann. Die Verfügbarkeit von Alternativen kann die Empfindlichkeit gegen vorschnelle Kausalitätsüberzeugungen vermehren helfen, zumal in einem Arbeitsfeld, in dem zumeist nur Erklärungsmodelle konstruierbar sind (siehe das LUHMANN-Zitat in 3.4). Vorzeitige Uniformisierungsbestrebungen würden zudem die Ausarbeitung möglicher fruchtbarer Folgerungen nur behindern.

3.6. Funktion des Ich - Zur Identitätstheorie

Bei der Interpretation von Unterrichtsprozessen führen zwei Anlässe vorrangig auf die Frage nach der Funktion des Selbstverständnisses, des Selbstkonzeptes oder des "Ich" zurück: Die offenkundige Betroffenheit oder emotionale Reaktion von Schülern bei scheinbar ganz sachlich bestimmten Diskussionen, nicht nur bei "Aha"-Erlebnissen, und bestimmte Abschnitte in der Gruppenarbeit von Schülern und anderen Kleingruppen-Diskussionen, die sich mit anderen Konzepten nicht befriedigend erklären lassen. Im Zusammenhang mit der Umkonstruktion der "Rahmen-Analyse" GOFFMANs für Analysen von Mathematikunterricht hat KRUMMHEUER die identitätstheoretischen Ansätze aufgearbeitet und im Ergebnis das Prozeßmodell der "Herstellung der Ich-Identität" als ein jeweils aktuell balanciertes Verhältnis zwischen der "persönlichen Identität" und der "sozialen Identität" des Individuums hervorgehoben (vgl. KRUMMHEUER 1981 und 1982, S.96 f.).

Mit dieser theoretischen Erweiterung läßt sich an eine Beobachtung LAWLERs eine vertiefende Analyse mit bedenkenswerten Folgerungen anknüpfen:

> Die Entstehung des "Konformen" SEB bei Miriam beruht auf der Einsicht in den Stellenwert einer Ziffer auf der Zehnerstelle einer Zahl und auf dem Schluß, daß die Additionsergebnisse des mündlichen Rechnens und von "Papiersummen" gleich sein *müssen* (siehe 2.3.4). Damit war der neue SEB keineswegs schlagartig fertig.
>
> Beim Lösen vieler anschließender Aufgaben lernte Miriam den Stellenwert des Hunderters und weiterer Stellen kennen. Auch eine andere sprachliche Formulierung des Obertragens erwarb sie in dieser Zeit. Nach diesen Mühen um die Ausarbeitung der Perspektive und der Funktionen des "Konformen" SEB stellte LAWLER nebenstehende Aufgabe, die Miriam wie eingetragen löste. Er erklärte ihr, sie habe den Obertrag in die Zehnerspalte als eine Zehn behandelt und die "4" und "5" als Einheiten, habe zudem den Obertrag in die Hunderterspalte übersehen und bei den Tausendern dann auch. Reaktion: "She was so angry she refused to do any more calculations." (LAWLER 1981, S.26) und dieser Zorn hielt mehrere Tange lang an, bis sie das Rechnen aus einem konkreten Anlaß wieder aufnahm, um ihrem Vater eine Freude zu bereiten.

	4	7	3	4	5
+	2	2	8	5	7
7	0	1	9	2	

Wie kann ein einziges falsches Rechenergebnis eine derart tiefgehende und nach-

haltige Erschütterung der persönlichen Identität auslösen? Verglichen mit der Gefühlsäußerung bei der Entstehung des "Serien"-SEB ("with a shocked look on her face", siehe 2.3.4), die aber den Fortgang nicht aufhielt, liegt hier deutlich etwas anderes vor.

Das läßt sich etwa so beschreiben: Am Anfang des "Konformen" SEB steht eine als zwingend empfundene Einsicht, das *muß* hier so sein. Dieser selbst vollzogenen Gedankenkonstruktion folgt ein Abschnitt intensiver Ausarbeitung der Perspektiven und zunehmender Sicherheit im Rechnen. Der Erfolg wird ausgebaut. Die mehrschichtigen Verfehlungen in einem inzwischen zur Routine gewordenen Lösungsgang, betont noch durch die gehäufte Korrektur des Vaters, lösen eine schwere Störung aus. Das Vertrauen in das eigene Denken, auf die Kraft der selbsterworbenen Einsicht, steht plötzlich in Frage.

Nach ERIKSON läßt sich der Abschnitt der Identitätsentwicklung, in dem sich Miriam zu dieser Zeit vermutlich befindet, durch das Gegensatzpaar "*Werksinn gegen Minderwertigkeitsgefühl*" charakterisieren (1966, S.98 f.). Das Kind entwickelt im Stadium des "Werksinns" eine "Lust an der *Vollendung eines Werkes* durch Stetigkeit und ausdauernden Fleiß." (S.103). Dies trifft eindeutig auf die skizzierte Ausarbeitung des SEB zu. Die negative Seite, die Gefahr dieses Stadiums ist die "Entwicklung eines Gefühls von *Unzulänglichkeit und Minderwertigkeit*" (S. 103) im Falle von Mißerfolgen oder des Scheiterns. Der mehrschichtige Mißerfolg nach so stetiger und erfolgreicher Bemühung macht diese Deutung auch für Miriam Fall einleuchtend. Die starke Emotion zeigt den *Zorn auf sich selbst* und die *Enttäuschung über sich selbst* an: Zorn, weil das eigene Denken als unzulänglich und minderwertig empfunden wird; Enttäuschung, weil die vermeintlich erreichte Sicherheit der Einsicht und des Könnens plötzlich zusammenbricht. Verstärkend tritt wahrscheinlich hinzu, was ERIKSON besonders für amerikanische Familien reklamiert, daß hier nämlich eine "Identifikation" mit dem Vater vorliegt, "die auf einem Gleichwertigkeitsgefühl basiert, das durch gemeinsame Tätigkeit erlebt wurde." (a.a.O., S.97; die Identifikation kann sich ebenso auf die Mutter beziehen in anderen Fällen). LAWLER hebt selbst an verschiedenen Stellen hervor, wie sehr diese erlebte Gemeinsamkeit für Miriam Antrieb und Stütze bedeutet hat. Die gestörte Identifikation aber wirkt verstärkend auf das Minderwertigkeitsgefühl zurück.

Wenn der Anspruch der Totalität des Erfahrbaren für den Umfang der SEB'e gilt, dann sind in jedem SEB die Identitätserfahrungen aus den zugehörigen Situationen innig und untrennbar in den Kontext eingewoben. Die sonst unerklärlichen Präferenzen bestimmter Elemente und Funktionen, die sich in Form von bestimmten Vor-

lieben, Verdrängungen u.ä. äußern, dürften auf diesen Identitätsanteil der subjektiven Erfahrungen zurückzuführen sein. Für den Unterricht bedeutet dies, daß auffällige Emotionen eines Schülers bei scheinbar sachlichen Anlässen, wie auch das Sich-Verweigern oder Sich-Zurückhalten über längere Zeit, der Aufmerksamkeit und der behutsam lenkenden Hand des Lehrers bedürfen.

3.7. Regression - zur Psychoanalyse

In dem allgemeinen Sinne eines Zurückfallens auf frühere Entwicklungsstadien finden sich Phänomene der *Regression* im Mathematikunterricht. Sie lassen sich aus unserer Sicht auf zwei wichtige Voraussetzungen beziehen:

1) Ein SEB kann *nicht* absichtlich *zerstört* werden.[15] Manche SEB schwinden langsam dahin, d.h. werden mangels Aktivierung oder durch Interferenz diffuser und schließlich vergessen. Andere SEB erfahren gerade durch häufige Aktivierung so weitgehende Überformungen und Veränderungen (z.B. auf Zahlen und Grundoperationen bezogene), daß deshalb keine Erinnerung an frühere Entwicklungszustände bleibt, außer in Verbindung mit emotional besonders besetzten Situationen.

2) Die Qualität der Erinnerungen hängt von der Einbettung in einen *subjektiven Sinnzusammenhang* zur Zeit der Entstehung ab. Deshalb erinnert man sich gelegentlich besser an die eigene Erwartung oder Zusammenhangskonstruktion eines Ereignisses als an den tatsächlichen Verlauf desselben (vgl. BADDELEY 1979, S.360 f.). Neben den bei LAWLER dokumentierten Beobachtungen soll hier nur durch zwei weitere Anmerkungen auf die fundamentale Bedeutung dieser subjektiven Sinnzuschreibungen hingewiesen werden:

   R.FULLER hat die Buchstaben des Alphabets auf Kompositionen aus nur drei Grundformen zurückgeführt: "Kreis/Ball, Strich/Stock und Winkel/Vogel", und einen Schreib-Lese-Lehrgang auf der Basis von zugeordneten Geschichten entworfen. Die Methode "ball-stick-bird" erwies sich als erfolgreich auch bei geistig schwer Behinderten (bis zu IQ 20), was FULLER zu der Frage veranlaßte, ob nicht "Geschichten die Grundform der intellektuellen Kohärenz" darstellten statt isolierter "bits of information". (R.FULLER 1979)

   Sehr viel umfassender findet sich der Grundgedanke in der Philosophie von W.SCHAPP (1953) bereits ausgearbeitet, dessen Kapitelüberschriften hier als Hinweise genügen müssen: "Wie sich das Menschsein erschöpft im Verstricktsein in Geschichten", "Keine Geschichte kann aus unserem Leben entfernt werden", "Das Verstricktsein in Geschichten und das Handeln" usw.

   Die subjektive Sinnzuschreibung aber ist untrennbar von der "persönlichen Identität" (siehe 3.6). Die Intensität der subjektiven Betroffenheit und der Gefühlsbeteiligung bestimmen das Behalten unmittelbar mit.

Somit darf erwartet werden, daß bestimmte ältere SEB'e recht robuste Handlungsorientierungen für das Individuum stellen können, insbesondere dann, wenn sie

sich unter starker emotionaler Beteiligung bzw. Störung der Identitätsbalance gebildet haben. Auch LAWLER spricht an einer Stelle von "robustem älteren Wissen" (1981, S.20). Gerade in den für den Schüler heiklen Situationen, in denen neue Zusammenhänge ausgehandelt werden, aber noch nicht gefestigt erscheinen (also neue SEB entstehen), oder in denen sich der Schüler unter Stress fühlt, z.B. unter Handlungszwängen, Zeitdruck oder in Not, haben jene älteren SEB'e eine Chance, die Aktivierungskonkurrenz zu gewinnen und das Handeln für eine Weile über ihre erprobten und soliden, aber oft nicht (mehr) sachangemessenen Pfade zu lenken.

Im Mathematikunterricht treffen sicher beide Hauptanstösse - die Unsicherheit im Sachlichen und der Handlungszwang - schon systembedingt häufig zusammen und können dann die Regression, als Rückfall in einen früheren SEB, auslösen. Das hat für manche Schüler im Mathematikunterricht insofern schicksalhafte Seiten, als man sich oft besser an die Fehler erinnert als an die korrigierte Strategie. Darüber hinaus wird für die Dauer der Aktivierung des robusten älteren SEB jeder helfende Einsatz von außen, z.B. von seiten des Lehrers, nur in der Perspektive dieses SEB wahrgenommen. Auch Entscheidungen über "richtig" oder "falsch" gibt es nur in der Perspektive eines bestimmten SEB, und deshalb wird eine Hilfe sehr oft eben nicht im Sinne der Perspektive des Helfenden verstanden. Der Weg in einen Konflikt erscheint dann vorgezeichnet (vgl. BAUERSFELD 1978).

Stress reduziert in der Regel die Möglichkeiten der Sinnzuschreibung auf genetisch ältere und daher den äußeren Bedingungen oft unangemessene Lösungswege (SEB). Unter Druck lernt sich Mathematik eben schlecht. "Den Schüler da abholen, wo er denkt", das kann deshalb im Konfliktfall für den Lehrer nicht heißen, einfach fortzufahren oder nur "das Letzte" zu wiederholen, sondern es verlangt das Sich-Einlassen auf jene spürbare aktuelle Basis des Schülerdenkens und das Bemühen, dem Entstehen eines neuen SEB eine entspanntere und konstruktive Chance zu geben.

3.8. Individuelle Unterschiede - Zur Intelligenztheorie

Die Konzentration auf allgemeinmenschliche, überindividuelle Zusammenhänge macht individuelle Unterschiede für Strukturalisten unsichtbar, wie das große Beispiel PIAGET zeigt. Auch LAWLER argumentiert ganz in diesem Sinne:

> "Ich will zugeben, daß manche schneller lernen als andere - das hat Gründe, die ich sicherlich nicht alle verstehe - , aber ich glaube nicht an bedeutende Unterschiede zwischen Menschen auf der Ebene der hier dargestellten Prozesse." (1981, S.29)

Dem muß entgegengehalten werden, daß bestimmte Intelligenztheorien bereits Un-

terschiede zwischen Individuen in einer Weise beschrieben haben, die sich ohne Mühe dem SEB-Modell zuordnen lassen. Bemerkenswert erscheint allerdings der Umstand, daß die Persönlichkeitspsychologie gerade mit diesen Ansätzen bisher wenig hat anfangen können und sich mit ihrer quantitativen Verifikation schwer getan hat (JÄGER 1973, S.54, 63 und 72 f.). Dies trifft vor allem auf die gestaltpsychologisch orientierte Intelligenztheorie von MEILI zu mit ihren vier "allgemeinen Faktoren" (zitiert nach der Zusammenfassung bei JÄGER 1973, S.51/52):

* "*Komplexität*" - "verwandt mit der 'Ausdehnung des Feldes'... bei PIAGET", "kennzeichnend sind Anzahl und Ausdehnung der Elemente des Denkprozesses",
* "*Globalisation*" - "repräsentiert die Fähigkeit, getrennte Gegebenheiten zu einem Ganzen zu vereinigen" und "die Leichtigkeit, mit der allgemeine Beziehungen zwischen getrennt gegebenen Inhalten erkannt" werden,
* "*Plastizität*" - entspricht etwa "dem von WERTHEIMER (1925) und DUNCKER (1935) herausgearbeiteten Prozeß der 'Umzentrierung'" und repräsentiert die Fähigkeit "zum Aufbrechen und zur Umformung von gegebenen Strukturen",
* "*Fluency*" (*Flüssigkeit*) - "bezeichnet die Leichtigkeit, mit der Hinübergleiten von einer Idee zur andern erfolgt", ist dort "bestimmend, wo mehrere Einfälle oder Vorschläge zum gleichen Problem gefordert werden."

Es fällt nicht schwer, darin entsprechend

* die Anzahl und Differenziertheit der SEB'e, (die Komplexität der Gesamtheit),
* die Leichtigkeit der Bildung neuer SEB'e,
* die Leichtigkeit der Erweiterung oder Überschreitung eines SEB's und
* die Leichtigkeit des Wechsels zwischen vorhandenen SEB'en

zu sehen. Und das deckt sich durchaus mit unserer bisherigen Erfahrung, daß Kinder sich gelegentlich deutlich in den beschriebenen Leichtigkeiten oder Beweglichkeiten unterschieden. Die in KRUTEZKIs "Psychology of Mathematical Abilities" (1976) dokumentierten Merkmale mathematisch hochbegabter Schulkinder und deren Unterschiede zu "normalen" und "schwachen" Fähigkeitsbildern liefern eine weitere Bestätigung für die Anwendbarkeit des hier skizzierten Zusammenhangs zwischen MEILIs Intelligenzfaktoren und dem SEB-Modell. (Auf Details muß an dieser Stelle leider verzichtet werden.)

Will er bei Lernschwierigkeiten einsichtig helfen, so kann der Didaktiker solche Unterschiede nicht ignorieren. Er sollte sie allerdings auch nicht als unveränderlich voraussetzen oder zur Grundlage von Persönlichkeits- oder Leistungsbeurteilungen machen, denn der Intelligenzbegriff bezeichnet nur einen Entwicklungszustand, über dessen Entstehungsgeschichte (Anlage oder Umwelt) wir nie genug erfahren können, um verantwortbar urteilsfähig zu sein.

3.9. Lern-Transfer - zur Lehr-Lern-Forschung

PAPERT gebraucht das Wort "microworld" im Sinne von "computer-microworld" (1980, S.124), d.h. als geplantes Lernarrangement, in dem der Computer der "Partner" des Schülers sein soll (S.126). Für PAPERT ist die "Schildkröten-Welt" ein mathematisches Operationsfeld für Kinder, Schüler und Erwachsene:

"The Turtle World was a microworld, a 'place', a 'province of mathland', where certain kinds of mathematical thinking could hatch and grow with particular ease. The microworld was an incubator." (a.a.O, S.125)

"Die Schildkröten-Welt war eine Mikrowelt, ein 'Ort', eine 'mathematische Provinz', in der bestimmte mathematische Denkweisen mit besonderer Leichtigkeit ausgebrütet und entwickelt werden konnten. Die Mikrowelt war ein Brutschrank."

PAPERTs Mikrowelten sind daher methodische Mittel und keine internen Realitäten. Er benutzt den Begriff didaktisch und nicht psychologisch wie LAWLER (1981). PAPERT entwirft "Klassen von Schildkröten-Welten" zu bestimmten Lehrzielen (S.128) und geht dabei von drei "Design-Kriterien für unsere Mikrowelten" aus:

1. "let the learner acquire the concept of laws ... by working with a very simple and accessible instance"

2. "the possibility of activities, games, art, and so on, that make activity in the microworlds matter"

3. "all needed concepts can be defined within the experience of that world" (a.a.O., S.126)

1. "Den Lerner den Begriff durch das Arbeiten mit einem sehr einfachen und zugänglichen Beispiel gewinnen lassen"

2. "Die Möglichkeit, selbst aktiv zu werden, über Spiele, Kunst usw., die der Tätigkeit Sinn geben"

3. "Alle erforderlichen Begriffe können definiert werden mit Erfahrungen innerhalb dieser (Mikro-)Welt"

Diese drei Kriterien werden manche Leser an Z.P.DIENES erinnern, der die Begriffsentwicklung systematisch über die eigene Aktivität des Schülers, besonders in Gestalt von Strukturspielen (als Morphismen mathematischer Strukturen), zu fordern und organisieren suchte:

"we need to create mathematical learning-situations, partly as if we were practising an art-form, and partly as if we were devising an original research-situation."

"Wir müssen mathematische Lernsituationen entwerfen, teils als handhabten wir eine Kunstform und teils als erfänden wir echte Forschungssituationen." (DIENES 1960, S.15)

Hier soll weder der eine noch der andere Ansatz im Detail kritisiert werden. Doch geben einige grundsätzliche Parallelen zu denken, insbesondere wenn das SEB-Modell zur Analyse der impliziten Transfer-Vorstellungen herangezogen wird:

1) Beide Methoden bieten *vorstrukturierte Lernarrangements* an, die *nur Teilbereiche* mathematischer Tätigkeiten *erschließen* können. DIENES steckte die Mathematik in die Regelstrukturen seiner Spiele. Bei PAPERT werden die mathematischen Bedingungen und Darstellungsmodi in das Computerprogramm eingebaut (vgl.

S.122). Die Behauptung, daß "die Schüler die Wirklichkeit formen können, in der sie arbeiten, sie modifizieren und Alternativen entwerfen können" (S.126), trifft nur eine sehr relative Freiheit. Die Schildkröte ist nur manipulierbar innerhalb der Systemgrenzen des Computers im allgemeinen und in den Schranken der jeweiligen Vorprogrammierung im besonderen.

2) Beide Methoden haben daher spezifische *Beziehungs- und Transfer-Probleme*. DIENES konnte seine Faszination von den Strukturspielen und die teils brillianten Einzelbeispiele nicht in ein wie immer geartetes Gesamtcurriculum umsetzen oder einbetten. PAPERTs Computerbegeisterung ruft die gleiche Frage nach dem Verhältnis seiner Einzelbeispiele zu einem Gesamtentwurf auf. Die eine "Leitidee" seines Buches, daß "die zunehmend durchdringende Gegenwärtigkeit des Computers höchstwahrscheinlich der Träger für eventuell bedeutsame Änderungen unserer Kultur" sei (S.216), ist keine zureichende Antwort. Wie sehen geeignete Obergänge zu den übrigen Realitäten aus? Wie werden die Beziehungen entwickelt?

3) Der *Kommunikationsaspekt* schließlich vertieft die Problematik der PAPERTschen Methode. Während bei DIENES die Strukturspiele ihre Funktion über die soziale Interaktion zwischen den Schülern gewinnen, geht es bei PAPERT um eine Mensch-Maschine-Beziehung. Der Computer ist nur über eine normierte Programmiersprache addressierbar. Sein Kommando- bzw. Operationsrepertoire ist - verglichen mit den Möglichkeiten des reflexiven Verstehens und des subtilen Handelns eines menschlichen Interaktionspartners - semantisch und sensorisch außerordentlich beschränkt. Wenn PAPERT daher den Computer als "interaktives Wesen" (S.126) bezeichnet, so liegt dem der gleiche amputierte Interaktionsbegriff zugrunde, in den die Cognitive Science ungeniert "Personen, Gesellschaften und Maschinen" einbezieht (vgl. NORMAN 1981, S.282). Die bisher entwickelten Systeme machen die Computerwelt zwar einerseits relativ leicht zugänglich, heben sie andererseits aber mit ihren Beschränktheiten um so drastischer ab von den übrigen Erfahrungswelten, deren Medium die Umgangssprache als soziale Wirklichkeit ist und deren semantische Vielfalt die Gefahr von Mißverständnissen ebenso wie die Notwendigkeit des Aushandelns von Bedeutungen einschließt, zu deren Möglichkeiten aber auch der figurative Sprachgebrauch (Metapher und Metonymie, vgl. BAUERSFELD/ZAWADOWSKI 1981) mit seinem Potential zur Oberschreitung der Grenzen von SEB'en gehört. Die leichte Zugänglichkeit und die relative Einfachheit sowie der rasche Erfolg in der Computerwelt dagegen werden mit hoher Isoliertheit und Spezifität der zugehörigen SEB'e bezahlt. Damit verschärft sich die Frage nach den Obergängen oder Beziehungen zu den humanen Interaktionsbereichen und ihren SEB'en.[16]

Ober die Probleme fragwürdiger, weil ungeklärter, Transferbehauptungen kehren wir zum SEB-Modell zurück. Die LAWLER-Studie vermittelt eine Ahnung von den Be-

ziehungs- und Integrationsproblemen, die mit der Entwicklung einer subjektiven Computer-"microworld" für das Individuum und für den Unterricht entstehen. Es sollte nicht vergessen werden, daß die Spezifität des Wissens in einem computerbezogenen SEB den Ausgangspunkt und den Hauptgegenstand seiner Längsschnittstudie bildet und daß die auffällige Spezifität und Isoliertheit dieses computerbezogenen Wissens die Idee der *disparaten subjektiven Mikrowelten* bei LAWLER hervorgetrieben hat. Dabei sollte freilich auch nicht übersehen werden, daß Miriams Begegnung mit dem LOGO-Computer insofern nicht als typisch für institutionalisierte Lernsituationen vom Schüler-Maschine-Typ gelten kann, weil die Dokumente deutlich LAWLERs ständige Vermittlungsfunktion ausweisen. Ein Dreieckstyp Schüler-*Lehrer*-Maschine aber verändert die Situation in Richtung auf eine Interaktion in unserem Sinne. Trotz des Vormarsches der Computertechnologie werden wir einige weitere subtile Fallstudien brauchen, um besser verstehen und begründeter handeln zu können, - und nicht zuletzt, um wenigstens innerhalb der Fachdidaktik einer Neuauflage des von viel Begeisterung und wenig Theorie geleiteten Reformmusters vorzubeugen.

3.10. Metatheoretische Oberlegungen - zur Wissenschaftstheorie

In reflektierender Absicht läßt sich das SEB-Modell gegen seine Anwender kehren (vgl. TERHART 1981, S.776). Wenn alle Kenntnis prinzipiell bereichs- und situationsspezifisch ist, so muß dies auch für den Umgang des Wissenschaftlers mit seinen Theoriebeständen gelten. Daraus ergibt sich zunächst ein erweitertes Reflektionsbedürfnis für die Beiziehung bestimmter Erklärungsmuster oder Theorien in gegebenen Forschungssituationen. Unter diesen wissenschaftstheoretischen Perspektive erscheint der Entwurf von LAWLER *bewußtseinstheoretisch* orientiert und auf die Umsetzung in Computersimulationen ausgerichtet, während das SEB-Modell mit seinen bewußtseinstheoretischen Grundannahmen einer *interaktionstheoretischen Perspektive* untergeordnet werden soll. Zunächst sollen hier die Obereinstimmungen hervorgehoben werden, daran schließt eine kritische Distanzierung an.

Gemeinsam sind den SEB'en und den "microworlds" LAWLERs die Nähe zu den "Sinnganzen", "Erlebnisganzen" oder "Feldern" der Ganzheits- und Gestalttheorien. Gemeinsam ist ihnen auch die Distanz dazu: Ganzheiten entwickeln sich über immer umfassendere Ganzheiten aufwärts zu einer Gesamthierarchie. Ähnlich werden bei PIAGET die ersten Gruppierungen immer differenzierteren und allgemeineren Schemata "einverleibt" (1947). Diesen Hierarchievorstellungen steht das Kumulationsprinzip der "society of mind" gegenüber, in der SEB'e (bzw. ihre kognitiven Schatten, die "microworlds") die aktiv konkurrierenden und nicht-hierarchisch geordneten Glieder bilden. Sie machen gerade durch ihr Nebeneinander einen Plu-

ralismus von Perspektiven[17)] verfügbar. Die Konkurrenz ist unabhängig davon, ob die Elemente eines SEB Repräsentationen von Objekten der Lebenswelt sind oder ob die Elemente Repräsentationen der Perspektiven von untergeordneten SEB'en sind: Verknüpfungen zerstören die selbständige Aktivierbarkeit eines SEB nicht. In Abhebung von den Ganzheits- und Gestalttheorien wirkt also nicht die "Ganzheit des Systems", sondern immer nur ein (relativ) selbständiger Teil der "society of mind" (vgl. LUHMANN 1982, S.44/45).

Gemeinsam sind dem SEB-Modell und den "microworlds" auch die Schwierigkeiten bei der Identifizierung und den Randbestimmungen ihrer Einheiten. Ganz analog zu GOFFMANs Definitionsproblemen bei seinen "Primärrahmen" (1974, KRUMMHEUER 1982) kann ein bestimmter SEB nur *interpretierend rekonstruiert* werden, und dies gerade hinsichtlich der Subjektivität nur *unvollständig*. Da noch wenig Dokumente und Forschungserfahrung vorliegen, können nur vorläufige Kriterien für die Identifikation eines SEB angegeben werden:

* die *Komplettheit* - im Sinne der Totalität der Erfahrung muß Handlungsfähigkeit in der spezifischen Situation hergestellt werden können, d.h. Sinn (Identität), Bedeutungszuschreibungen (Perspektive) und Handlungsmöglichkeiten (Funktionen) müssen in der erforderlichen Komplexität aufweisbar sein
* die *Kohärenz* - es muß ein einheitlicher Kontext (Situation, Thema usw.) erkennbar sein, d.h. es muß ein Zusammenhang zwischen den Elementen und ihren Funktionen von relativer Abgeschlossenheit hergestellt werden können
* die *Spezifität* - die besondere Bedeutung der subjektiven Repräsentationen für diesen Bereich muß aufweisbar sein, d.h. insbesondere die Spezifität des Sprach- und Symbolgebrauchs in Abhebung gegen den Gebrauch in anderen Kontexten (SEB'en).

Eine angemessene Erfassung der Subjektivität erfordert besondere Sorgfalt hinsichtlich der rekonstruierenden Beschreibung und ihrer Mittel, wenn man nicht ungewollten Vereinnahmungen verfallen will. Die so häufig anzutreffende Gleichsetzung von mathematischen Strukturen und Lern- oder Denk-Strukturen (vgl. Fußnote 14) ist ein Beispiel für Projektionen und Verkürzungen dieser Art.

Die *Unterschiede* zwischen LAWLERs Gesamtsystem (soweit es erkennbar wird) und einer das SEB-Modell einschließenden künftigen Interaktionstheorie des mathematischen Lernens und Lehrens lassen sich an den verschiedenen Auffassungen zur Natur von Wissen, zu den Eigenschaften der Erfahrungsbereiche und zu ihrer Kontrolle entwickeln:

1) *Subjektives Wissen* wird im SEB-Modell nicht einfach als Teilhabe an kodifizierten Beständen der Gesellschaft verstanden, sondern als 'Ergebnis' des Aushandelns von Bedeutungen in den interaktiven Unterrichtssituationen u.a.m.

Wissen ("knowledge") im Sinne LAWLERS ist daher in seiner Entstehung (als Prozeß) schon eingebunden in die Totalität der aktuellen Erfahrungen und daher auch später (als Produkt) nicht nur als "kognitive Struktur" aktivierbar. Wissen als Produkt hat zudem nicht die Natur einer fertig geprägten Antwort, sondern eher die Form eines kontextgestützten konstruktiven Prinzips (vgl. MINSKY: "nicht Antworten werden erinnert", sondern "Anregungszustände"; 1980, S.20). Insofern macht jede Aktivierung in einer konkreten Situation die *aktive und konstruktive Ausformung für diese Situation* notwendig. Weder also folgt das Lernen einem *Transport*-Modell, weil darin das Transportgut (Wissen) unverändert bliebe, noch folgt es einem *Anpassungs*-Modell, nach sich ein lernfähiger Automat die Logik der objektiven Welt über einen ständigen Austausch gewissermaßen zwangsläufig zu eigen machen könnte. Ebensowenig trifft ein *Versandhaus*-Modell die Aktivierung von Wissen, weil darin auf Abruf fertige Ware geliefert würde. Vielmehr erfolgt die aktive und konstruktive Ausformung des Prinzips (und das schließt seine Genese mit ein) stets über die *aktuelle Deutung* der jeweiligen Situationen und kann daher auch nicht getrennt von dem Wechselbezug zwischen "persönlicher" und "sozialer Identität" (GOFFMAN) verstanden werden.

2) LAWLERs Metapher von der "Ahnen-/Nachfahren"-Beziehung zwischen "microworlds" läßt die Bereiche insgesamt von größerer *Stabilität* und *Ausgeprägtheit* erscheinen, als sie es sind (wenn man sie nicht wörtlich nimmt und z.B. Alterungsvorgänge einbezieht). Als z.B. der "Serien"-Bereich Miriams entstand, war der "Zähl"-Bereich in einem entwickelteren Zustand - "37 + 12" konnte mit Hilfe der Zerlegung 12 = 10 + 2 und auszählend gerechnet werden - als zu dem Zeitpunkt, an dem der "Dekaden"-Bereich wohlbekannte Ergebnisse aus dem "Zähl"-Bereich integrierte - "50 + 20 das ist wie 5 + 2 = 7 also siebzig". Für den "Serien"-Bereich war der "Zähl"-Bereich also ein Vorfahr von anderer Natur als für den "Dekaden"-Bereich. Die Abbildung (hier S.26) täuscht leicht darüber hinweg, daß jeder SEB seine eigene Entwicklungs- und ggf. Verfalls-)Geschichte hat.

3) Wenn man die relative Unabhängigkeit der folgenden Handlungsaspekte bedenkt:

(a) Langfristige Zielvorstellungen	- Ein Schüler mit Versetzungsproblem
(b) aktuelle Situationsbedingungen	- schreibt eine Klassenarbeit
(c) lokale Thematik	- über Termumformungen (c)

so wird fraglich, ob sich Handeln nur in *einem* SEB orientiert. Unter der Annahme schneller Aktivierungswechsel läßt sich die These von der Lokalität des Handelns wahren. Doch kann das Problem hier nur genannt, aber nicht diskutiert werden.

4) Man kann von der *Logik* in einen SEB sprechen in dem Sinne eines im Handeln realisierten Zusammenhanges zwischen den Elementen des SEB's, d.h. mit Bezug auf das, was in seinen Funktionen als selbstverständlich, folgerichtig, notwendig usw. gilt. Diese Rekonstruktion ist unabhängig davon, ob das Subjekt selbst

sich in dieser Form darüber verständigen kann oder nicht. Aus Beobachtersicht verfährt der Handelnde so, 'als ob' dies die Logik seines Handelns wäre. Nun hat schon H.SCHOLZ überzeugend nachgewiesen (1938, S.62), daß "jede natürliche Sprache widerspruchsvoll" ist. Mithin muß man sich bei der interpretierenden Rekonstruktion der Logik bzw. des Kontextes eines SEB in doppelter Hinsicht absichern, hinsichtlich der Handlungs*deutung* und hinsichtlich der Deutungs*darstellung*.

5) Der wichtigste Unterschied liegt im Paradigma. LAWLER bezeichnet seinen Ansatz selbst als "cybernetic theory of learning" (Untertitel der Dissertation 1979). Und seine grundlegenden Ausführungen (in LAWLER 1981) sprechen für die Hintergrundvorstellung von einer *Theorie für lernfähige Computersysteme* sehr viel eher als von einer *Interaktionstheorie mathematischen Lernens und Lehrens*, - sofern man Computer und Geist nicht prinzipiell gleichsetzen will in ihren Funktionen. Zwei Indizien stützen die Vermutung, daß LAWLER diese Gleichsetzung vollzieht:

(a) LAWLER spricht nirgends vom *Lehrer* oder vom *Lehren* und von deren Funktion für das Lernen. Für ein selbstlernendes Automatensystem sind Konstrukteur und Programmierer wesentlich, aber es braucht keinen Lehrer. Das System 'lernt' bei jeder 'geeigneten' Gelegenheit (auch diese aufzusuchen kann es lernen). Und was 'geeignet' ist, das ist bereits indirekt durch das systeminterne Programm vorentschieden. Im Fall eines unbekannten Systems gilt es daher, diese grundlegenden Programmstrukturen zu ermitteln, denn die sind unabhängig von einer wie immer auch verstandenen Interaktion mit der Außenwelt.

(b) LAWLERs auffälliges Bemühen um Nachweise für die *Nicht-Zufälligkeit* der kognitiven Prozesse und für deren *immanente Kontrolliertheit* (siehe 2.3.5) kann als weitere Stütze für die Vermutung herangezogen werden. LAWLER sieht in der Konkurrenzaktivität der "microworlds" die "Kontrollstruktur des Geistes" repräsentiert (1981, S.6). Die Allgemeinheit, in der LAWLER hier den Kontroll-Begriff verwendet, wird nur im Rahmen von Computersimulationen verständlich. In der Tat diskutiert er die Vorzüge eines nach dem Konkurrenzprinzip funktionierenden Systems im Vergleich mit üblichen Modellen von Regel-gesteuerten Computersystemen bzw. Gedächtnissimulationen (a.a.O., S.7/8). Lernen erscheint dann als "Anhebung der Kontrolle" usw. So entsteht bei LAWLER das Gesamtbild eines durch Verfeinerung und durch Erzeugung neuer "microworlds" sich entwickelnden und nach dem Konkurrenz-(bzw. Erfolgs-)Prinzip prozessual *selbst*kontrollierenden Systems, dessen Entwicklungsstabilität in der "Balance zwischen dem Anwenden und dem Erweitern von Wissen" gewahrt wird, ähnlich der PIAGTschen Äquilibration von Assimilation und Akkomodation (vgl. a.a.O., S.6/7, 18, 20 und 27 f.). Über die Funktion der Außenbeziehungen für die interne Organisation braucht offenbar deshalb nichts gesagt zu werden, weil sie für dieses Modell-Niveau als belanglos erscheinen, wie gleichermaßen auch individuelle Unterschiede "auf dieser Prozeßebene

als nicht bedeutsam" bezeichnet werden (LAWLER 1981, S.29).

Aus unserer Sicht wird ein Teilaspekt des menschlichen Geistes zutreffend abgebildet, und zwar mit den Grundannahmen der Bereichs- und Situationsspezifität aller menschlichen Aktivitäten, wie sie SEILER (1973) bereits formuliert hat, sowie mit der konkurrierenden Aktivierung von SEB'en und deren Verknüpfung durch neue SEB'e, wie das LAWLER durch Beispiele konkretisiert hat. Die Hintergrundvorstellungen von der funktionellen Gleichsetzung von Computer und Geist und von der erfolgskontrollierten Selbststabilisierung des Systems reichen aus unserer Sicht für die Erklärung menschlichen Handelns dagegen nicht aus. Vielmehr müssen die Grundannahmen dazu in eine umfassendere Interaktionstheorie[18)] eingegliedert werden, für deren Fundierung sie allein nicht ausreichen. Einige Ergänzungen sind in den vorangegangenen Abschnitten skizziert worden (3.2-9).

4. Folgen für die Unterrichtsmethode

Die Entwicklung von Unterrichtssequenzen, Curriculumentwürfe und die Behandlung von Lernschwierigkeiten gewinnen mit der Einbeziehung des SEB-Modells eine weitere empirische Orientierung. Methodische Einführungen und Fehleranalysen stützen sich neben individueller Lehrerfahrung zumeist auf sachlogisch-mathematische Analysen. Zu welchen Fehleinschätzungen und kunstvollen Behebungen vermeintlicher Lernschwierigkeiten dies geführt hat, dafür sind etliche zu Unterrichtssequenzen umgeformte PIAGET-Experimente (Mengeninvarianz, Klassenschachtelung u. a.) und andere Unterrichtsentwürfe (Rechnen in nicht-dezimalen Basissystemen als Stellenwert-Vorbereitungen, mengentheoretische Kardinalzahl-Begründung usw.) betrübliche Belege. Die Untersuchung von relevanten SEB'en mit Hilfe langfristiger Fallstudien im Vorschulalter (und danach) würde verläßlichere Einschätzungen ermöglichen, z.B. welche begrifflichen Unterscheidungen auch subjektiv wichtig sind, welche Bedeutungsverbindungen schwierig oder naheliegend oder gar bereits selbstverständlich sind, welche Erfahrungsbereiche sich als zeitgemäße Fundierungen eignen und welche Kontextwidersprüche in ihnen ggf. eine Verknüpfung mit dem mathematischen Begriff erschweren könnten usf. Die anschließenden Beispiele mögen eine Vorstellung davon vermitteln.

1) *Flexible Anpassung an individuelle Rechenwege* - Die Verwurzelung von vertrauten Rechenverfahren in verschiedenen SEB'en führt zu spezifischen subjektiven Lösungswegen, die (mindestens zunächst) nicht den vom Lehrer angestrebten Normverfahren entsprechen. Miriams Verbindungen von Zehneraddition, Zerlegen und an den Fingern auszählendem Addieren liefern viele Beispiele dafür:

> Mit knapp 6;4 löste Miriam die Aufgabe 28 + 48 aus den Hausaufgaben ihres Bruders, der die 2.Klasse besuchte, so:

> "Na, zwanzig und vierzig ist wie zwei und vier. Die sechs ist wie sechzig. Wir nehmen die acht, achtundsechzig (und dann an den Fingern weiterzählend) neunundsechzig, siebzig, einundsiebzig, zweiundsiebzig, dreiundsiebzig, vierundsiebzig, fünfundsiebzig, sechsundsiebzig." (LAWLER 1981, S.16)

Die Zehner werden analog zu den Einern addiert, durch "stripping off zeros" (siehe S.19), und von den durch Zerlegung abgetrennten Einern wird die eine "8" jetzt wieder direkt angefügt und die andere auszählend addiert. (HERMANN HAASE, der 1897 einen Erstrechenlehrgang mit systematischer Nutzung des "Auszählenden Rechnens" entwickelt hat, hätte an dieser Demonstration sicher seine Freude gehabt.) Wäre es für den Erstrechenunterricht nicht nützlich, derartige individuelle Lösungswege aufzunehmen und vergleichend zu diskutieren, ohne sie sofort zugunsten der Normverfahren zu unterdrücken? Sie sind wichtige subjektive Fundamente des Denkens und der alleinige Nährboden für neue Ideen, die in anderen (erzwungenen) Formen keine Chance zur Verwirklichung hätten.

2) *Aufgaben verschiedener Kompliziertheit sind in verschiedenen SEB'en lösbar* - Es liegt in der Struktur der SEB'e, daß ihre Kontexte sehr unterschiedliche Aufgaben als vertraut und einfach erscheinen lassen. Und zwischen diesen Aufgaben aus verschiedenen Kontexten besteht (zunächst) auch kein Zusammenhang. Es ist wichtig, die Notwendigkeit dieses Entwicklungsganges einzusehen. Erst eine *ausreichende* Entwicklung und Differenzierung *verschiedener* SEB'e macht Verknüpfungen subjektiv möglich und macht Vereinheitlichungen subjektiv sinnvoll.

> Zu Beginn der Studie mit knapp 6;1 lernte Miriam auf eine Frage an den älteren Bruder, daß 50 + 53 = 103. Zwar hätte sie in ihrem "Geld"-Bereich wohl sofort gewußt, daß 50 cts. und 53 cts. zusammen 1 Dollar 3 cts. ergeben. Doch in ihrem "Zähl"-Bereich konnte sie dies nicht auszählen, und andere Mittel hatte sie noch nicht.
> Die Antwort verblüffte sie und leitete offenbar die Einsicht in eine Zerlegung ein, etwa von der Art: Man kann die Fünfer für sich addieren und hinten die "3" wieder daranhängen. In diesem Sinne jedenfalls stellte sie gleich die nächste Aufgabe 53 + 53 und beantwortete sie schnell selbst mit "106"! (LAWLER 1981, S.12)

Während die Zerlegung 53 = 50 + 3 in Miriams "Geld"-Bereich durch die Stückelung der Münzen gegeben und vertraut ist, gibt es die entsprechende Zerlegung in dem "Zähl"-Bereich zu dieser Zeit noch nicht. Dessen Kontext ermöglicht nur das metonymische Fortsetzen des Addierens von Einerzahlen in diesen ungewissen neuen Zusammenhang hinein. Warum sollen spontane Sinnkonstruktionen dieser Art im Unterricht nicht zulässig sein? Warum sollen Kinder im Erstrechenunterricht nicht mit Geld andere Aufgaben lösen als mit Äpfeln oder Hausnummern? Warum muß die Illusion des schrittweisen Aufbaues eines einheitlichen Zahlenraumes aufrecht erhalten werden, dessen jeweilige Grenzen nach oben immer erst mit Genehmigung überschritten werden dürfen? Könnte sich nicht eine subjektiv sinnerfülltere Entwicklung aus der Verknüpfung der verschiedenen Verfahren (SEB) ergeben?

3) *Entwicklung des reflektierenden Vergleichens* - Wenn die Verknüpfung von SEB'en nur in einem neuen, vermittelnden SEB möglich ist, dann bedarf der Umgang mit Bedeutungen und ihren Repräsentationen im Unterricht besonderer Aufmerksamkeit und ausdrücklich markierter Reflektion. Damit werden besondere Ansprüche an das Sprachverstehen und an den Sprachgebrauch des Lehrers gestellt, die von der Lehrerausbildung bisher nicht thematisiert werden. Wie komplex die verfügbaren Kenntnisse beim Kinde sein können, sei abschließend an einem Aspekt von Miriams Sprachgebrauch demonstriert. Es handelt sich um die Zeit kurz vor der Entstehung ihres "Serien"-Bereiches (siehe S.21):

> Die Schlüsselaufgabe 37 + 12 kann Miriam einerseits in ihrem "Dekaden"-Bereich lösen: "dreißig plus zehn ist vierzig, sieben plus zwei ist neun, neunundvierzig", also durch Zerlegen und das Heranziehen bekannter "Zähl"-Ergebnisse. Sie kann die Aufgabe andererseits in ihrem (inzwischen verfeinerten) "Zähl"-Bereich lösen: Sie sieht die "zehn" in der "zwölf", zerlegt "siebenunddreißig plus zehn, siebenundvierzig" und rechnet an den Fingern auszählend weiter.
> Dennoch hat Miriam noch keinen Stellenwert-Begriff: Weder im "Dekaden"-Bereich noch im "Zähl"-Bereich könnte sie sagen, daß die "3" in "37" etwa für "drei Zehner" steht. Wohl kann sie sagen, daß sie für "dreißig" steht, auch für das Symbol "30" (wegen der Tasten der Computer-Konsole), und sie kann sogar die Zerlegung 37 = 30 + 7 angeben (s.o.; LAWLER 1981, S.17/18).

Es wird einleuchten, daß die verschiedenen spezifischen Bedeutungen der Bezeichnungen nur aus einer größeren Reihe von Situationen vergleichend rekonstruiert werden können. Will der Lehrer sinnvolle Hilfen geben, so werden als Voraussetzungen eine theoriegeleitete Aufmerksamkeit gefordert und eine erhebliche Zurückhaltung und Oberprüfung von rasch sich einstellenden Deutungen des auffälligen Handelns der Kinder. Das aber gilt für den Wissenschaftler nicht minder.

"Jeder Satz, den ich äußere, sollte als Frage verstanden werden und nicht als eine Behauptung."

NIELS BOHR

Es liegt ganz im Sinne der vorgetragenen Gedanken, wenn ihr Zustandekommen den fruchtbaren Interaktionen innerhalb der Arbeitsgruppe des IDM zugewiesen wird. Darüber hinaus aber möchte ich Herrn VOIGT für zahlreiche Korrekturen und viele wichtige Ergänzungen danken.

Anmerkungen

0 Die Kursivschreibweise im Text dient abweichend von den Transkriptionsnormen (am Schluß des Bandes) nur der Hervorhebung.
Englische Zitattexte sind überall da übersetzt worden, wo sie nicht unmittelbar lesbar erschienen. Bei besonders wichtigen Belegstellen ist der Originaltext hinzugefügt.

1 Zur Herkunft der Fallgeschichten gibt GINSBURG (1977) an:
1.2.1 L. DE JONGHE: The case of George. Unpublished manuscript, Cornell University, 1976
1.2.2 R.B. DAVIS: Personal communication, 1972. Es handelt sich wohl um eine Tochter von DAVIS.
1.2.3 Versuche von GINSBURG selbst

2 Bleibt man im denkpsychologischen Beschreibungszusammenhang, so läßt sich die falsche Regel auch als unerlaubte Generalisierung verstehen. Kann man eine mißlungene Generalisierung ohne weiteres durch eine vergleichbare Generalisierung zu reparieren hoffen? Liegt die Schwäche vielleicht gerade im Prozeß des Generalisierens (oder seiner begrifflichen Grundlage)?

3 Im amerikanischen Original ist von "written problems like 8 + 4" die Rede, was unser halbschriftliches Verfahren meint, also Division ohne "Schwanz".

4 Erwachsene vergegenwärtigen sich nur noch selten, daß sie ihre Sprache situations- und bereichsspezifisch gelernt haben. Die Verfolgung etymologischer Fragen läßt dies gelegentlich überraschend deutlich werden.

5 Das 1-Cent-Stück wird umgangssprachlich "Penny" genannt in den USA.

6 LAWLER beweist damit auch eine bemerkenswerte Unabhängigkeit gegen die Computertradition seiner Umgebung, in der die "traditionelle Antwort auf das Problem der Kontrolle die *hierarchische* Organisation des Programms ist." (SIMON 1979, S.80; Hervorhebung eingefügt).

7 Diese Klasseneinteilung der Mikrowelten wird in der fortschreitenden Entwicklung ungewiß. LAWLER zieht zwischen den beiden einzigen identifizierten Kontroll-Welten scharfe Grenzen, benennt aber für die Gesamtgliederung nicht ausdrücklich Kriterien.
Wenn der Unterschied der beiden *Wissens*typen als Kriterium benutzt wird, dann gehört die Serien-Welt eher zu den instrumentalen Welten. Dient aber - wie angenommen - die Natur der *Perspektiven* als Kriterium, so paßt der Kontroll-Begriff nicht so recht auf die Konforme Welt. In der Tat nennt LAWLER sie auch nicht ausdrücklich so, sondern spricht nur von "Ähnlichkeit" (S.28). Hier liegen offene Fragen, die LAWLER (1983) zu klären verspricht.

8 Dem "script"-Ansatz von SCHANK und ABELSON (1977) liegt demgegenüber eine Texttheorie zugrunde, die auf Verstehen von Geschichten abzielt, und die - folgerichtig - von SCHANK inzwischen zu einer Theorie des Lesenlernens (1982) weiterentwickelt worden ist. - Nicht nur Mikrowelten entwickeln sich durch Spezialisierung, offenbar.

9 Diese Klasseneinteilung LAWLERs erinnert an das Konstruktionsprinzip von P.M. VAN HIELEs "Niveautheorie" des Denkens, in der die Gegenstände ("Wissen") einer Entwicklungsstufe des Denkens stets die Beziehungen zwischen den Gegenständen der vorhergehenden Stufe sind (VAN HIELE 1958).

10 ALFRED SCHOTZ schrieb bereits in seiner Abhandlung "Über die mannigfaltigen Wirklichkeiten" (in: "Gesammelte Aufsätze", M.Nijhoff, Den Haag 1971, Band 1, S.264):
"Wir sprechen von *Sinn*bereichen und nicht von 'sub-universa', weil nicht die ontologische Struktur der Gegenstände, sonder der Sinn unserer Erfahrungen die Wirklichkeit konstituiert." (Hervorhebung im Original)

11 Meine Tochter Anette zählte mit knapp 6 Jahren: "neunzig, ein-undneunzig, zwei-undneunzig, ... , neun-undneunzig, hundert, ein-hundert, zwei-hundert usw."

12 Dem Atomzeitalter angepaßte moderne "Einkleidungen" arbeiten mit dem Bild der "Teilchen" und "Antiteilchen" (vgl. JACOBS 1979, S.125 f.).
Im Übrigen nutzt auch der Witz gelegentlich die Fadenscheinigkeit des Obertragungsmodells, so wenn der Baron Mucki dem Grafen Bobby das Funktionieren der drahtlosen Telegraphie erklärt: "Also ein Hund, hinten am Schwanz gezwickt, jault vorn. Jetzt nimmst einen Hund, so lang, daß der Schwanz in Wien ist und die Schnauze in Berlin, dann .." - "Aber warum redt man da von *drahtloser* Telegraphie?!" - "No, das ist dasselbe, nur *ohne* Hund."

13 Der Begriff "*Abduktion*" geht auf CH.S. PEIRCE zurück. Er wird heute zur Bezeichnung einer vorwiegend ethnomethodologischen Forschungspraxis benutzt, die ihre Hypothesen in engem Wechsel zwischen der Beobachtung und der Reflektion der theoretischen Grundlagen der Beobachtung bildet und sie - im Gegensatz zur experimentellen Hypothesenbildung, die im *voraus* geschieht - erst *nach* diesem Prozeß, gewissermaßen abschließend, formuliert. (HANSON 1961, OVERHOLT 1976, bes. HABERMAS 1968, S.147, zur "innovatorischen" Verwendung)

14 Das "Rahmen"-Konzept von GOFFMAN sollte nicht verwechselt werden mit den "frames", die DAVIS u.a. beschrieben haben (DAVIS/MCKNIGHT 1979 und 1980, DAVIS 1980, DAVIS/YOUNG u.a. 1982). Ich gehe auf diesen partikulären Ansatz hier u.a. deshalb nicht näher ein, weil
- seine theoretische Orientierung die "frames" viel enger faßt als "'assimilation schemas' for organizing input data" (DAVIS 1980, S.193), und zwar im Sinne von lokalen Organisationsdefiziten, und eine prinzipielle Funktion im Gesamtsystem nicht gesehen wird,
- seine Analyse auf "representation structures (RS)" abzielt, die *alle* von speziellen Schülerfehlern abgeleitet werden:
"Presumably one can identify RSs that are *not* producing errors, but their description always seems less cartain, because errors are so revealing of *internal* function, whereas correct responses can be directly attributed to the features of the *external* situation." (a.a.O., S.193/194),
- seine identifizierten "frames" die sachlogisch-mathematischen Differenzen unmittelbar auf Wahrnehmungs- und Deutungsdefizite abbilden, wie Beispielen entnommen werden kann:
"the *undifferentiated binary-operation frame* (which ignores operation signs and always adds), ...
the *primary-grade symmetric subtraction frame* (which does not distinguish 3 - 5 from 5 - 3)" usw. (a.a.O., S.192; alle Hervorhebungen im Original).

15 wenn man die Möglichkeit der 'Gehirnwäsche' für den Unterricht ausschließt.

16 Daß Kinder den Computer gelegentlich wie einen menschlichen Partner ansprechen oder behandeln, spricht m.E. nicht *für* diese Art von Beziehung, sondern vertieft meine Bedenken noch.

17 Der Begriff *Perspektive* zeigt stets den Rückbezug auf einen SEB an. Er ist m.E. von LAWLER glücklich gewählt, weil seine Konnotationen die Denotation unterstützen. Die Perspektive besteht aus Repräsentationen der Elemente eines bestimmten SEB's (Denotation) und bezeichnet zugleich eine bestimmte Sichtorientierung oder eine Sichtweise, wie Realität dem Subjekt erscheint (Konnotation).

18 Ansätze zu einer derartigen *Interaktionstheorie des mathematischen Lernens und Lehrens* findet man in den Arbeiten von BAUERSFELD (1982), KRUMMHEUER (1983) und VOIGT (1983) sowie in den entsprechenden Beiträgen dieses Bandes. Eine zusammenfassende Darstllung liegt bisher nicht vor

DAS ARBEITSINTERIM IM MATHEMATIKUNTERRICHT [1,2]

Götz Krummheuer

1. Orientierungen

> "Im Unterricht ist es doch im allgemeinen so, daß man (als Lehrerin) überhaupt nicht versucht herauszukriegen, was in deren Köpfen (von Schülern) ist, sondern man so relativ mit Schrot schießt, so im Unterricht, es geht ja auch nicht anders. Und daß man sich auch irgendwie versteht. Aber daß wir vollkommen verschiedene Sachen eigentlich verstehen unter den ganzen Begriffen, die wir verwenden. Die Schüler, die Schüler, auch untereinander vor allen Dingen, wenn die sich unterhalten, und es geht dabei manchmal drunter und drüber, und trotzdem, irgendwie verstehen die sich. Das ist für mich ein großes Problem, daß man das nicht so im Alltag auf die Gesprächsebene hinkriegt."
>
> (Eine seit ca.4 Jahren berufstätige Kunst- und Mathematiklehrerin über den Mathematikunterricht)[3]

In diesem Beitrag einer Lehrerin werden Gesichtspunkte von Kommunikationsprozessen im Mathematikunterricht hervorgehoben, die in gewisser Weise auf ein Forschungsprojekt über "algebraische Termumformungen in der Sekundarstufe I" aufmerksam machen. Auf drei Punkte in dieser Äußerung soll deswegen hier kurz eingegangen werden: Die Lehrerin spricht

(1) von zwei unterschiedlichen Kommunikationsbereichen, in dem
   - der Lehrer Hauptakteur bzw.
   - der Lehrer als Außenstehender lediglich Beobachter ist,

(2) davon, daß die Verstehens- und Verständigungsprozesse in diesen beiden Kommunikationsbereichen von unterschiedlicher "Art" sind und

(3) von dem Problem, daß diese unterschiedlichen Verständigungsprozesse im Unterricht nicht zureichend thematisiert werden können.

Nun zu den Verbindungen dieser aufgeschlüsselten Äußerungen mit Ergebnissen aus dem erwähnten Forschungsprojekt:

Schon in den ersten Stunden einer sich insgesamt auf 32 aufeinander folgender Stunden beziehenden Unterrichtsbeobachtung innerhalb des erwähnten Forschungsprojekts konnten die beiden von der Lehrerin genannten Kommunikationsbereiche in spezifischer Weise beschrieben werden[4]: Es zeigte sich nämlich, daß die Kommunikation in ein so benanntes

- "offizielles Unterrichtsgespräch" und in mehrere so benannte
- "Kleingruppen intensiv kommunizierender Schüler" (KikS) zerfiel.

Im *offiziellen Unterrichtsgespräch* war der Lehrer derjenige, der den Verlauf der Kommunikation entscheidend beeinflußte; *er* stellte die Fragen, *er* bewertete Schülerantworten, *er* entschied, über welches Thema gesprochen werden sollte usw. Die *KikS* dagegen konstituierten über weite Teile der Unterrichtszeit Kommunikationsstränge, die meistens parallel zum offiziellen Unterrichtsgespräch bestanden und somit dem Lehrer unzugänglich waren. Besonders eng befreundete Schüler, die auch im Unterricht meist zusammensaßen, unterhielten sich in einem "nichtoffiziellen, semiöffentlich" zu nennenden "Nebenaktivitätsstrang" (HEINZE 1980)oft über dasselbe Thema wie im offiziellen Unterrichtsgespräch, oft natürlich auch über ganz andere Dinge. Nicht alle Schüler gehörten einer solchen KikS an, die sich insbesondere in Phasen der Bedrohung durch den Lehrer identifizieren ließ. Eine KikS umfaßte in ihrem Kern drei bis vier Schüler. In der 29 Schüler umfassenden Klasse konnten fünf derartige Kommunikationszonen beobachtet werden.

In solchen KikS, die über ihre Beobachtung im üblichen Mathematikunterricht hinausgehend auch noch jeweils einmal in einer außerschulischen Kleingruppensitzung mit auf die Unterrichtsthematik sich beziehenden "Problemaufgaben" konfrontiert wurden, konnten durch geeignete Aufnahmeverfahren die Verständigungsprozesse erfaßt und analysiert werden, von denen die Lehrerin im obigen Zitat sagt, "und es geht dabei manchmal drunter und drüber, und trotzdem, irgendwie verstehen die sich".

Dabei zeigte sich, daß die Schüler untereinander in einer KikS die über das offizielle Unterrichtsgespräch eingebrachten Begriffe und Verfahren in vollkommen anderer Weise "rahmten", als der Lehrer dies im offiziellen Unterrichtsgespräch tat. Dies überrascht nicht, denn dem Lehrer steht aufgrund seiner Ausbildung zum Mathematiklehrer ein ganz anderer mathematischer und auch didaktischer Wissensbestand zur Verfügung als den Schülern, die zum ersten Male in ihrer Schullaufbahn in systematischer Weise an das Kalkül einer abstrakten Algebra herangeführt werden. Das offizielle Unterrichtsgespräch ist aufgrund der spezifischen Zusammensetzung seiner Beteiligten ein asymmetrischer Diskurs, während die Kommunikation in den KikS eher einem symmetrischen Diskurs entspricht. Dies soll in noch zu spezifizierender Weise heißen, daß die Kommunikationsprozesse in den KikS auf der Basis einer von allen KikS-Angehörigen *gemeinsam ausgehandelten und geteilten Rahmung* beruhen, während die am offiziellen Unterrichtsgespräch Beteiligten die Handlungen in einer Situation, insbesondere in solchen, die sich auf den zu behandelnden mathematischen Gegenstand beziehen, auf der Basis *unterschiedlicher Rahmungen* deuten. Die Verstehens- und Verständigungsprozesse beziehen sich hier auf *gemeinsam auszuhandelnde "Erfahrungsbereiche"*, wie wir in

Anlehnung an BAUERSFELD (1983 in diesem Band) sagen wollen. Unter einem Erfahrungsbereich soll dabei hier der durch einen mathematischen Inhalt geprägte Kontext der *unmittelbar vorhandenen Ereignisse und Handlungen*, die ihrerseits aber noch durch unterschiedliche Rahmungen zugänglich sind, verstanden werden.

In einem gewissen Sinne kann man sagen, daß das Verstehen und Verständigen in den KikS auch unter der Oberfläche verborgene Rahmungen mit einschließt. Dieser Unterschied soll keine negative oder positive Bewertung involvieren. Er ergibt sich lediglich aus der Asymmetrie des offiziellen Unterrichtsgespräches, das - und dies sei betont - seinerseits unter den institutionell vorgegebenen Bedingungen von schulischen Lehr-Lern-Situationen das gezielte Lehren und Lernen von mathematischen Inhalten ermöglicht.

Wir wollen derartige von Lehrer und Schüler zu erarbeitenden Verständigungen über mathematische Handlungen im Mathematikunterricht unter den Bedingungen eines asymmetrischen Diskurses im offiziellen Unterrichtsgespräch ein *"Arbeitsinterim"* nennen. Auf eine detaillierte Darstellung dieses Arbeitsinterims soll im Folgenden hingearbeitet werden.

2. Einwände

> "Die Wahrheit ist dem Blitze gleich, sie wartet nicht überall da auf uns, wo wir geduldig ihrer harren, sie mit Geschick zu überraschen trachten; sie hat vielmehr gnädige Augenblicke, privilegierte Orte, nicht nur um aus dem Schatten hervorzutreten, sondern um sich überhaupt *zu produzieren*".
> (Michel Foucault)[5]

In diesem Aufsatz werden Ergebnisse und Analysen aus einer Fallstudie vorgestellt. Sie ist zunächst dem interpretativen Paradigma (WILSON 1973) der verstehenden Soziologie verpflichtet. Mit dieser Entscheidung werden gewisse Sichtweisen vom Mathematikunterricht in Frage gestellt. Die Klarheit, Eindeutigkeit und Exaktheit der mathematischen Begriffs-"Welt" wird in den Kommunikationsprozessen des Mathematikunterrichts problematisch. Die im beobachteten Unterricht eingeführten mathematischen Begriffe zur Algebra der Termumformungen bedeuten für den Lehrer und für die Schüler etwas verschiedenes. Das , was sie in einer jeweiligen Unterrichtssituation für den einzelnen bedeuten, wird in den dieser Situation zugehörigen Kommunikationsprozessen generiert. Dies soll nicht heißen, daß Lehrer und Schüler nicht über transsituational aktivierbare und somit identifizierbare Wissensbestände zu mathematischen Konzepten verfügten. Vielmehr soll hier ein Wechselspiel zwischen einem aktivierten Vorwissen und einer situativen Bedeutungsgenerierung behauptet werden, das in seiner Kontinuität durch die personale Identität des jeweils Betroffenen und in seiner situativen Flexibilität

durch dessen soziale Identität gewährleistet ist (GOFFMAN 1963). KRAPPMANN formuliert ganz allgemein aus der Perspektive des symbolischen Interaktionismus:

"Da der symbolische Interaktionismus von der Annahme ausgeht, daß Menschen in ihrem Handeln einen Sinn zu verwirklichen suchen, kann er nicht unbefragt lassen, ob Aufgabenstellungen und problematische Situationen von verschiedenen Menschen als identische aufgefaßt werden und ob ihre Reaktionen als identische gemeint waren" (KRAPPMANN 1974, 19).

Als ein fruchtbares methodisches Prinzip, um erste Einblicke in derartige Generierungsprozesse zu gewinnen, erwies es sich, zunächst gerade solche Kommunikationsprozesse im beobachteten Unterricht auszuwählen, in denen ganz offensichtlich eine gemeinsam geteilte Bedeutungsgenerierung gescheitert ist. "Ganz offensichtlich" soll hier heißen, daß Beteiligte des Unterrichts dieses Scheitern kundtun, indem sie entweder explizit aussprechen "das verstehe ich nicht" oder indem Schüler wiederholt zu Fragen derselben Problemstellung aus der Sicht des Lehrers "falsche" Antworten geben, oder dadurch daß einige Schüler so unruhig werden, daß andere Schüler oder der Lehrer sich darüber beschweren, usw. Derartige "Brüche" sind im beobachteten Unterricht insbesondere in den ersten Stunden zur "Termumformung" untersucht worden[6]. Hierdurch konnte vor allem das aus GOFFMANs Rahmenanalyse übernommene Beschreibungsinstrumentarium für die besonderen Belange eines Mathematikunterrichts über Termumformungen weiterentwickelt und modifiziert werden (vgl.hierzu KRUMMHEUER 1982b).

Durch diesen sich als zeitlich sehr aufwendig erweisenden ersten Schritt könnte man in den Verdacht geraten, sich mit Vorliebe auf "mißlungenen" Unterricht zu stürzen. Dem ist entgegenzuhalten:

1. Das Hauptaugenmerk liegt auf der Klärung von Verständigungsprozessen im offiziellen Unterrichtsgespräch, wie sie oben als Arbeitsinterim charakterisiert wurden. Dabei ist die umfängliche Untersuchung von Brüchen besonders hilfreich.

2. Das Aussuchen von Kommunikationsbrüchen im offiziellen Unterrichtsgespräch impliziert nicht, daß der gesamte Mathematikunterricht "schlecht" war. Vielleicht gehört es ja auch zu einem "guten" Unterricht, daß nicht alle Kommunikationsprozesse reibungslos verlaufen.

3. Es kann nicht Aufgabe einer Fallstudie sein zu beurteilen, ob der beobachtete Fall ein "schlechter" oder ein "guter" war. Es geht darum

   "Lernvorgänge 'life' zu erfassen und so zu dokumentieren, daß möglichst viel vom Lernakt selbst und von seinem Kontext erhalten bleibt" (KRAPPMANN 1974, 26).

Auf der Grundlage einer solchen Dokumentation wird in der hier vorliegenden Studie eine Rekonstruktion von gewissen Dimensionen von Unterrichtswirklichkeiten des Mathematikunterrichts versucht, wie er an vielen Schulen hier und jetzt stattfindet.

3. Vorinformationen

Wir erwähnten in den "Orientierungen", daß in dem beobachteten Mathematikunterricht über Termumformungen die mathematischen Handlungen von den Beteiligten unterschiedlich "gerahmt"werden. Für die hier darzustellender und zu analysierenden Unterrichtsausschnitte interessieren vor allem zwei Rahmen. Wir wollen zur Definition dieser beiden Rahmen auf ein Unterrichtsbeispiel zurückgreifen (vgl. KRUMMHEUER 1982b): Es soll die Aufgabe $17 \cdot x - 16 \cdot x$ gelöst werden. Für den Lehrer ist diese Aufgabe natürlich schon fast lächerlich: "x kommt raus", wird er sagen, "ist doch klar". Würde man ihn zu einer Begründung bewegen können, so könnte sie lauten: "Man addiert (subtrahiert) gleichartige Glieder, indem man die Zahlfaktoren addiert (subtrahiert)". Dies ist eine von den Termumformungsregeln, mit denen man in allgemeiner, abstrakter Weise diese Aufgabe lösen kann. Wir sagen, der Lehrer hat in diesem Fall die Aufgabe und seine Handlungen *"algebraisch-didaktisch"* primärgerahmt. Unter einem "algebraisch-didaktischen Rahmen für Terme" sind die Interpretationsschemata der mathematik-didaktisch aufbereiteten Algebra der Terme und Termumformungen zu verstehen. In ihm sind in mathematisch abgesicherter Weise die Begriffe "Term", "Termumformung", "Äquivalenz von Termen" usw. definiert. Die mathematischen Zusammenhänge zwischen diesen Begriffen und deren mathematische Verwendbarkeit sind in Form bewiesener "Sätze" ausgewiesen.

Die in diesem Beispiel beobachtete Schülerin weiß überhaupt nicht, was sie machen soll: "Was soll ich denn jetzt machen ? Was soll ich denn jetzt rechnen?" fragt sie. "Da ich nicht weiß, welche Zahlen eingesetzt werden, weiß ich auch nicht was rauskommt" antwortet sie dem Lehrer, der sie aufforderte:"Du mußt jetzt vereinfachen." Die Schülerin kann mit dieser Aufgabe nichts anfangen, weil sie nicht wie bei Zahlen ausgerechnet werden kann. Ferner scheint auch der Hinweis des Lehrers, daß sie etwas "vereinfachen" solle, in ihrer Rahmung keinen Sinn zu geben. Wir sagen, sie habe die Aufgabe und Handlungen zu dieser Aufgabe *"algorithmisch-mechanisch"* primärgerahmt. Ein "algorithmisch-mechanischer Rahmen für Terme" fußt auf den Erfahrungen, daß im Mathematikunterricht eine Vielzahl von Aufgaben gestellt wird, zu deren Bewältigung "Techniken" beherrscht werden müssen (z.B. schriftliches Multiplizieren oder Dividieren). Diese Techniken sind mathematischen Ursprungs (deswegen die Bezeichnung : "algorithmisch"). In diesem Rahmen wird jedwede Problemstellung als eine "Rechenaufgabe" interpretiert, z.B.

als eine "Malaufgabe', wenn an einer Stelle des Problems eine Multiplikation auftritt. Weitere Begriffe, die in dieser Rahmung auftauchen sind: "rüberbringen", hinschreiben", "mal machen" (für multiplizieren) usw.. Die Schülerin kann diese vorliegende "Minus-Aufgabe" nicht lösen, weil in der ihr unterstellten algorithmisch-mechanischen Primärrahmung Zahlen zum Ausrechnen benötigt werden.

In diesem Beispiel wurde bereits von "*Primärrahmungen*" gesprochen. Diese Begriffsbildung fußt auf den Vorstellungen aus GOFFMANs Rahmen-Analyse (1974), in der davon ausgegangen wird, daß in einer Situation für ein bestimmtes Individuum eine gewisse Handlung so gesehen wird,

"daß sie nicht auf eine vorhergehende oder 'ursprüngliche' Deutung zurückgreift" (GOFFMAN 1981, 31)[7].

Die Unterstellung einer Primärrahmung ist nach GOFFMAN Voraussetzung für sinnvolles Handeln. Ein Primärrahmen muß aber in einer Situation nicht in seiner Reinform auftreten, sondern kann durch "*Modulation*" in einen abgeleiteten Rahmen transformiert sein. Dies sei verdeutlicht, indem der Bericht über das obige Beispiel über die Aufgabe $17 \cdot x - 16 \cdot x$ fortgeführt werden soll. Der Lehrer erkennt an den Äußerungen der Schülerin, daß sie zur weiteren Bearbeitung der Aufgaben Zahlen braucht und schlägt vor, die Zahlen 1 und 2 für x einzusetzen. Unternimmt der Lehrer hierdurch einen qualitativen Rahmenwechsel in einen algorithmisch-mechanischen Primärrahmen? Ein solcher Wechsel kommt nach GOFFMAN äußerst selten vor. Was der Lehrer hier vornimmt, kann man eher als eine Modulation bezeichnen: Er rechnet jetzt zwar mit konkreten Zahlen; diese seine Rechenhandlungen sind aber den entsprechenden Handlungen unter seiner algebraisch-didaktischen Primärrahmung nachgebildet. Er gibt seine Primärrahmung nicht auf. Er leitet aus ihr durch eine Modulation, die man in Anlehnung an den Lehrerjargon "Konkretisieren" nennen könnte, einen Rahmen ab, aufgrund dessen er leichter mit der algorithmisch-mechanisch primärrahmenden Schülerin kommunizieren kann.

Es sei zum Schluß dieses Beispiels bemerkt, daß natürlich auch Modulationen auf seiten der Schüler auftreten. Der Vorgang von Modulationen beruht auf einem "Modul" (engl. "key"). Darunter versteht GOFFMAN ein

"Gefüge von Konventionen, durch die eine gegebene Handlung, eine bereits sinnvolle in Begriffen eines gewissen Primärrahmens, in etwas transformiert worden ist, was nach dieser Handlung geformt ist, aber von den Beteiligten als etwas ganz anderes gesehen wird" (GOFFMAN 1974, 44)[8].

Die oben erwähnten zwei Rahmen, der algebraisch-didaktische und der algorithmisch-mechanische, können als *Primär*rahmen aufgefaßt werden, weil in dem beobachteten Mathematikunterricht an keiner Stelle der eine Rahmen in den anderen überführt wurde, d.h. durch Modulationen des einen Rahmens nicht der andere hervorging.

Die Eigenschaft eines Rahmens ein primärer zu sein ist ein empirisches Faktum und beruht nicht auf logischer Deduktion.

Da dieser Aufsatz sich mit der Analyse von Kommunikationsprozessen beschäftigt, sei der Zusammenhang zwischen Primärrahmen und Modulation zum Abschluß noch einmal in einem fingierten Kommunikationsprozeß dargestellt.

4. Eine Geschichte: "Pooh der Honigrahmer" [9]

Winnie the Pooh und Piglet sitzen auf einer Bank und freuen sich, daß sie gerade auf einer Bank sitzen und sich die Welt anschauen können. Allerdings passiert schon seit langem nichts Aufregendes mehr in dieser Welt und Pooh spürt, wie er langsam Hunger auf Honig bekommt. Plötzlich sehen sie, wie ganz weit weg Christopher Robin mit einem Glas in der Hand herumläuft und mit diesem Glas so merkwürdig herumschwenkt.

Pooh: *Oh, ich glaube, da kommt Christopher Robin. Und der hält was in der Hand. Ob er uns Honig mitbringt?*

Piglet: *Du immer mit deinem Honig. Woher weißt du eigentlich, daß er zu UNS kommen will.*

Pooh: *Was soll er sonst tun? Christopher Robin ist unser Freund und er hat uns sicher hier schon lange sitzen gesehen. Und er wird sich denken: Oh, da sitzen meine Freunde Pooh und Piglet, und die sitzen schon lange auf der Bank. Die werden sicherlich Hunger haben. Ich werde zu ihnen gehen und ihnen ein Glas Honig mitbringen.*

Piglet: *Also manchmal denke ich, du meinst, daß Christopher Robin mehr ein Freund von dir ist als von mir. ICH mag doch keinen Honig.*

(Wäre jetzt die kluge Eule hier gewesen, die hätte sicherlich gesagt: Piglet, nimm das Pooh nicht übel. Er denkt immer zuerst an Honig und nie an etwas anderes. Aber die kluge Eule war nicht da. Es ist Tag, und da schläft sie meistens.)

Aber Winnie the Pooh gibt sich mit der Antwort von Piglet nicht zufrieden. Und er wollte Piglet gerade etwas sagen, da stand Christopher Robin mit dem Glas schon vor Ihnen.

Pooh: *Hallo, Christopher Robin. Schön, daß du uns besuchst. Du hast uns sicherlich ein Glas Honig mitgebracht.*

Ch. Robin: *Aber nein. In diesem Glas ist Öl für mein Fahrrad. ... Aber Pooh, warum bist du denn auf einmal so traurig?*

Pooh: *Du willst mich mit dem Öl doch nur ärgern. Du weißt ganz genau, daß ich Honig liebe, und wenn du mit einem Glas ankommst, denke ich, du bringst Honig mit. Du hast auch in der Ferne mit dem Glas schon gewunken. Nur damit ich das denke.*

Chr. Robin: *Nein, das hab ich nicht. Ich habe das Glas nur von mir weggehalten, damit ich mich nicht bekleckere.*

Pooh: *Weil du aber mein bester Freund bist, Christopher Robin, glaube ich dennoch, daß du in dem Glas Honig hast.*

Und Winnie the Pooh versucht mit seiner Pfote aus dem Glas ein wenig "Honig" zu schlecken.

Chr. Robin: *Pooh, mach nicht deine Pfote darein. Es ist Öl. Und ich bin trotzdem dein bester Freund.*

Pooh: *Bäh, der Honig schmeckt aber gar nicht gut. Er ist ja gar nicht süß. Aber Honig ist es.*

Winnie the Pooh umarmt seinen Freund Christopher Robin, weil er sich freut, daß Christopher Robin doch Honig im Glas hat. Und er nimmt es Christopher Robin gar nicht übel, daß der Honig nicht süß ist.

Pooh: *Das kann schon mal passieren, daß Honig nicht süß ist.*

Piglet: *Ist dir das denn schon mal passiert?*

Pooh: *Nein. Aber es kann passieren.*

Chr. Robin: *Nein Pooh. Das ist Öl. Wenn ich das geahnt hätte, dann hätte ich das Öl in eine Blechbüchse getan.*

(Wäre jetzt die kluge Eule dagewesen, die hätte sicherlich gesagt: Christopher Robin, es hat keinen Zweck. Pooh denkt immer nur an Honig.

Aber die kluge Eule war nicht da. Es ist Tag, und da schläft sie meistens.)

Pooh: *Ach, Christopher Robin, auch mit einer Blechbüchse hättest du mich nicht getäuscht.*

5. Theorien

> "Zu sagen, daß ein Rahmen deutlich ist, ist nicht nur zu sagen, daß jeder einzelne Beteiligte eine funktionierend genaue Ansicht vom dem hat, was vor sich geht, sondern meistens auch eine tolerierbar genaue Ansicht von den Ansichten der anderen hat, die ihre Ansicht einbezieht." (GOFFMAN, 1974, 338) [10]

GOFFMANs "Frame Analysis" beschäftigt sich mit der Organisation der Alltagserfahrungen von Erwachsenen und nicht mit der Organisation der Erfahrungen von Lehrer und Schülern in schulischen Lehr-Lern-Situationen. "Clearing the frame" bedeutet für ihn, daß die (erwachsenen) Beteiligten in einer Alltagssituation zu übereinstimmenden Rahmungen der sie betreffenden Handlungen gelangen. Die Übereinstimmung der Primärrahmen und/oder der abgeleiteten Rahmen ist nach GOFFMAN Voraussetzung vernünftigen und funktionierenden gemeinsamen Handelns in einer Situation. Diesem Modell der Rahmenübereinstimmung wird man in Bezug auf die Alltagskommunikation zwischen Erwachsenen freilich eher zustimmen können als in Bezug auf die Unterrichtskommunikation zwischen Lehrer und Schülern. Bei Unterrichtskommunikation muß man eher ein Modell von Rahmungsdifferenzen zugrunde legen.

Unter der Perspektive bestehender Rahmungsdifferenzen läßt sich das obige Zitat dann in einer anderen Weise lesen: die für eine in einer Situation beteiligte Person geeignet erscheinende Rahmung eines "strip of activity" muß nicht notwendig mit den Rahmungen desselben Handlungsausschnitts durch andere an der Situation Beteiligte übereinstimmen, aber alle Beteiligten wissen um diese Rahmungs-*differenzen*. In dieser Lesart z.B. könnte man davon sprechen, daß Lehrer und Schüler in einer Lehr-Lern-Situation in einer für alle überaus "aufgeklärten" Weise ein *Arbeitsinterim* eingegangen seien. Es scheint aber so, als ob diese "aufgeklärte" Form des im folgenden Abschnitt ausführlich darzustellenden Arbeitsinterims nicht als typische oder gängige Form im schulischen Diskurs des offiziellen Unterrichtsgesprächs über Mathematik angesehen werden kann. Denn dem stehen prinzipielle Bedenken gegenüber: Diese aufgeklärte Form eines Arbeitsinterims setzt voraus, daß alle Beteiligten einer Lehr-Lern-Situation über die sich einstellenden unterschiedlichen Primärrahmungen ebenso verfügen. Dies muß aber bezweifelt werden. Denn:

1. Wendet man sich den Schülern zu, so ist unmittelbar einsichtig, daß sie nicht über alle vor allen Dingen durch die Mathematik bestimmten Primärrahmen verfügen. Ein Teil dieser Primärrahmen wird von den Schülern im Laufe ihrer Schulzeit erst erlernt.

2. Aber auch dem Lehrer kann man nicht bedenkenlos unterstellen, daß er noch über die Primärrahmungen von mathematischen Handlungen seiner wesentlich jüngeren und erst im Aufbau eines mathematischen Wissenskomplexes befindlichen Schüler verfügen kann. Denn ein Mathematiklehrer hat im Laufe seiner langjährigen Ausbildung neue, mathematikspezifische Primärrahmen, wie z.B. einen algebraisch-didaktischen Rahmen, erworben, mit denen er die anstehenden mathematischen Gegenstände in seinem Mathematikunterricht rahmt. Solche Rahmen stellen sich bei ihm ein, und zumindest in Bezug auf den beobachteten Mathematikunterricht läßt sich als empirisches Faktum festhalten, daß sich bei ihm die den Schülern zu unterstellenden Rahmungen *nicht* einstellten. Dieses empirische Faktum mag man als Einzelfall ansehen. Deswegen sollen hier Überlegungen angestellt werden, welche Leistungen ein Mathematiklehrer zu erbringen hat, um *neben* seinen an der Mathematik orientierten Primärrahmen auch über die sich bei den Schülern einstellenden Primärrahmen *zu* verfügen. Denn diese Leistungen könnten sein pädagogisches und didaktisches Handeln reflektierter werden lassen im Hinblick auf ein besseres Verstehen von Schüleräußerungen und Schülerhandlungen und im Hinblick auf erfolgreicheres Lehrerhandeln.

GOFFMAN behandelt in seiner Rahmenanalyse nur unzureichend das hier aufgeworfene Problem, nach welchen Kriterien ein handelndes Individuum einen Primärrahmen einsetzt, oder wie bei einem alternativen Angebot von Primärrahmen ein bestimmter ausgewählt wird. Er beschreibt

"... Hunderte von Beispielen verschiedener möglicher Wege, nach dem Ereignisse erfahren worden sind, aber (es gibt) überhaupt keine Hinweise auf die Prinzipien, die der aktiven Auswahl eines Primärrahmens unterliegen könnten, oder auf die kulturellen Erwägungen, die eine derartige Auswahl begünstigen könnten" (CROOK/TAYLOR 1980, 249)[11].

Es soll in dieser Arbeit nun nicht versucht werden, diese Lücke[12] in GOFFMANs Werk durch ein möglichst genau eingepaßtes Theoriestück zu stopfen. Vielmehr sollen die hier beobachteten Kommunikationsprozesse in einem Mathematikunterricht zusätzlich mit Hilfe von identitätstheoretischen Ansätzen rekonstruiert werden. Dabei wird nur ein sehr lockerer Zusammenhang zwischen der Rahmenanalyse und den hier interessierenden Identitätstheorien behauptet und herzustellen sein. In einem ersten Schritt sollen dabei eher grundsätzliche Gesichtspunkte der notwendig erfolgenden Identitätsherstellungen bei Lehrer und Schülern dargelegt werden (5.1). In einem weiteren Schritt tritt dann wieder die Fragestellung in den Vordergrund, inwieweit ein Lehrer überhaupt über die andersartigen Primärrahmen von Schülern verfügen kann und sollte (5.2).

5.1. Lehrer und Schüler stehen in jeder unterrichtlichen Kommunikationssituation vor der Notwendigkeit, ihre Identität herzustellen. Dieser Prozeß ist dabei bestimmt von einem spannungsgeladenen Wechselspiel: Jeder Beteiligte muß einerseits den sozialen Erwartungen der angehörigen Kommunikationspartner gerecht werden und muß andererseits in der Interaktion seine identifizierbare individuelle Persönlichkeit wahren. Mit einer ebenfalls von GOFFMAN (1963) geprägten Terminologie kann man von dem Wechselspiel der "sozialen Identität" und "personalen Identität" sprechen.

Nun steht es außer Zweifel, daß dieser Prozeß der Identitätsherstellung bei einem Lehrer unter anderen Vorzeichen vor sich geht als bei Schülern in der hier interessierenden Jahrgangsstufe einer 8. Klasse. Der Lehrer hat, um hier nur einen für das Folgende besonders zu beachtenden Aspekt zu nennen, im Laufe seiner Lebensgeschichte eine Ausbildung zum Mathematiklehrer durchlaufen, die neben dem Erwerb eines umfangreichen mathematischen Wissens seine personale Identität nicht unwesentlich geprägt haben dürfte.[13] Wir wollen diese Ausprägung der personalen Identität hier kurz als mathematisches Engagement und mathematische Kompetenz umschreiben, die die Asymmetrie des Unterrichtsdiskurses mitbewirkt[14].

Bei Schülern, zumindest in der hier interessierenden 8. Klasse, sind in der Regel die personalen Identitäten in Bezug auf das akualisierbare Engagement und Wissen in mathematischen Unterrichtssituationen in ganz anderer Weise strukturiert: Wie an anderer Stelle ausgeführt (vgl. KRUMMHEUER 1981), spielen die außermathematischen und auch außerschulischen Erfahrungen aus der Lebenswelt eines Schülers bei den Prozessen seiner Identitätsherstellung in mathematischen Unterrichtssituationen eine entscheidende Rolle. Nur in dem Maße, wie im offiziellen Unterrichtsgespräch eines Mathematikunterrichts diese personalen Identitätsanteile akzeptiert und konstruktiv einbezogen werden, kann man von einer Symmetrie der Darstellung der personalen Identität bei Lehrer und Schülern im mathematischen Unterrichtsdiskurs sprechen. Dies dürfte aber, wie vor allem psychoanalytische Beiträge zum Schulunterricht ausführen, nur selten der Fall sein (vgl. z.B. AMMON, FORSTENAU und OERTER/WEBER).

Hier läßt sich nun ein erster Klärungsversuch bezüglich der aufgeworfenen Frage unternehmen, warum sich beim Lehrer nicht die Rahmungen der Schüler einstellen bzw. warum er sie nicht aktiviert: Der *algebraisch-didaktische* Primärrahmen scheint in seiner Zentrierung der Perspektive auf das rein Mathematische den Bedingungen der Identitätsherstellung des Lehrers eher angepaßt zu sein als der *algorithmisch-mechanische*. Wegen seiner Zentrierung auf das technische Bewältigen von "Rechenaufgaben" paßt der algorithmisch-mechanische Rahmen eher zu der Identitätsproblematik von Schülern einer 8. Klasse im Mathematikunterricht:

Nach ERIKSON befinden sich Schüler in einer 8. Klasse in der Regel am Ende einer Entwicklungsphase, die durch eine "task identification" ausgezeichnet ist (vgl. ERIKSON 1968, S. 122ff). Das Identitätsgefühl in diesem Alter läßt sich mit den Worten ERIKSONs ausdrücken als: "I am what I can learn to make work" (ebenda, S. 127). Auch die empirischen Befunde aus den Beobachtungen des vorliegenden Projekts zeigen, daß die Schüler fast alle Handlungen in entsprechenden Unterrichtssituationen algorithmisch-mechanisch primärrahmen (siehe hierzu KRUMMHEUER 1982b und der Projektbericht BAUERSFELD/KRUMMHEUER 1982/83).

Zurück zum Lehrer: Es lassen sich noch weitere, die Behauptung der Konformität des algebraisch-didaktischen Rahmens mit der von ihm herzustellenden Identität abstützende Argumente angeben. Hier soll nur noch eines stärker die soziale Identität des Lehrers berücksichtigendes Argument genannt werden: die dem Lehrer im offiziellen Unterrichtsgespräch zukommende Rolle, den Kommunikationsverlauf im Hinblick auf ein als erstrebenswert anzusehendes (Lehr-)Ziel zu strukturieren und die Schülerbeiträge in diesem Sinne zu bewerten, lassen sich in Bezug auf den hier zu betrachtenden Inhalt der Termumformungen eher unter einer algebraisch-didaktischen Rahmung bewältigen. Dies ist auch daran erkennbar, daß diese Ziele im allgemeinen wie z.B. in Rahmenrichtlinien usw. - in Begriffen dieses Rahmens formuliert sind.

5.2 Aufgrund dieser hier angesprochenen sozialen Rolle, die der Lehrer im Unterricht zu erfüllen hat, scheint es eher von nebensächlicher Bedeutung, ob prinzipiell ein Mathematiklehrer (noch) über die Mathematik-unspezifischeren Primärrahmen von Schülern verfügt und im Unterricht aktiv einsetzen kann. Hierzu müßte es dem Lehrer möglich sein, seine soziale Identität im Unterricht umdefinieren zu können. Wieweit dies unter den bestehenden (institutionellen) Bedingungen schulischer Kommunikation möglich ist, kann hier nicht behandelt werden. Dennoch erscheint es als erstrebenswert im Sinne der Erweiterung des Handlungsrepertoires und der Erhöhung der Reflexion über den eigenen Unterricht, wenn ein Lehrer vermehrte Einblicke in die Rahmungsprozesse seiner Schüler gewönne bis hin zur zeitweisen Übernahme.

Konkret auf die Thematik der Termumformungen bezogen stellt sich somit die Frage, ob ein dort vornehmlich algebraisch-didaktisch rahmender Mathematiklehrer gleichzeitig bzw. alternativ in gewissen Unterrichtssituationen auch algorithmisch-mechanisch primärrahmen wollte?

Diese Fragestellung kann hier abschließend nicht beantwortet werden, zumal ihre Beantwortung auch ein sehr viel umfassendes, möglicherweise auch über Unterrichtssituationen hinausgehendes Beobachtungsmaterial benötigte. Folgende Ausführungen seien aber dennoch erlaubt: Man kann sich bei dieser Fragestellung von zwei unterschiedlichen Grundannahmen leiten lassen: Von einer "Disparatheits-Hypothese" oder von einer "Regressions-Hypothese".

1. Zur Bestätigung der Disparatheits-Hypothese argumentiert man etwa wie folgt: Lehrer und Schüler rahmen die mathematischen Handlungen im beobachteten Mathematikunterricht verschieden. Das ist ein empirisches Faktum, und es lassen sich keine empirischen Belege in dem vorhandenen Beobachtungsmaterial finden, die darauf hinweisen, daß der Lehrer die entsprechenden mathematischen Handlungen nicht doch auch in der Weise der Schüler rahmen könnte. Lehrer und Schüler gehen bekanntermaßen mit grundverschiedenen Erfahrungshintergründen und damit innig verbundenen Rahmungen an die Situationen des Mathematikunterrichts heran. Diese Erfahrungshintergründe sind offenbar so verschieden, daß auch die Rahmungen nicht in Übereinstimmung gebracht werden können.

2. Zur Bestätigung der Regressions-Hypothese argumentiert man dagegen folgendermaßen: In Bezug darauf, daß die Rahmungen von Kindern und Jugendlichen sicherlich auch entwicklungsspezifische Momente aufweisen, kann man vermuten, daß der erwachsene Lehrer sich an derartige Rahmungen wieder erinnern kann und unter gewissen Bedingungen auch wieder aktivieren kann. Man könnte von einer "Regression" in einem allgemeinen Sinne sprechen:

"In einem psychischen Vorgang, der eine Bedeutung von Durchlaufen oder von Entwicklung enthält, bezeichnet man mit Regression ein Zurück von einem bereits erreichten Punkt aus bis zu einem vor diesem gelegenen Punkt" (LAPLANCHE/PONTALIS 1977, 436).

Unabhängig davon, in welcher Weise man sich zu diesen beiden Hypothesen stellt, läßt GOFFMAN keinen Zweifel daran, daß ein Wechsel eines bereits entstandenen und bewährten Primärrahmens bei einem Individuum ausgesprochen selten auftritt:

"Wir sagen, wenn jemand aus dem Rahmen ausbreche, dann geschehe das dadurch, daß sich sein Handeln desorganisiert hat, oder daß er den Modul wechselt. Man könnte sich überlegen, daß jemand aus dem Verhalten aus dem primären Rahmen (ob transformiert oder nicht) in ein Verhalten umschwenken kann, dem ein völlig anderer Rahmen zugrunde liegt. ...Doch dieses Argument überzeugt nicht ganz. Denn es scheint, daß hinter vielen scheinbaren Wechseln des primären Rahmens in Wirklichkeit ein andersartiger Wechsel steht, nämlich von unterdrückter und gehemmter Reaktion innerhalb eines Rahmens zu unmittelbarer, d.h. weniger geschichteter Reaktion unter den gleichen Auspizien"(GOFFMAN 1981, 406).[15]

Wenn GOFFMAN in dem Zitat von "unterdrückter", "gehemmter" bzw. "weniger geschichteter" Reaktion spricht, so meint er damit die von ihm entwickelte Vorstellung, daß ein Primärrahmen nicht nur einmal moduliert werden kann, sondern daß dieser dann bereits abgeleitete Rahmen einer erneuten Modulation unterworfen werden kann, usw. Auf diese Weise können sich auf einen Primärrahmen eine Vielzahl von Moduln "schichten".

Nun mag diese von GOFFMAN behauptete Stabilität von den in einer Situation einmal entstandenen Primärrahmen eher ein Merkmal für die Alltagskommunikation von Erwachsenen sein und weniger für schulische Kommunikationsprozesse zutreffen. So fordern z.B. GEBAUER u.a. in Bezug für die bei Rahmungsprozessen zu

berücksichtigende Identitätsproblematik:

"Ein Spezifikum pädagogischer Situationen liegt jedoch darin, daß der in der Analyse alltäglicher Interaktionssituationen betonte Aspekt der Selbstdarstellung der Individuen mit dem Ziel der Entwicklung bzw. Absicherung ihrer Identität in pädagogischen Situationen für den Erzieher als primäres Merkmal der Interaktion zugunsten der angestrebten Veränderung des Edukanden zurücktreten soll" (GEBAUER u.a. 1977, 40f).

Auch wenn man dieser Einschätzung von GEBAUER u.a. folgt, stellt sich weiterhin in Bezug auf die thematisierte Rahmungsproblematik die eingangs formulierte Frage, ob selbst bei zu empfehlender, zurückhaltender Identitätsdarstellung des Lehrers ihm andere Primärrahmungen möglich sind, als sie z.B. im hier zugrundeliegenden Mathematikunterricht über Termumformungen beobachtet worden sind. Aufgrund der erwähnten grundsätzlichen Zweifel GOFFMANs an dem Wechsel eines bereits entstandenen Primärrahmens und der damit alternativ favorisierten Sichtweise, daß eher Modulationen stattfinden, soll hier ein Rahmungsmodell entwickelt werden, das von unterschiedlichen Primärrahmen bei Lehrer und Schülern ausgeht. Es basiert darauf, daß der Lehrer über Modulationen seines Primärrahmens sich auf die Deutungen von mathematischen Handlungen seiner Schüler, die sich aus einer *anderen* Primärrahmung ergeben, zubewegen kann, ohne daß dabei irgendeiner der Beteiligten seine Primärrahmung aufgibt.

In diesem "Rahmungsmodell" wird das Modulationskonzept GOFFMANs in seiner zentralen sozialen Funktion des gegenseitigen Verständigens, des Aufeinanderzugehens, des sich Verständlichmachens aufgegriffen. Dies scheinen auch BROOK/TAYLOR hervorheben zu wollen, wobei sie sich auf die von GOFFMAN im Alltagsleben von Erwachsenen für typisch erachteten Modulationen des Spiels, der Probe usw. beziehen.

"Ob ein einzelner 'Handlungsstrang' wirklich ein Spiel, ein Theaterstück, eine Probe, ein Ritual oder eine Täuschung ist, ist nicht ausschließlich entschieden durch Bezug auf seine intrinsischen Eigenschaften. Vielmehr kann er alles von diesen Dingen werden, vorausgesetzt, die Beteiligten können die 'Modulationen' anwenden, die bewirken, daß geeignete Transformationen vorgenommen werden" (CROOK/TAYLOR 1980, 234).[16]

Anders als in dem von GOFFMAN behandelten symmetrischen Diskurs unter Erwachsenen werden in dem asymmetrischen Diskurs des hier interessierenden offiziellen Unterrichtsgesprächs die Modulationen aber nicht *gemeinsam* von den hier ja unterschiedlich primärrahmenden Schülern und dem Lehrer vollzogen oder nachvollzogen. Hier versucht der Lehrer, um sich wieder auf seine Perspektive zu konzentrieren, mit Hilfe von Modulationen seines Primärrahmens sich zu verdeutlichen, was die anders primärrahmenden Schüler wohl meinen. Er bewegt sich dabei in der grundlegenden Begrifflichkeit seines Primärrahmens auf die Primärrahmen der Schüler zu.

Das hier entwickelte Rahmungsmodell stellt gerade Bedingungen für die *Genese* eines neuen Primärrahmens dar, wie wir sie im Folgenden insbesondere unter der Perspektive der Lernprozesse bei Schülern noch einmal aufgreifen werden. Alles dort zu Sagende läßt sich auch auf die hier thematisierten Rahmungsprozesse des Lehrers übertragen. Im Falle der Annahme, daß die Disparatheits-Hypothese zutrifft, sind die dort gemachten Aussagen identisch für die Rahmengenese des Lehrers. Im Falle der Annahme, daß die Regressions-Hypothese zutrifft, sind jene Aussagen in gewisser Weise zu modifizieren, da sozusagen der Lehrer nicht einen für ihn völlig neuen Primärrahmen generieren muß, sondern er eher ihm einst Verfügbares wieder hervorkehren muß. In einem solchen Falle müßten die aus der Psychoanalyse bekannten Phänomene, wie die der Verdrängung oder der traumatischen Besetzung usw., mit berücksichtigt werden. Sofern Verständigung in unterrichtlichen Kommunikationsprozessen über Mathematik eine zumindest zeitweise Verständigung über gemeinsam zu verwendende Rahmen impliziert, läßt sich dies offenbar am günstigsten durch ein *beiderseitiges* Aufeinanderzumodulieren auf der Grundlage qualitativ verschiedener Primärrahmen von Lehrer und Schülern erreichen. Dies kann unter gewissen, unten näher zu erläuternden Bedingungen *sowohl* beim Lehrer *als auch* bei den Schülern zur Genese neuer Primärrahmen führen. Kommunikationsprozesse im Mathematikunterricht, in denen sich alle Beteiligten um ein gegenseitiges Verstehen und Verständigen auf der Grundlage verschiedener Primärrahmen bemühen, sollen im Folgenden unter dem Begriff des *"Arbeitsinterima"* beschrieben werden.

5.3 Es mögen noch Zweifel bestehen, daß es auch für den Lehrer nur über Modulationen oder gar Rahmengenesen möglich sein soll, Schülerhandlungen im Mathematikunterricht angemessen zu verstehen. Geht das nicht viel einfacher? Verfügt ein Mathematiklehrer denn nicht gerade über den geeigneten mathematischen Wissensbestand, um die Handlungen seiner Schüler in Bezug auf das von den Schülern gemeinte "Mathematische" richtig zu verstehen?

Es wird wohl immer Mathematiklehrer gegeben haben und noch geben, die mit Geschick, Einfühlungsgabe und Erfahrung dies konnten und können. Dennoch sprechen die vielfältigen Befunde aus dem hier vorliegenden Projekt über den Mathematikunterricht über Termumformungen, Befunde aus Diskussionen mit Mathematiklehrern (vgl. KRUMMHEUER 1982a), wie auch Befunde, wie sie von BAUERSFELD (1978) zusammengetragen wurden, dafür, daß derartige Verständigungsprozesse im Mathematikunterricht häufig unbefriedigend verlaufen und in ihrer Verursachung wie auch Tragweite noch ungenügend erforscht sind.

Hier soll das Problem des sich gegenseitigen Mißverstehens, wenn Kinder und Erwachsene über "Mathematisches" reden wollen, noch einmal an einer von mir selbst erlebten Geschichte illustriert werden: Erzählen möchte ich von einem Ereignis, in dem Eltern nicht das "Zahlen-Spiel" ihrer Kinder "richtig" mitspielen konnten.

Gespielt wurde von drei Kindern - Dierk (6,5), Antonia (6,5) und Kerstin (3,5) - ein Spiel, das man aus der Sichtweise eines Erwachsenen als ein "Zahlen-Rate-Spiel" bezeichnen würde. Die drei Kinder, die dieses Spiel spielten, würden es vermutlich anders nennen, etwa: "Komm laß uns mal spielen, ich hab ne Zahl im Kopf".

Im ersten Teil dieser Episode spielen die Kinder dieses Spiel für sich allein, und die beiden später hinzukommenden Erwachsenen wissen lediglich, daß die drei Kinder mit einem für sie offenbar ungeheuer spannenden Ratespiel beschäftigt sind, von dem sie nur in groben Zügen die Regeln rekonstruieren können. Antonia und Dierk, die beide gerade ein Vierteljahr zur Schule gehen, raten mit größter Begeisterung Zahlen, wobei für einen Erwachsenen keine "fairen" Chancen für das Erraten einer gedachten Zahl zu bestehen scheinen. Die Kinder errieten auch fast nie die zu erratende Zahl. Etwa folgende aus der Erinnerung rekonstruierte Kommunikationen liefen zwischen den Kindern ab:

Dierk : Ich hab ne Zahl im Kopf.
Antonia: Die Dreizehn?
Dierk : Nein.
Antonia: Die Drei und die Fünf? (gemeint ist wohl die Zahl 35)
Dierk : Nein, viel größer.
Antonia: Tausendmillionen.
Dierk : Hohoho, Tausendmillionen, nein. Soll ich's sagen?
Antonia: Ja.
Dierk : Einhundertfünfundsechzig.
Antonia: Poh, toll. Jetzt komm ich dran.

Die jüngere Kerstin war, wenn ich das richtig einschätze, nie direkter Ansprechpartner der beiden größeren Kinder. Aber sie machte fleißig mit und sagte regelmäßig zwischendurch immer mal wieder: "Die Zwei und die Zwei".

In dem jetzt zu berichtenden zweiten Teil der Episode wurden während eines gemeinsamen Abendessens die beiden Erwachsenen in das Spiel mit einbezogen. Und schon wurde aus dem Spiel etwas anderes. Die Erwachsenen stellten Fragen, oder sollte man besser sagen "Aufgaben" etwa der folgenden Art: "Ich hab eine Zahl im Kopf, und die besteht aus zwei Nummern. Die erste ist eine Zwei. Und wenn man die zweite dazuzählt, dann kommt ne Fünf heraus. Wie heißt die zweite Nummer?"

Die Kinder protestierten: "Das kann ich nicht. Das ist zu schwer". Aber die Erwachsenen gaben nicht nach: "Überlegt doch noch mal." Sie nahmen die Finger zu Hilfe und rephrasierten das "Rätsel" noch einmal. Nun lösten die Kinder hin und wieder die eine oder andere Aufgabe. Gleichzeitig wurde die Situation hektischer; Dierk und Antonia riefen unentwegt Zahlen in den Raum; sie ließen den anderen nicht mehr zu Worte kommen, worauf sich der andere lauthals oder maulend beschwerte.

Die Erwachsenen führten also eine Redner-Reihenfolge ein: Im Uhrzeigersinn kam jetzt einer nach dem anderen an die Reihe; auch die kleine Kerstin, die weiterhin mit freundlichem und geheimnisumwittertem Blick sagt: "Die zwei und die Zwei"! Das Tischgespräch verlor zusehends seine Entspanntheit. Die Kinder wurden gereizter. Es schien"Streß" aufzukommen und man gewann den Eindruck, als würde hier ein Leistungstest wie in einer Klassenarbeit inszeniert. Das wollten die Erwachsenen nun auch nicht. Sie hoben abrupt die Abendtafel auf: "Nun ist Schluß. Ab ins Bett."

Um die Problemstellung aus den obigen theoretischen Überlegungen wieder aufzugreifen, soll hier nur angedeutet werden: Konnten die Erwachsenen überhaupt das Spiel der Kinder mitspielen? Und wenn ja, was hätten sie anders machen müssen, wie hätten sie das Spiel rahmen müssen?

6. Das Arbeitsinterim

> "Alle Menschen verfügen über ein sinnhaftes Verständnis und begehren in einer sinnvollen Welt zu leben. Prinzipiell ist jede menschliche Sinngebung anderen zugänglich. Diese wechselseitige Zugänglichkeit ist eine Prämisse, die auf dem Glauben beruht, daß es so etwas wie eine gemeinsam geteilte Menschheit gibt" (P.BERGER/H. KELLNER)[17]

Der Diskurs des offiziellen Unterrichtsgesprächs ist häufig - wie es scheint - unauflösbar geprägt von Rahmungsdifferenzen zwischen Lehrer und Schülern: Man tut offenbar das gleiche, ohne dabei notwendig dasselbe zu denken. Wir wollen hier in Anlehnung an die englischen Begriffe des "tacit agreement" und des "working consensus", die offenbar ein ähnliches Phänomen beschreiben (vgl. z.B. STREECK 1980, 156), von einem *"Arbeitsinterim"* sprechen. Zu seiner genaueren Bestimmung seien sechs mehr oder weniger kurzfristig beobachtbare Phänomene genannt, die Aspekte eines Arbeitsinterims beschreiben:

(1) *Aspekt der gemeinsam verwendeten Ausdrucksweise:* man spricht z.B. von einem "Term", der für den Lehrer unter seiner algebraisch-didaktischen Primärrahmung einen grundlegenden algebraischen Begriff darstellt, für die Schüler unter ihrer algorithmisch-mechanischen Primärrahmung aber wohl nichts anderes bedeutet als Aufgaben, in denen Buchstaben für Zahlen vorkommen.

(2) *Aspekt der auf der Beobachtungsebene gleich verlaufenden Handlungsschritte:* Man kann sich verständigen über Rechenschritte bei Termumformungen, die sich für den Lehrer sozusagen aus dem axiomatischen Aufbau des Körpers der reellen Zahlen ergeben, für die Schüler aber wohl eher als eine Ansammlung von "Spezialregeln" für das Lösen bestimmter Aufgaben angesehen werden.

(3) (zusammenfassend und umfassender) *Aspekt der Einigung auf Erfahrungsbereiche:* Zur Erinnerung: Erfahrungsbereiche nannten wir hier die "unmittelbar"vorhandenen Ereignisse (immediately available events), die mit einer Rahmenfassung verträglich sind" (vgl. den "Kontext"-Begriff bei GOFFMAN 1974, 440, den Begriff des "Erfahrungsbereichs" bei BAUERSFELD 1983 hier im selben Buch). Die im Mathematikunterricht gemeinsam geschaffenen Erfahrungsbereiche wie z.B. das "Auflösen von Klammern", das "Berechnen der Oberfläche eines Quaders" oder das "Umwandeln geeigneter Produkte von Summen in Summen mit Hilfe der binomischen Formeln" - um hier nur eine algebraisch-didaktisch gerahmte Formulierung der Erfahrungsbereiche zu geben - zeichnen sich gerade dadurch aus, daß sie sowohl mit der dem Lehrer zu unterstellenden Rahmung als auch mit den den Schülern zu unterstellenden Rahmungen handlungsfähig sind, wenngleich sie dann jeweils etwas Unterschiedliches bedeuten.

(4) *Aspekt der jederzeitigen Auflösbarkeit oder Kündbarkeit der bis auf weiteres geltenden Übereinkunft:* aufgrund der nicht übereinstimmenden Rahmen ist die Dauer eines Arbeitsinterims im besonderen Maße gefährdet.

(5) *Aspekt der relativ leichten Herstellbarkeit der Übereinkunft:* es bedarf offenbar keiner langwierigen Klärungen, um ein Arbeitsinterim herzustellen; trotz der Rahmungsdifferenzen scheint der institutionelle Zwang auf Aufrechterhaltung der Kommunikation (über Jahre) das Herstellen eines Arbeitsinterims als relativ konfliktfreie Form des Zusammenarbeitens zu fördern. Dies gilt zumindest für die hier beobachtete 8. Klasse.

(6) *Aspekt des Zwischenstadiums* in Richtung auf das geplante Erlernen neuer Primärrahmen auf seiten der Schüler: der in dieser Untersuchung explizierte algebraisch-didaktisch Primärrahmen ist für die Schüler im Sinne des Mathematikcurriculums als ein erstrebenswerter neuer Primärrahmen anzusehen. Das Arbeitsinterim fungiert als Zwischenstadium, das den Schülern den Sprung zu diesen für sie qualitativ neuen Primärrahmen erleichtern soll.

6.1 Eine interaktionistische Charakterisierung des Arbeitsinterims: "pseudo-concord"

In dem Kapitel "Teacher-Pupil Interaction" kommt HARGREAVES in seinem Buch "Interpersonal relations and education" (1972) auch auf den working consensus, der bei der in dieser Arbeit bei der Begriffsbildung des Arbeitsinterims als Leitvorstellung mitwirkte, zu sprechen. Mit dem working consensus beschreibt er das Ergebnis der in der bestimmten Unterrichtssituation zwischen Lehrer und Schülern gemeinsam ausgehandelten Situationsdefinition. Er benennt drei Formen von Ergebnissen bei diesem Prozeß des Aushandelns: die Form des "concord", "discord" und "pseudo-concord":

"Drei Arten von Ergebnissen sind möglich bei dem Versuch einer Einigung über die Situationsdefinition zu erreichen. Die erste kann 'concord' genannt werden, die besteht, wenn die Einigung hoch ist. Hierbei sind die Situationsdefinitionen von Lehrern und Schülern kongruent und kompatibel. Die Situation ist angenehm für beide Beteiligten; beide können für sich Nutzen aus ihr ziehen. Der zweite Typ von Ergebnis ist 'discord'. In diesem Fall sind die Situationsdefinitionen inkompatibel, und die Einigung ist gering. Die Situation ist unangenehm für die Beteiligten. Für jeden konnt nichts nützliches heraus. Zwischen diesen beiden Formen steht ein dritter Typ, 'pseudo-concord'. Hier sind die Situationsdefinitionen nur teilweise kongruent und kompatibel. Die Situation wird teilweise angenehm, teilweise unangenehm empfunden. Es repräsentiert einen zweifelhaften Handel: manchmal können die Beteiligten Nutzen aus ihm ziehen, manchmal nicht" (HARGREAVES 1972, 164).[18]

Die als pseudo-concord beschriebene Form des working consensus in einer Unterrichtssituation, von der HARGREAVES behauptet, daß sie "the most typical expression of working consensus in classrooms" (ebenda, 168) sei, stimmt in weiten Teilen mit den hier explizierten Vorstellungen zum Arbeitsinterim überein. Der Begriff des Arbeitsinterims ist seinerseits stärker aus der Analyse eines Mathematikunterrichts gewonnen worden und weist deswegen stärker fachspezifische Merkmale auf. Dies ermöglicht es andererseits aber, die von HARGREAVES nicht genauer spezifizierten teilweisen Kongruenzen und Kompatibilitäten der Situationsdefinitionen bei einem pseudo-concord für die Belange eines Mathematikunterrichts in einer 8. Klasse über Termumformungen anzugeben: Es sind die ersten drei genannten Aspekte zum Arbeitsinterim (gemeinsame Ausdrucksweise, gleich verlaufende Handlungsschritte, Einigung auf Inhaltsbereiche). Ferner lassen sich aus der vorgenommenen rahmenanalytischen Herleitung des Begriffs des Arbeitsinterims auch die nicht übereinstimmenden Teile der Situationsdefinitionen angeben: Es sind die unterschiedlichen inhaltsspezifischen Primärrahmen sowie die durch Modulationen daraus abgeleiteten Rahmen.

Durch die Beschränkung auf den Mathematikunterricht und der dadurch möglichen inhaltlichen Spezifizierungen rahmenanalytischer Konzepte ist es also möglich, gewisse Elemente des als Arbeitsinterim spezifizierten pseudo-concord klarer zu umreißen. In den sechs genannten Aspekten zu einem Arbeitsinterim werden aber noch andere Gesichtspunkte berücksichtigt, als es HARGREAVES in seinen Ausführungen zum working consensus im Unterricht vornimmt. Gemeint ist hier die immer nur vorübergehende, bis auf weiteres geltende Dauer eines Arbeitsinterims, seine relativ leichte Wiederherstellbarkeit und seine Funktion als Zwischenstadium zur Genese neuer Primärrahmen. HARGREAVES deutet nur an, in welcher Weise man eine vertiefende Einsicht zur Existenz und Wirkungsweise der von ihm genannten Formen des working consensus im Unterricht gewinnen kann. Er weist auf das von GOFFMAN (1961) entwickelte Konzept der "Rollendistanz"[19] hin, unterläßt es allerdings, die Bedeutung des Konzepts für das Entstehen und Fortbestehen eines "pseudo-concord" darzustellen. Derartige Bemühungen unternimmt er nur in Bezug auf das "concord" und das "discord", obwohl - wie oben zitiert - das pseudo-concord "the most typical expression of working consensus in classrooms" darstellt. Hier bleibt bei HARGREAVES eine Lücke, die sich u.E. dadurch ergibt, daß er in seiner dem symbolischen Interaktionismus verpflichteten Sichtweise "objektive",d.h. institutionelle , Beeinflussungen der Unterrichtskommunikation nur bedingt berücksichtigt. Diesen bereits erwähnten institutionellen Beeinflussungen wollen wir uns im nächsten Abschnitt zuwenden.

6.2 Das Arbeitsinterim als Ausdruck institutionalisierter Lehr-Lern-Situationen im Mathematikunterricht

Mit der Zuwendung zu der Frage der institutionellen Beeinflussungen von Unterrichtsommunikation muß die bisher eingehaltene mikrosoziologische Forschungsperspektive aufgegeben werden. Es werden hier makrosoziologische Problemstellungen aufgegriffen. Auf diesen theoretischen Perspektivwandel sei hingewiesen. Es wird notwendig, um spezifische Eigenschaften von Kommunikationsprozessen in institutionalisierten Mathematikunterricht im Gegensatz zur nicht-institutionalisierten oder in anderer Form institutionalisierten Alltagskommunikation herausarbeiten zu können. Die institutionellen Einflüsse (bildungspolitische, curriculare und organisatorische) verbinden die einzelnen mikrosoziologisch analysierbaren Situationen zu inhaltlich miteinander verbundenen "settings", die z.B. so etwas wie einen "geordneten" Stundenablauf bzw. eine "geordnete" Schullaufbahn bewirken. Auf alle Fälle wird durch die institutionellen Vorgaben die denkbare und im Alltag meist anzunehmende Vielfalt in der Abfolge von Situationen eingeschränkt zu einer gewissen Gleichförmigkeit und Strukturiertheit. Sie lassen sich auf den drei genannten Ebenen des institutionellen Einflusses auf die Unterrichtskommunikation nachweisen:

- Durch hier bildungspolitisch genannte Maßnahmen besteht eine allgemeine Schulpflicht, die eine *regelmäßige Anwesenheit* der Schüler bewirkt.
- Ferner bedingen die curricularen Vorgaben, daß über längere Zeiträume in einem Fach *eine Unterrichtsthematik* vorherrscht.
- Zum Dritten wird auf der organisatorischen Ebene dafür gesorgt, daß es *Jahrgangsstufen* mit einer relativ *"konstanten Besetzung"* gibt und daß nur zu *bestimmten Stunden* an einem Tag und in einer *festgelegten Zeit* von 45 oder 90 Minuten über eine Thematik verhandelt wird.

Da in dieser vorliegenden Arbeit nicht grundsätzlich auch eine makrosoziologische Forschungsperspektive entfaltet werden soll, genügt es hier für die Diskussion des Begriffs des Arbeitsinterims, auf diese institutionell bewirkte Gleichförmigkeit und Strukturiertheit der Situationen in der Folge der Situationen, die sich auf ein Unterrichtsfach beziehen, hinzuweisen. So führt z.B. HOFF, der sich um die Darstellung von Gemeinsamkeiten zwischen interaktionistischen Vorstellungen und (makro-)soziologisch-rollentheoretischen Konzepten bemüht, aus:

"Einzelne Situationen stehen ... häufig in einem objektiven Kontext, und deswegen kann man auch nicht allein von einem einfachen Zusammenhang zwischen objektiver und subjektiver Einzelsituation ausgehen. Die Wahrnehmung und Verarbeitung von Restriktivität wird von Kontext mitbestimmt, und bei dem Versuch, ganze Kontexte und Bereiche nach ihrer Restriktivität zu kategorisieren, sind außer

der Kennzeichnung der einzelnen Situationen deren Verhältnis zueinander zu berücksichtigen. Eine vereinzelte, sehr restriktive Situation im Kontext ansonsten sehr offener Handlungseinheiten kann eine völlig andere subjektive Relevanz besitzen als die objektiv gleiche Situation im Kontext ähnlicherr Einheiten. Zur Restriktivität einzelner Situationen kommt also deren *Gleichförmigkeit bzw. Vielfalt* sowie das *Ausmaß der Strukturiertheit* des ganzen Bereichs durch eine mehr oder minder festgelegte Reihenfolge oder einen 'Routinezyklus' hinzu" (HOFF 1981, 107; Hervorhebungen von mir, G.K.)

Gerade diese Aspekte der Gleichförmigkeit und Strukturiertheit lassen sich auch mit den in dieser Arbeit bevorzugten interaktionistischen, ethnomethodologischen und auch gewissen psychoanalytischen Forschungsansätzen bearbeiten. Des weiteren läßt sich unter diesem interdisziplinären, integrierenden Ansatz die schon von HARGREAVES angesprochenen Rollendistanz, deren Berücksichtigung offenbar ein tieferes Verständnis zum Arbeitsinterim ermöglicht, zu einer "transsituativen Strategie"erweitern:

"Gemeint ist die transsituative Strategie der komplexen 'Außen'-'Innen'-Vermittlung; d.h. die Auseinandersetzung mit dem Verhältnis zwischen eigenen Impulsen, Bedürfnissen, Emotionen, Wünschen, Zielen usw. einerseits und den von außen herangetragenen Anforderungen andererseits - nicht nur denen von Personen oder Rollen, sondern auch denen der gegenständlichen Umwelt (wobei die mit den Gegenständen und Tätigkeiten verbundenen Bedeutungsgehalte und ihr überindividueller Aufforderungscharakter auch sozial vermittelt sind.)" (HOFF 1981, 109)

HOFF schlägt vor, dieses erweiterte Konzept der Rollendistanz z.B. als "Umweltdistanz" zu bezeichnen. Mit diesem Konzept läßt sich nun der institutionelle Charakter des Arbeitsinterims genauer fassen. In der Restriktivität und Gleichförmigkeit der Abfolge der Situationen im Mathematikunterricht bildet sich bei *allen* Beteiligten eine Umwelt*distanz* zu den in einer Situation zu erarbeitenden Bedeutungen heraus, die ein Miteinander-Auskommen ermöglicht trotz qualitativ unterschiedlicher Primärrahmungen bei Lehrer und Schülern. Hierbei spielt das soziale Konzept der *Modulation* eine entscheidende Rolle. Durch geeignete Modulationen der jeweiligen Primärrahmen wird sozusagen die Unüberbrückbarkeit zwischen den auftretenden Primärrahmen situativ entschärft.

Sowohl die mit HARGREAVES' Begriff des pseudo-concord vorgenommene Charakterisierung des Arbeitsinterims als auch die interdisziplinär integrativen Ausführungen zum Begriff der Umweltdistanz bei HOFF weisen darauf hin, daß die bisherigen rahmenanalytischen Konzepte ergänzt werden müssen. Das Arbeitsinterim ist ein Phänomen, das zwar noch mit Hilfe rahmenanalytisch orientierter Analysen hergeleitet und beschrieben werden konnte, zugleich aber ragt es durch seine institutionell-schulischen Einbettungen über die auf Alltagskommunikation zielende Rahmenanalyse GOFFMANs hinaus.

Zieht man für weitergehende Analysen wie dargestellt identitätstheoretische Konzepte hinzu, so läßt sich auch erklären, warum ein Arbeitsinterim auf der einen Seite so anfällig ist und auf der anderen Seite im beobachteten Mathematikunterricht so relativ schnell wieder hergestellt werden kann. Zum *ersten* Punkt kann man sagen, daß offenbar ein Teil der Betroffenen, das können Schüler, das kann aber auch der Lehrer sein, die Spannungen, die sich aus den unterschiedlichen Primärrahmungen ergeben, nicht mehr in eine Identitätsherstellung integrieren können. Der personale Identitätsanteil schlägt sozusagen durch und läßt das Arbeitsinterim zusammenbrechen.

Zum *zweiten* Punkt kann man quasi umgekehrt formulieren, daß die Betroffenen sich dem Zwang zum gemeinsamen Kommunizieren nicht ständig entziehen können. Hier schlägt sozusagen der soziale Identitätsanteil durch. Es muß deswegen relativ einfach zu bewerkstelligen sein, ein Arbeitsinterim wieder herzustellen. Hierbei sprechen sicherlich unterrichtliche Interaktionsmuster, Routinen und Rituale eine gewichtige Rolle (vgl.hierzu VOIGT 1983 hier in diesem Band).

Soll ein Arbeitsinterim hergestellt oder aufrechterhalten, so ist dies offenbar gerade dann mit Aussicht auf Erfolg gekrönt, wenn die jeweils herzustellenden Identitäten ein Übergewicht in der Dimension der sozialen Identität aufweisen. Dies gilt für Lehrer und Schüler gleichermaßen.Hierzu bedarf es der *Rollendistanz* oder der *Umweltdistanz* , wenn man den dargestellten Erweiterungen HOFFs folgt.

Lehrer scheinen ein präzises Gespür für einen auf Umweltdistanz bauenden Unterricht zu haben bzw. im Laufe ihrer Berufserfahrungen entwickelt zu haben. Sie scheinen aufgrund dieser Erfahrung zu wissen, daß eine Klasse "handlich" ist, wenn man bei den Schülern Umweltdistanz erzeugt: Der Unterricht "läuft dann gut", wie sie dafür zu sagen pflegen. Infolgedessen versuchen sie oft von vornherein im Vorentwurf eines solchen durch Umweltdistanz charakterisierbaren Arbeitsinterims den Einstieg in ein solches Arbeitsinterim zu fördern, indem sie der personalen Identität von Schülern zuzuordnenden lebensweltlichen Erfahrungsspielräume der Schüler auszuklammern versuchen.

Dies gilt für viele aus Mathematikbüchern ableitbare Unterrichtsentwürfe, wenn in ihnen z.B. der Begriff des Terms von vornherein in einer schematisierten und geometrisierten Darstellung eingeführt wird.[20] Dies gilt in einer solchen ausgeprägten Weise - dies sei bemerkt - für den Mathematiklehrer im beobachteten Unterricht allerdings nicht: Er versuchte, diese Einführung des Begriffs "Term" an einer Aufgabe der Materialberechnung zur Herstellung eines konkret vorliegenden Pappquaders vorzunehmen. Dadurch war das Arbeitsinterim im offiziellen

Unterrichtsgespräch seines Mathematikunterrichts in der an anderen Stellen beschriebenen Weise[21] häufig gefährdet, und es brach oft zusammen.

In einer Diskussion mit einer Reihe von Mathematiklehrern[22] zeigte sich aber, daß demgegenüber viele andere Mathematiklehrer eher eine von vornherein auf Umweltdistanz zielende Einführung favorisierten. Diese Auffassung wurde in Bezug auf das hier angesprochene Thema der Einführung des Begriffs "Term" selbst von solchen Lehrern vertreten, die in ihrem Selbstverständnis von Mathematikunterricht einem "problemorientierten", d.h. Umwelt einbeziehenden Mathematikunterricht im allgemeinen den Vorzug gaben. Möglicherweise drückt sich gerade in diesem Wiederspruch bei einigen Lehrern deren in einem Arbeitsinterim zu leistende Rollendistanz aus: Ihr, der personalen Identität zuschreibbares, Selbstverständnis von Mathematikunterricht läßt sich in der Wirklichkeit des institutionalisierten Unterrichts von Schule (Gleichförmigkeit und Strukturiertheit) nicht ohne Widerstand verwirklichen.

6.3 Einige Bemerkungen zur Genese von Primärrahmen

Nachdem über eine vertiefende Analyse zum Begriff des Arbeitsinterims sowohl eine makrosoziologische Erweiterung (Umweltdistanz) als auch eine Ergänzung im Hinblick auf identitätstheoretische Konzepte vorgenommen und begründet wurde, soll hier nun auf den letzten oben beschriebenen Aspekt zum Arbeitsinterim eingegangen werden. In ihm wurde beschrieben, daß ein Arbeitsinterim ein Zwischenstadium auf dem Wege zu neuen Primärrahmen darstellen kann. Hierdurch erhält der Begriff des Arbeitsinterims eine Bedeutung für eine Theorie des schulischen Lernens. Für sie hat dies eine Öffnung für eine interaktionistische und kommunikationstheoretische Sichtweise zur Folge. Es sollen hier drei eine Rahmengenese charakterisierende Punkte dargestellt werden. Sie ist ein

- spontaner (6.3.1)
- oft von Persönlichkeitskrisen begleiteter (6.3.2) und
- ein kreativer (6.3.3) Prozeß.

6.3.1 Wir meinen, daß sich die Genese eines Primärrahmens nicht *zwangsläufig* aus dem Durchlaufen eines oder mehrerer Arbeitsinterims ergibt. Vielmehr meinen wir, daß ein neuer Primärrahmen sich *spontan* und *überraschend* bei einem Schüler ausbildet. Mit dieser Vorstellung glauben wir u.a. die von FREUDENTHAL beschriebenen "Unstetigkeiten" in Lernprozessen zu erfassen.

"Jeder weiß, daß allerlei körperliche Fähigkeiten *plötzlich* erworben werden, Mit einem Male hat man den Kniff heraus. Mit einem anderen Mal steht das Kind frei (und regt sich dabei so auf, daß es gleich umfällt). Mit einem Mal spricht es seinen Namen aus (und regt sich dabei bis zum Stottern auf). ...Mit einem

Mal - und dann fängt das Üben an. Gibt es das im Mentalen auch? Natürlich. ...Jedesmal war das Aha-Erlebnis und die Aufregung ganz unverkennbar" (FREUDENTHAL 1978, 181).

Die von Freudenthal erwähnte Aufregung des Betroffenen bei solchen Aha-Erlebnissen verstehen wir rahmenanalytisch als den Umschwung, der sich darauf ergibt, daß plötzlich nicht mehr in einem geschichteten, abgeleiteten Rahmen sondern direkt, ungeschichtet in einen Primärrahmen gehandelt werden kann. Die Rahmenstruktur ist plötzlich wieder einfach, durchsichtig und unkompliziert.

6.3.2 Es ist auf die Notwendigkeit hingewiesen worden, für die hier interessierenden Analysen zum Arbeitsinterim im Mathematikunterricht die Rahmen-Analyse GOFFMANs durch das Identitätskonzept zu ergänzen. Es wurde gesagt, daß zur Herstellung und Aufrechterhaltung eines Arbeitsinterims vor allem die soziale Identität im Vordergrund steht. Bei Lernprozessen wie z.B. bei der Genese eines neuen Primärrahmens gewinnen aber auch die Anteile der personalen Identität wieder eine nicht unwesentliche Bedeutung. Für einen Schüler, der über schulische Kommunikationsprozesse, die hier als ein Arbeitsinterim beschrieben wurden, an die als wünschenswert angesehene Genese eines Rahmens herangeführt wird, steht somit seine Identitätsherstellung, in der ja sowohl seine soziale Identität als auch seine persönliche Identität Berücksichtigung finden müssen, unter besonders kritischen Vorzeichen: Zur Aufrechterhaltung des zugrunde zu legenden Arbeitsinterims muß er eine Identitätsherstellung finden, in der vor allem seine soziale Identität ausschlaggebend ist. Um aber den an ihn herangetragenen Lernprozeß zu bewältigen, muß er eine Identitätsherstellung finden, in der er vor allem Erfahrungsbereiche heranziehen muß, die seiner personalen Identität zuzuschreiben sind, was potentiell das Arbeitsinterim gefährdet[21].

Allgemein wird die individuelle Leistung zu Herstellung einer wie auch immer gearteten Identität als "Ich-Identität" bezeichnet: Das handelnde Individuum

> "muß erstens in den Interaktionsszenen darstellen, daß es auf die Erwartungen der Interaktionspartner eingeht (soziale Identität; G.K.) ... und es muß zweitens zugleich seine eigene Besonderheit darstellen, um in den verschiedenen Szenen für sich selbst und die anderen als ein identisches und als jemand erkennbar zu sein, der einen eigenen Beitrag zum Ablauf des Interaktionsprozesses leistet (personale Identität; G.K.). Erst indem das Ich des Individuums beiden Anforderungen in seiner szenischen Darstellung gerecht wird - eine Leistung, die als Ich-Identität bezeichnet werden soll -, konstituiert und bewahrt er seine Identität" (WELLENDORF 1973, 32.)

Diese Leistung der Ich-Identität unterliegt ihrerseits selbst einer Entwicklung im Laufe der Lebensgeschichte eines Individuums, die vor allem von E.H. ERIKSON in Bezug auf strukturelle, "epigenetische" Gesichtspunkte erforscht worden ist. Er hebt hervor, daß die Ich-Identität in der oben definierten Aus-

prägung erst Ergebnis eines Entwicklungsprozesses ist, und ihr gewisse Vorformen vorausgehen. Für die hier interessierenden Belange der Genese von Primärrahmen erscheint vor allem folgender von ERIKSON oft hervorgehobener Gesichtspunkt entscheidend: Die Entwicklung der bzw. zur Ich-Identität verläuft unter für das Individuum *krisenhaften* Begleitumständen. Er schreibt

"Ich werde das menschliche Wachstum vom Standpunkt der inneren und äußeren Konflikte aus darstellen, die die vitale Persönlichkeit glücklich übersteht, die aus jeder *Krise* mit einem erhöhten Gefühl der inneren Einheit hervorgeht, mit einer Zunahme an guter Urteilsfähigkeit und einer Zunahme der Fähigkeit, etwas zustande zu bringen', entsprechend ihren eigenen Maßstäben und den Maßstäben derer, die für sie bedeutsam sind" (ERIKSON 1981, 91; Hervorhebung von mir, G.K.)[24]

Dieses Zitat zeigt zum einen noch einmal die Analogie zwischen Rahmengenese und Ich-Identitätsentwicklung aus der Sicht der Identitätspsychologie auf. Zum anderen weist das Zitat auch darauf hin, daß man auch bei der Genese von Primärrahmen krisenhafte Begleitumstände mit in Betracht ziehen sollte. Die Genese eines Primärrahmens fällt einem Menschen sozusagen nicht in den Schoß.

6.3.3 Noch auf einen dritten Punkt soll bei diesen Ausführungen über die Genese von Primärrahmen hingewiesen werden. Zur Einführung in diese Argumentation sei noch einmal erinnert, daß durch *Modulation* immer nur ein *abgeleiteter* Rahmen entsteht, und daß dieser Prozeß nicht notwendig einen neuen Primärrahmen erzeugt. Denn der Aufschichtung eines bereits bestehenden Primärrahmens durch Modulationen fehlen die originären sinnstiftenden Elemente eines Primärrahmens. Über Modulationen, und es können durchaus mehrere sein[25], kann man sich aber auf einen neuen, zu generierenden Primärrahmen zubewegen, insbesondere dann, wenn dieser bei einem Interaktionspartner Verwendung findet. Diese Vorstellung setzt einen asymmetrischen Diskurs voraus, z.B. eine übliche schulische Lehr-Lern-Situation.

Durch die einfache oder auch mehrfache Modulation eines Primärrahmens bei einem Schüler entsteht ein Rahmen, der in gewisser Weise an WINNICOTTs "Obergangsphänomene" erinnert. WINNICOTT gewinnt dieses Konzept aufgrund klinischer Befunde an Kleinkindern - insofern führen die von ihm erwähnten Beispiele ein wenig von den hier interessierenden Lernprozessen in Mathematik bei Schulkindern und Jugendlichen ab:

"Ich habe die Begriffe 'Übergangsobjekte' und 'Obergangsphänomene' eingeführt, um einen '*intermediären* Raum' zu kennzeichnen, den Erlebnis- und Erfahrungsbereich, der zwischen dem Daumenlutschen und der Liebe zum Teddybär liegt, zwischen der oralen Autoerotik und der echten Objektbeziehung, zwischen der ersten schöpferischen Aktivität und der Projektion dessen, was bereits introjiziert wurde, zwischen frühester Erkenntnis einer Dankespflicht und der Kenntnisnahme dieser Verpflichtung ('sag: danke!') (WINNICOTT 1973, 11)[26].

Die von WINNICOTT hier genannten Übergangsphänomene, dieser intermediäre Raum, weist große Ähnlichkeiten auf mit dem hier entwickelten Verständnis eines modulierten Rahmens, der auf die Genese eines neuen Primärrahmens hinarbeitet. Übergangsobjekte, die bei WINNICOTT beschrieben werden, sind eine Handvoll Wolle, ein Zipfel einer Decke oder Kissens, ein Wort, eine Melodie oder eine sterotype Geste. Sie können für das Kind in der Zeit des Schlafengehens z.B. zu einem Übergangsobjekt werden, das es dem Kind ermöglicht, allmählich von der symbiotischen Beziehung mit der Mutter zur Unterscheidung vom Ich und Nicht-Ich zu gelangen.

In den hier interessierenden mathematischen Lernprozessen an Schulen handelt es sich freilich um ganz andere Übergangsphänomene. In den folgenden Unterrichtsbeispielen werden derartige Phänomene unter rahmenanalytischen Gesichtspunkten konkret behandelt [27]. Hier soll hervorgehoben werden, daß nach WINNICOTT derartige Übergangsphönomene gerade in jenen auch hier unter dem Stichwort der Rahmengenese behandelten Prozessen der qualitativen Entwicklung und Veränderung individueller Interpretations- und Denkprozesse in Kommunikationen gerade den Raum geben, den sie zu einer kreativen, individuell befriedigenden und sozial akzeptierbaren Bearbeitung benötigen.

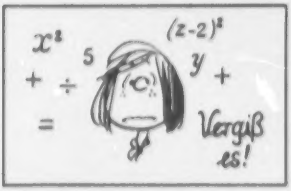
"Dieser intermediäre Erfahrungsbereich, der nicht im Hinblick auf seine Zugehörigkeit zur inneren oder äußeren Realität in Frage gestellt wird, begründet den größten Teil der Erfahrungen des Kindes und bleibt das Leben lang für außergewöhnliche Erfahrungen im Bereich der Kunst, der Religion, der Imagination und der schöpferischen wissenschaftlichen Arbeit erhalten" (WINNICOTT 1973, 25)[28].

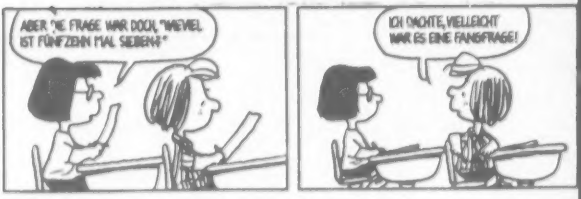
Kurzum: Die Genese eines Primärrahmens in einem Individuum verläuft unserer Meinung über solche in Arbeitsinterims herstellbaren und den Übergangsphänomenen vergleichbaren abgeleiteten Rahmen, und sie ist für das betreffende Individuum ein höchst kreativer Akt[29].

7. Zwei Unterrichtsbeispiele

7.1 **peanuts**

Charles M. Schulz





© 1979 United Feature Syndicate, Inc.

7.2 Das Auflösen von Klammern

Im Unterrichtsbeispiel wird hier von vier aufeinanderfolgenden Mathematikstunden berichtet, in denen es um das Auflösen von Klammern bei Termen der Struktur $a_0 \cdot (a_1+a_2 \ldots + a_n)$ geht. Berichte und Analysen sollen zur leichteren Unterscheidung in unterschiedlichen Schrifttypen erscheinen. Der Bericht wird in kursiver und die sich anschließenden Analysen in normaler Schrift gehalten. Um die Kritik von der Wiedergabe von "sinnlich blassen und gefilterten Bildern von Lebenswirklichkeiten" (RUMPF 1981), die sich durch die technische Aufnahme und transkribierte Wiedergabe von Unterrichtskommunikation unweigerlich ergibt, in gewisser Weise aufzunehmen, soll hier versucht werden, den Bericht in einem eher erzählenden Stil zu halten, in dem auch die nicht technisch dokumentierten Erfahrungen und Erinnerungen des Beobachters mit berücksichtigt werden.

1. Der Lehrer macht zum Anfang der Stunde die Tafel mit dem Schwamm naß, so daß seine mitgebrachten Styroporflächen, ein Quadrat, ein Dreieck, ein Kreis und ein nichtquadratisches Rechteck an der Tafel haften bleiben, wenn man sie andrückt. Zunächst aber schreibt der Lehrer in großem Abstand an die Tafel $2(a+b+c)$ und fragt, wie man das ausrechne. Die Schüler haben wenig Schwierigkeiten und sofort antwortet ein Schüler: "Ist gleich $2a + 2b + 2c$". Nun heftet der Lehrer unter den Term $2(a + b + c)$ die Styroporflächen an die Tafel, so daß folgendes Tafelbild entsteht:

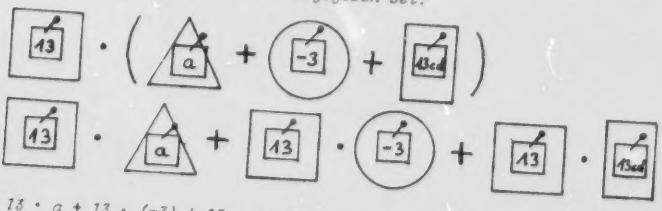
$2 \cdot (a + b + c) = 2 \cdot a + 2 \cdot b + 2 \cdot c$

□ · (△ + ○ + □).

Der Lehrer fragt, was dabei nun herauskomme, Beate geht an die Tafel und heftet mit weiteren, vorhandenen Flächen die Antwort an die Tafel, so daß die "Gleichung" entsteht:

□ · (△ + ○ + □) = □ · △ + □ · ○ + □ · □

Der Lehrer hat weiterhin kleine Blättchen, aus einem Zettelkasten könnten sie stammen, mitgebracht, auf die er Zahlen oder auch kompliziertere Terme geschrieben hat. Mit Stecknadeln kann man diese Blättchen auf die an der Tafel heftenden Styroporflächen festmachen. So kann der Lehrer Aufgaben stellen, von denen hier zur Veranschaulichung eine wiedergegeben sei:



= 13 · a + 13 · (-3) + 13 · 13cd

= 13 · a − 39 + 169cd.

Die letzten beiden Zeilen werden vom Lehrer meistens durch Zuruf einiger Schüler an die Tafel geschrieben. Es entstehen während dieser Unterrichtsphase keine wahrnehmbaren Schwierigkeiten. Alle Schüler scheinen die Aufgaben lösen zu können. Es herrscht eine sachbedingte große Unruhe, weil für jede neue Aufgabe ein Schüler an die Tafel gerufen wird, dieser also durch das Klassenzimmer zum Pult gehen muß, am Pult die passenden Blättchen suchen muß und diese an die Styroporflächen anstecken muß. Dies alles dauert länger als die "Denkzeit" der auf ihrem Platz gebliebenen Schüler, so daß diese unruhig werden, die Ergebnisse in die Klasse rufen, den an der Tafel hantierenden Schüler durch Zurufe unterstützen bzw. korrigieren usw.. Man kann sich vorstellen, daß in dieser Phase ein zusammenhängendes offizielles Unterrichtsgespräch nicht ausmachbar ist.

Dies ändert sich aber bei der nächsten Problemstellung. Der Lehrer stellt mit Hilfe der Styroporflächen die Aufgabe: $\triangle \cdot (\bigcirc + \square) - \square \cdot (\triangle + \bigcirc)$ *Den ersten Teilausdruck löst Beate wieder richtig; also* $\triangle \cdot (\bigcirc + \square)$ *wird von ihr in* $\triangle \cdot \bigcirc + \triangle \cdot \square$ *umgewandelt. Der zweite Teilausdruck* $-\square \cdot (\triangle + \bigcirc)$ *wird von Jörg allerdings falsch umgeformt, so daß als Gesamtbild an der Tafel steht:*

$$\triangle \cdot (\bigcirc + \square) - \square \cdot (\triangle + \bigcirc) = \triangle \cdot \bigcirc + \triangle \cdot \square - \square \cdot \triangle + \square \cdot \bigcirc$$

Der Fehler steckt im letzten Pluszeichen; es muß ein Minus sein. Hier ergreift der Lehrer das Wort und richtet sich an die Klasse:

"Die erste Klammer hat Beate aufgelöst, .. lassen wir erstma die Vorzeichen erst weg und lösen die - wir machen sie gleich wieder hin und lösen die zweite Klammer auf. Wie heißt die zweite Klammer' bitte jetzt Ruhe. Wie heißt die zweite Klammer, wenn sie aufgelöst ist, also was steht dann da' Ulrich (4-9, AI, S. 170; AI = Anhang I des Projektberichts von BAUERSFELD/KRUMMHEUER 1982/83).

Ulrich gibt eine nur unvollständig rekonstruierbare Antwort:

"Rechteck mal das Dreieck, plus Rechteck mal (unvollständig)" (9, 10 AI, S. 170).

Der Lehrer schreibt noch einmal vollständig an die Tafel:

$$\triangle \cdot \bigcirc + \triangle \cdot \square - (\square \cdot \triangle + \square \cdot \bigcirc).$$

2. Ulrich behandelt die Styroporflächen wie Zahlen bzw. wie Variablen, mit denen man mathematische Ausdrücke formulieren kann: "Rechteck mal Dreieck"; das klingt wie "a mal b" bzw. "drei mal vier". Es ist nicht möglich, an dieser kurzen Äußerung Ulrichs gesicherte Rückschlüsse auf seine Rahmung vorzunehmen. Hierzu benötigte man mehr Informationen über Ulrich. Aufgrund der Informationen, die wir über die Schüler des beobachteten Unterrichts, wenn auch nicht speziell über Ulrich, aus den Analysen der vorangegangenen Mathematikstunden haben, können wir seinen Handlungen in der Regel einen algorithmisch-mechanischen Primärrahmen zuordnen. Über eventuell ihm zu unterstellende Modulationen können wir allerdings in diesem vorliegenden Fall keine gleichermaßen abzusichernde Aussagen treffen. Der Verlauf des bisher berichteten Unterrichts scheint es nahezulegen, zum Verstehen der abgelaufenen Handlungen davon auszugehen, daß bei Ulrich eine durch Modulationen nicht abgeleitete algorithmisch-mechanische Primärrahmung vorliegt. Mit ihr sind die Operationen mit den Styroporflächen auch uneingeschränkt verstehbar; Modulationen scheinen unnötig. Schon eher lassen sich Modulationen beim Lehrer annehmen. Hierzu einige Ausführungen:

Der Lehrer beginnt seinen Unterricht, indem er den Term $2(a + b + c)$ an die Tafel schreibt. Hiermit spricht er ein rechnerisches Problem an, das unter rein algebraischen Gesichtspunkten mit Hilfe des Assoziativgesetzes und zweifacher Anwendung des Distributivgesetzes sogar in seiner allgemeineren Form $x(a+b+c)$ gelöst werden kann:

$$x(a + b + c) = x((a + b) + c) = x(a + b) + xc = xa + xb + xc.$$

Durch vollständige Induktion läßt sich diese Erweiterung des Distributivgesetzes auf alle endlichen Summen erweitern, so daß für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$a_0 \sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{i=1}^{n} a_0 a_i.$$

Dies ist ein gängiger Beweis, den jeder Mathematikstuden in seinen Algebravorlesungen kennengelernt hat (vgl. z.B. v.d. WAERDEN 1966, 35). Wir können, so meine ich, ohne Bedenken dem Lehrer unterstellen, daß er diesen Beweis kennt und daß er darüber hinaus auch weiß, daß diese Behauptung über endliche Summen einen der ersten Sätze über Ringe[30] darstellt. Dieser Wissensbestand wird in der Regel bei einem Mathematiklehrer algebraisch-didaktisch gerahmt sein. Diese Unterstellung begründet sich aus Annahmen über seine persönliche Identität, die u.a. die eines Mathematikers sein dürfte.

In dieser allgemeinen Form kann man diesen Satz freilich nicht in einer achten Klasse behandeln, wenn, wie es nach dem gängigen Mathematikcurriculum der Fall ist, das Beweismittel der vollständigen Induktion noch nicht eingeführt worden ist.[31] Dem Lehrer kann es deswegen nur darum gehen, diesen algebraischen Satz in einer gewissen Vereinfachung als "Regel" an seine Schüler zu vermitteln. Diese Regel beinhaltet nur noch den algorithmischen, mechanischen Aspekt des algebraischen Satzes, der besagt, daß man beim Auslösen der Klammern bei Termen von der Struktur $x(a + b + c)$ den Faktor x vor jeden Summanden zu schreiben hat. Daß hierzu das Assoziativgesetz der Addition, das Distributivgesetz und das Beweismittel der vollständigen Induktion benötigt werden, kommt nicht zur Sprache, wenngleich sie wesentliche Bestandteile unter einer algebraisch-didaktischen Primärrahmung sind.

Diese Bemerkungen sollen verdeutlichen, daß der Lehrer schon aufgrund der spezifischen Voraussetzungen von Schülern einer achten Klasse, die u.a. curricular bedingt sind, *nicht* gemäß seiner ihm zu unterstellenden Primärrahmung handeln kann. Er *muß* den genannten Satz "$a_0 \sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{i=1}^{n} a_0 a_i$" bereits in den abgeleiteten Rahmen "algebraisch-didaktischer Primärrahmen x Konkretisieren" stellen. Durch die Setzungen bzw. Einsetzungen $a_0 = 2$ und $n = 3$ moduliert er von vornherein diese Aussage über endliche Summen in einen abgeleiteten Rahmen, den wir in Anlehnung an einen Lehrerjargon "algebraisch-didaktischen Primärrahmen x Konkretisieren" nennen wollen. Mit "Konkretisieren" meinen wir die Modulation, mit der in gewisse Variablen eines Terms Zahlen *eingesetzt* werden können. Hierdurch soll der derart modulierte, "konkretisierte" Term auch algorithmisch-mechanisch rahmbar werden. Im hier behandelten Fall wird somit der Term $a_0 \sum_{i=1}^{n} a_i$ ersetzt durch den Term $2(a + b + c)$, wobei $a=a_1$, $b=a_2$ und $c=a_3$ ist. Aus diesem Term läßt sich der "Styropor"-Ausdruck

" □ · (△ + ○ + □) "

ableiten. Dieser Ausdruck ist auch nur in dem sogenannten *abgeleiteten* Rahmen sinnvoll.

Fazit: Mit der Einführung der Styroporflächen wird der abgeleitete Rahmen "algebraisch-didaktischer Primärrahmen x Konkretisieren" für alle seine weiteren Handlungen festgeschrieben, die sich auf das "Rechnen" mit diesen Flächen beziehen. Wir können die in seiner Unterrichtsvorbereitung erstellten Styroporflächen als "Signale" für seine Modulationsabsichten verstehen. Die faktisch vorgenommene Modulation in der Unterrichtskommunikation stellt seinen Beitrag zu einem Arbeitsinterim dar.

Es wurde bereits erwähnt, daß man aufgrund der getätigten Äußerungen der Schüler über die mögliche Rahmung ihrer Rechnungen nur weniger gesicherte Annahmen machen kann. Der "Charakter" der Aufgabenstellungen zu den Styroporflächen legt es nahe, davon auszugehen, daß eine unmodulierte algorithmisch-mechanische Primärrahmung ausreicht, um die Aufgaben zu lösen. Eine gewisse Bestätigung hierfür findet man im weiteren Stundenverlauf und auch in den folgenden beiden Stunden, in denen sich zeigt, daß von einigen Schülern trotz der Behandlung des Auflösens von Klammern an den Styroporflächen doch Fehler begangen werden, wenn sie ohne unterlegte Styroporflächen geeignete Terme entsprechend umwandeln sollen. Dieser Gesichtspunkt soll in den folgenden Analysen weiter verfolgt werden.

3. *An der Tafel steht jetzt also der Ausdruck:* ... $-(\square \cdot \triangle + \square \cdot \bigcirc)$.

Der Lehrer fragt:

"Dann überlegt bitte noch mal, wenn wir die Klammer auflösen wollen, wir haben dieses Minus .. es ist mir jetzt zu unruhig - wenn wir dieses Minus hier hinschreiben .. was passiert dann hier mit dem Vorzeichen, wenn wir die Klammer auflösen wollen". (17-20, AI, S. 170).

Der Lehrer wischt dabei die Klammern weg, so daß das Minuszeichen direkt vor $\square \cdot \triangle$ *steht, und zeigt mit dem Finger auf das Pluszeichen vor* $\square \cdot \bigcirc$. *Jutta antwortet: "Das muß auch aufgelöst werden" (20,21, AI, S. 171). Der Lehrer bestätigt diese Antwort:*

"Genau, wenn wir die Klammer 'weglassen. wollen .. dann müssen wir auch, das is so etwa wie minus eins mal dem Ganzen, dann müssen wir hier das Vorzeichen ändern." (21-23, AI, S. 171).

Fast im selben Atemzug noch setzt der Lehrer eine Zahl für das "Produkt" $\square \cdot \bigcirc$ *ein:*

"... minus und plus steht hintereinander, minus - plus sieben zum Beispiel - wie heißt das Vorzeichen" (25,26, AI, S. 171).

Die Antwort "minus sieben" folgt auf dem Fuße. Offenbar scheint die Behandlung des Problems an den Styroporflächen beendet zu sein. Die Schüler sollen und wollen die richtige Lösung abschreiben. Beim Abschreiben kommen aber bei einigen Schülern wieder Fragen auf. Zunächst aber besteht der Lehrer darauf, daß das richtige Ergebnis abgeschrieben wird. Eine nochmalige Besprechung stellt er in Aussicht:

"die Frage mit dem Minus, nehmen wir noch mal raus, findet euch erstmal damit ab, besprechen wir noch" (32-34, AI, S. 171).

4. Die Schwierigkeit, die hier von den Schülern artikuliert wird ("Minus" vor der Klammer), bestätigt ihre für sie angenommene algorithmisch-mechanische Primärrahmung. Denn in diesem Rahmen gibt es, wie die bisherigen Analysen gezeigt haben, keine "allgemeinen" Regeln. Regeln sind immer auf einen ganz speziellen Typ von Aufgaben gerichtet. So sind z.B. in diesem Rahmen Aufgaben vom Typ $a(b + c)$, $a > 0$ nach anderen Regeln zu lösen als Aufgaben vom Typ $-a(b + c)$, $a > 0$. Dieser Unterschied ergibt sich aus der Tatsache, daß man beim ersten Typ auf die Vorzeichen nicht zu achten braucht, sie bleiben erhalten, während beim zweiten Typ bekanntlich sich alle Vorzeichen "umdrehen". Unter einer algebraisch-didaktischen Rahmung fällt es schwer, hier überhaupt von "Regeln" geschweige denn gleich von zwei verschiedenen "Regeln" zu sprechen. Bei *beiden* Typen muß lediglich das Distributiv-"Gesetz" angewendet werden.

Somit können wir jetzt die Rahmenkonstellation für das in der Unterrichtskommunikation hergestellte Arbeitsinterim angeben: Der Lehrer rahmt im abgeleiteten Rahmen "algebraisch-didaktischer Rahmen x Konkretisieren"; die Schüler rahmen algorithmisch-mechanisch.

Unter Zugrundelegung dieser Rahmenkonstellation in dem Arbeitsinterim soll genauer auf die kurze Bemerkung des Lehrers eingegangen werden: "das ist etwa wie minus mal dem Ganzen", weil der Lehrer dieses Argument, auf das er ja einige fragende Schüler vertröstet, zu Ende der Stunde noch einmal hervorbringt. Der Lehrer scheint mit diesen Worten folgendes ansprechen zu wollen.

Der Einfachheit halber wollen wir für die Variablennamen wieder Buchstaben nehmen: Es geht also um das Auflösen der Klammer bei dem Term $-a(b + c)$. Eine algebraisch-didaktisch gerahmte Begründung für die Richtigkeit der Umformung $-a(b + c) = -ab - ac$ ist unter Berufung auf das Distributivgesetz leicht zu geben. Der Hinweis des Lehrers "das ist etwa wie minus eins mal dem Ganzen" scheint aber eine andere Argumentation anzudeuten:

(1) Daß $-(b + c) = -b - c$ gilt, kann man begründen, indem man das Minuszeichen vor der Klammer als Faktor -1 interpretiert, so daß sich ergibt:
$-(b + c) = (-1)(b + c) = (-1)b + (-1)c = -b + (-c) = -b - c$.

(2) Wendet man dieses Argument auf den Term $-a(b + c)$ an, so kann man wie folgt formulieren:
$-a(b + c) = (-1)[a(b + c)] = (-1)(ab + ac) = -ab - ac$, wobei die letzte Umwandlung nach (1) gilt.

So wie der Hinweis des Lehrers hier interpretiert wurde, bestätigt er bzw. legt er eine algebraisch-didaktische Primärrahmung beim Lehrer zugrunde. Die Argumentation selbst erscheint umständlicher und stärker algorithmische Vorgänge zu betonen, als die lediglich auf das Distributivgesetz verweisende. Sie bringt unter dieser Rahmung auch keine neue Erkenntnis, weil sie auch nur auf der Anwendung des Distributivgesetzes fußt.

Daß der Lehrer aber auf eine derartige Argumentation hinweist und am Ende der Stunde auch vorführt, scheint darauf zurückgeführt werden zu müssen, daß er in dem beschriebenen Arbeitsinterim nicht unter seinem unmodulierten Primärrahmen handelt sondern unter einem daraus abgeleiteten, in dem algorithmische Vorgänge einen großen Stellenwert besitzen. Gemeint ist der abgeleitete Rahmen "algebraisch-didaktischer Primärrahmen x Konkretisieren". In diesem abgeleiteten Rahmen ist es aber möglich, auf "Spezialregeln" einzugehen, die sich auf spezielle Aufgabentypen beziehen. Die Stoßrichtung dieser Argumentation zielt aber gerade auf die Aufhebung solcher "Spezialregeln". Ihr Kern ist algebraisch-didaktischer Natur. Wenden wir uns nun wieder dem Unterricht zu.

5. Nachdem der Lehrer zwei Aufgaben $(-1)(13 + 8) - a(-1 + 13)$ und $2(7x + 8) - 13(2 + 7x)$ gestellt hat und diese nur zögernd und mit Schwierigkeiten im Unterrichtsgespräch gelöst worden sind, geht er, wie schon bemerkt, noch einmal gezielt auf die angesprochene Problematik eines Minuszeichens vor der Klammer ein. Er stellt zum Schluß der Stunde die Aufgabe $(-1)(b + c)$ mit der Kommentierung:

"... möchte ich eine Frage vom. Peter aufgreifen. Der Peter hat gefragt, warum kommt das 'Minuszeichen zustande'" (10, 11, AI, S. 175).

Peter gibt selbst eine Antwort und es entspinnt sich ein kurzer Dialog zwischen ihm und dem Lehrer:

Peter: *Minus ein .. mal b plus minus eins mal c.*

Lehrer: *Gut. Wenn ich jetzt das hier auflöse, was hab ich fürn Vorzeichen hierbei stehn' minus ein mal b' (L zeigt mit der Kreide auf (-1)·b in der aufgestellten Gleichung (-1)(b + c) = (-1)·b + (-1)·c).*

Peter: *Minus eins mal b das ist, minus ein b.*

Lehrer: *Ja .. ja, minus ein b, plus, minus ein mal c, was kommt da fürn Vorzeichen hin' Annette. dann steht, plus minus ein mal c kommt insgesamt das Vorzeichen minus hin, das is genau dereelbe Fall wie wir hier haben. (16-22, AI, S. 175f).*

6. Dieses Gespräch zwischen Peter und dem Lehrer wird von mehreren Schülern verfolgt und ist der Intention des Lehrers nach wohl auch gar nicht als ein isolierter Dialog angelegt. Man schaue sich hierfür die vom Lehrer gewählte Eröffnung des Gespräches an, außerdem versucht er - allerdings vergeblich - einen weiteren Schüler (Annette) in das Gespräch zu verwickeln.

Es zeigt sich, daß Peter die Rechenschritte zum Auflösen der Klammer richtig durchführen kann. Dabei wird er allerdings vom Lehrer unterstützt, der jeden Schritt deutlich vorankündigt. Ob Peter diese Unterstützung benötigt, ist zu bezweifeln, zumindest an dieser Stelle nicht entscheidbar. Aber dieses Gespräch ist ja auch kein Dialog, in dem gezielt Probleme von Peter aufgearbeitet werden sollen. Es ist vielmehr Bestandteil des offiziellen Unterrichtsgesprächs, in dem gerade ein Arbeitsinterim aufgebaut worden ist.

Die kommentierende und jeden Rechenschritt herausstreichende Art des Lehrers kann man als seinen Beitrag zur Aufrechterhaltung des Arbeitsinterims verstehen.

7. In der folgenden Stunde vom 14. November werden über den größten Teil der Stunde Hausaufgaben besprochen, in denen gerade das Auflösen von Klammern geübt werden konnte (vgl. AI, S. 178). Die Problematik, die sich auf ein Minuszeichen vor der Klammer bezieht, steht also zunächst hinten an. Am Anfang wird z.B. die Aufgabe 10(7 + x) - 2x behandelt. Jutta bietet als Lösung an 10x + 10·7 - 2x (vgl. 11-13, AI, S. 179). Andere Schüler haben weiter zusammengefaßt (wie z.B. Peter, vgl. 17, 18, AI, S. 180). Der Lehrer will einen Schlußstrich unter die Besprechung dieser Aufgabe ziehen:

"Siebzig plus acht x, das ist die - .. weiteste Zusammenfassung, die hier geht. Ne Frage dazu'" (19, AI, S. 180).

Das anhaltende Gemurmel bringt ihn aber von diesem Plan ab. Der Lehrer läßt eine kurze Pause aufkommen, in der einige Schüler untereinander die Aufgabe weiter besprechen; so auch von der KikS (Ulrich, Joachim, Dirk und Andreas).

Ulrich: Wieso plus'
Dirk: Ich hab minus zwei x
Ulrich: Ich auch
Dirk: Das stimmt doch gar nett .. Das stimmt nicht. Hier.
Ulrich: Ich hab da, minus zwei x.
Andreas: Deswegen regen die sich auf'
Dirk: Nee, acht x kommt.
G: Plus acht
Dirk: Wieso denn, das versteh ich nett'
Andreas: Is doch logisch, wenn de zehn eh zehn x
Dirk: das soll x heißen'
Andreas: ja klar hier stehts doch, Idiot.
Dirk: Das soll x heißen'
Andreas: Ja
Dirk: Sieben. Und was soll das' .. Und wieso jetzt auf einmal zwei x'
G: Jetzt hab ichs auch kapiert. (20-25, AI, S. 180).

Jetzt ergreift der Lehrer das Wort wieder, indem er noch einmal auffordert, die Lösung zu sagen. Patrizia gibt eine falsche Antwort, so daß der Lehrer selbst die Lösung kommentierend gibt:

"Die Zahl, die vor der Klammer steht, mal der ersten Zahlen in der Klammer, dieses Zeichen übernehmen wir, und diese Zahl mal der zweiten Zahl in der Klammer, was steht hier noch da' Zusammenfassung war möglich - siebzig, und das wurde ja gesagt, plus acht x" (30-32, AI, S. 180f).

Andreas kann dieser Erklärung spontan zustimmen. Joachim zögert noch kurz. Patrizia gibt immer noch eine falsche Lösung ($10 \cdot 7 + x$) an. Der Lehrer weist sie zurecht:

"Das ist aber falsch. Du mußt erst die zehn, diese Zahl die vor der Klammer steht, mal dem ersten Glied plus - diese Zahl vor der Klammer, mal der zweiten, alles andere ist falsch. Wir ham das versucht zu verdeutlichen, mit den Mustern, beim letzten Mal, erinnert euch bitte daran." (35-39, AI, S. 181).

8. Die Hausaufgaben werden in unterschiedlichen Kommunikationsbereichen behandelt. In der hier beobachteten KikS ist es außerordentlich schwer, detailliert zu rekonstruieren, was die Schüler eigentlich da besprechen. Stellen wir erst einmal einen möglichen Lösungsweg der Aufgabe dar, der in dieser oder leicht abgewandelter Form in den Heften der Schüler stehen müßte:

$$10 \cdot (7 + x) - 2 \cdot x = 10 \cdot 7 + 10 \cdot x - 2 \cdot x = 70 + 8 \cdot x.$$

Ulrich und vor allem wohl Dirk scheinen die Teilterme $10 \cdot x - 2 \cdot x$ nicht zusammengefaßt zu haben. Man kann aus dem Gespräch nicht rekonstruieren, warum es Dirk nicht getan hat. Bis zum Ende dieses Gesprächs scheinen bei ihm noch Zweifel zu bestehen, wie und ob man diese Zusammenfassung machen kann. Auffallend ist die "restringierte Sprache", mit der die Schüler Dirk und Andreas ihre anstehenden Schwierigkeiten untereinander austauschen. Es sind Wortfetzen, die sie sich zurufen. Dies ist - das haben die bisherigen Analysen gezeigt - typisch für eine algorithmisch-mechanische Rahmung. In diesem Rahmen kann man lediglich "rechnen". Man kann nicht die getätigten Rechenschritte beschreiben, geschweige denn begründen. Dirks Frage "Wieso denn, das versteh ich nett" zeigt an, daß jetzt eine Modulation vorgenommen werden müßte in einen abgeleiteten Rahmen, der in gewisser Hinsicht Beschreibungs- und Begründungsmöglichkeiten anbietet. Eine solche Modulation findet aber nicht statt. Andreas erwidert auf seine Frage "is doch logisch ...".

Unsere bisherigen Analysen geben Hinweise, wie eine derartige Modulation aussehen könnte. Das entsprechende Modul könnte man im Kontrast zum Modul "Konkretisieren" "Abstrahieren" nennen.In einer Lehrerdiskussion (vgl.KRUMMHEUER 1982 a) schlugen die Lehrer vor, für die Variable x "Äpfel" oder "Birnen" einzusetzen, also 10 Äpfel - 2 Äpfel. Eine andere Möglichkeit wäre es, eine Reihe von Zahlen in x einzusetzen und dann "abstrahierend" eine Regelhaftigkeit aufzuzeigen, also z.B. $10 \cdot 3 - 2 \cdot 3$; $10 \cdot 4 - 2 \cdot 4$; $10 \cdot 5 - 2 \cdot 5$ usw.. Dies wären Modulationshilfen, die sich auf einen algorithmisch-mechanischen Primärrahmen beziehen. Es sind sicherlich noch viele andere Hilfen denkbar und wünschenswert. Die beiden genannten traten lediglich in den analysierten Texten auf, und es soll hier hicht behauptet werden, daß sie die hilfreichsten wären. Dadurch wird nicht eo ipso ein algebraisch-didaktischer Primärrahmen erzeugt - dies wurde oft betont. Die primäre Sichtweise bleibt erhalten. Es wird lediglich ein Anstoß zur Überwindung der restringierten Sprache algorithmisch-mechanisch rahmender Schüler gegeben, ohne deren Primärrahmen in Frage zu stellen.
Die in einer Modulation enthaltene Simulation der primärgerahmten Handlung

besteht bei einem algorithmisch-mechanischen Primärrahmen offenbar darin, "*mit anderen Worten*" die algorithmisch-mechanisch gerahmten Rechenwege zu beschreiben. Die hierzu benötigten Beschreibungsmittel müssen selbstverständlich meist im Unterricht erst erarbeitet werden.

Kommen wir nun zu der Passage im *offiziellen Unterrichtsgespräch*. Patrizia hat offenbar den Teilterm $10 \cdot (7 + x)$ umgeformt in $10 \cdot 7 + x$. Der Lehrer führt aus, daß man - gemäß dem Distributivgesetz - *beide* Summanden in der Klammer mit dem Faktor 10 multiplizieren muß. Des weiteren zeigt er wenig Bereitschaft, auf dieses Problem ausführlicher einzugehen. Dies kann man verstehen, wenn man bedenkt, daß noch eine Reihe weiterer Aufgaben zur Besprechung anstehen.

Der Lehrer bietet in seiner Äußerung eine Versprachlichung an, indem er formuliert: "die Zahl vor der Klammer mal dem ersten Glied plus - diese Zahl vor der Klammer, mal dem zweiten". Bei dieser Formulierung ist ihm eine abgeleitete Rahmung "algebraisch-didaktischer Primärrahmen x Konkretisieren" zu unterstellen. Sie ermöglicht die Herstellung eines Arbeitsinterims. Leider können wir in dieser Situation nicht weiter verfolgen, in welcher Weise Patrizia diese Äußerung zu rahmen versucht. Es muß also offen bleiben, ob sie diese Hilfen des Lehrers als Angebot zu einer eigenen Modulation des ihr unterstellten algorithmisch-mechanischen Primärrahmens wahrnimmt.

9. Bei der Besprechung anderer Aufgaben zeigt sich, daß auch noch andere Schüler mit dem Auflösen von Klammern nicht fehlerfrei klarkommen. Es geht im folgenden um die Aufgabe $3 \cdot x \cdot (4 + 2 \cdot 3)$. Andreas wird aufgerufen und seine Lösung besteht darin, daß er die Klammer als erstes ausrechnet, $4 + 2 \cdot 3 = 10$, und somit als Resultat $3 \cdot x \cdot 10$ erhält. Der Lehrer möchte aber auch an dieser Aufgabe das Auflösen von Klammern üben. Ein Schüler bietet als Lösung an $10 \cdot x + 3$, ein anderer die richtige Lösung.

Der Lehrer hakt bei der falschen Antwort $10 \cdot x + 3$ ein.

Lehrer: *Was steht bei dieser Aufgabe anstelle des c, wenn die Aufgabe heißt, drei x mal vier plus zwei mal drei, was, oder gehn wir langsam vor, was steht an der Stelle von a, Dirk.*

Dirk : *Ne drei.*

Lehrer: *Nein. Das ist falsch. Deswegen ham wir doch das ganze, Blimborium gemacht - ich weiß nicht (...) ... (...) mit dem Ausschneiden. Was steht an der Stelle von a'.*

S : *Das x*

Lehrer : Nein

SS : Das drei x

Lehrer : Das drei x. Was steht an der Stelle von b, Michaela'

Michaela: vier

Lehrer : Die vier und das ie' jetzt schwierig, was steht an der Stelle von c', Annette'

Annette : zwei mal zwei

G : sechs, das ist sechs, sechs, sechs

Lehrer : zwei mal drei. Genau. Wenn wir das hier auflösen, was müssen wir dann hinschreiben, Jutta'

Jutta : Noch mal drei.

Lehrer : Gut. Nehmen wir das aus drei x mal vier, was können wir dafür schreiben' Anita', Jörg

Jörg : zwölf x

Lehrer : plus, Martina'

Martina : plus achtzehn x.

Lehrer : Das ist zusammengezählt zwölf x plus achtzehn x, Martina'

SS : dreißig x

Martina : dreißig x

Lehrer : Gut. (52-64, AI, S. 182).

In dieser Weise werden noch weitere Aufgaben behandelt.

10. Wir beenden die letzte Interpretation mit der offengelassenen Frage, ob die Hilfen des Lehrers die Schüler zu Modulationen ihrer Primärrahmen veranlassen. Die letzte Aufgabe bereitet aus algebraisch-didaktischer Sicht die Schwierigkeit, die Struktur a · (b + c) in 3 · x · (4 + 2 · 3) zu erkennen. Und es zeigt sich auch, daß einige Schüler an dieser Schwierigkeit scheitern. Wenn der Lehrer zur Behebung dieser Schwierigkeiten - wie geschehen - nun fragt, was in dem Term 3 · x · (4 + 2 · 3) denn das a, b und c sei, so bestärkt er den Interpreten hier in der vorgenommenen Analyse, daß der Lehrer in einem abgeleiteten Rahmen "algebraisch-didaktischer Primärrahmen x Konkretisieren" handelt: Zur Behebung des erkannten Problems moduliert der Lehrer kurz herunter in seinen Primärrahmen, zieht unter dieser Rahmung den strukturellen Aspekt in der Formulierung a · (b + c) heraus (d.h. in einem Produkt besteht ein Faktor aus einer Summe), sodann moduliert er wieder herauf, indem er die oben erwähnte Frage nach dem a, b und c stellt.

Die Schüler scheitern. Der Lehrer erwähnt, leicht enttäuscht oder erbost, die bereits beschriebenen Styroporflächen. Nach einigem Hin und Her, das sehr stark

an das von BAUERSFELD beschriebene Trichtermodell (vgl. BAUERSFELD 1978) erinnert, nennen die Schüler die entsprechenden Teilterme aus $3 \cdot x \cdot (4 + 2 \cdot 3)$.

Der vom Lehrer gegebene Hinweis auf die Styroporflächen führt uns zu einem weiteren Gedanken. An keiner Stelle der hier in Betracht zu ziehenden zwei Stunden wurde *explizit*, d.h. in Sprache, ein Zusammenhang zwischen den Operationen an den Styroporflächen und den Rechenoperationen an den gestellten mathematische Terme betreffenden Aufgaben formuliert. Die zu Eingang der Stunde vom 12. November vorgenommene Gegenüberstellung der Gleichung $2(a + b + c) = 2a + 2b + 2c$ mit der "Styropor-Gleichung" verlief automatisch, ohne jeden erklärenden Kommentar. Anschließend war kein Versuch eines Vergleichens oder Gegenüberstellens zu beobachten. Damit wurde m.E. im offiziellen Unterrichtsgespräch die Möglichkeit verspielt, das in diesem Styroporflächen-Modell innewohnende Potential, Schüler zu Modulationen des "Abstrahierens" zu bewegen zu nutzen.

Es soll hier nicht behauptet werden, daß diese Operationen an Styroporflächen in hohem Maße geeignet seien für derartige Modulationsprozesse. Ein derartiges Urteil kann zum derzeitigen Stand der Projektarbeit in keiner Weise abgesichert werden. Hier kann lediglich eine Diskussion geleistet werden, welche Chancen an dieses Styroporflächen-Modell geknüpft werden könnten; Chancen, die sich auf mögliche Modulationsprozesse bei Schülern beziehen. Es geht also darum, mit Hilfe *sprachlicher Beschreibungsmittel* das Modul "Abstrahieren" zu erfassen. Die dafür benötigten Sprachfiguren scheinen dabei aus der Perspektive eines algorithmisch-mechanischen Rahmens vor allem metonymischen Charakters zu sein (zu den Begriffen "Metonymie" und "Metapher" siehe BAUERSFELD/ZAWADOWSKI 1981). Dabei gründet sich diese metonymische Charakterisierung des hier genannten Moduls des "Abstrahierens" auf die Tatsache, daß durch das Einsetzen bzw. Ersetzen von Teilen des bestehenden mathematischen Ausdrucks "a shift of reference" (BAUERSFELD/ZAWADOWSKI 1981, 4) vorgenommen wird. BAUERSFELD/ZAWADOWSKI geben selbst als Beispiel eines "metonymical shift" das Einsetzen von Zahlen in einen algebraischen Term an. "In this procedure the metonymical shift of reference is given by taking letters and pretending to use them just like one would do with numbers." (ebenda, S. 6). Hier wird m.E. genau der Prozeß beschrieben, den wir rahmenanalytisch gefaßt als Modulation des algorithmisch-mechanischen Primärrahmens in den abgeleiteten Rahmen "algorithmisch-mechanischer Primärrahmen x Abstrahieren" zu beschreiben versuchen. Freilich können auch andere "shifts" vorgenommen werden, als die, Buchstaben einzusetzen. Es können auch, wie die berichteten Unterrichtsstunden nahelegen, Styroporflächen eingesetzt werden. Dadurch, daß auf die Styroporflächen sogar wieder Zettel mit Zahlen bzw. Termen geheftet werden, wird dieser durch

einen "metonymical shift of reference" sprachlich zu erfassende Modulationsprozeß handgreiflich und visuell dargestellt. Diese Deutlichkeit mag es gewesen sein, die dem Lehrer möglicherweise eine sprachliche Beschreibung dieses hier mit Hilfe des Modulationskonzepts genauer gefaßten Phänomens für nicht notwendig erscheinen ließ[32]. Der hier zu beobachtende Effekt: Die restringierte Sprache unter einer algorithmisch-mechanischen Rahmung wird nicht erweitert, die sprachlichen Möglichkeiten, seine eigene Rechnung zu formulieren, bleiben weiterhin so überaus beschränkt. So verwundert es auch nicht, daß nur unter großer Mühe und enormem Zeitaufwand die "Regel" für das Auflösen von Klammern, wenn ein Minuszeichen davorsteht, formuliert werden kann. Denn folgendes ist dem Bericht über die Stunde vom 14. November noch nachzutragen:

11. Zum Schluß der Stunde wendet sich der Lehrer noch einmal dem Problem "Plus" und "Minus" vor einer Klammer zu. An insgesamt sechs Aufgaben, die in größter Ausführlichkeit besprochen werden (vgl. AI, S. 186-198), wird diese Problematik noch einmal entfaltet. Joachim findet zum Schluß eine Formulierung für die Regel, die allgemein akzeptiert wird:

"Wenn ein Minuszeichen vor der Klammer steht, wandelt sich jedes Vorzeichen in der Klammer um ..., wenn ein Pluszeichen vor der Klammer steht, bleiben die Vorzeichen bestehen - also in der Klammer bleiben die Vorzeichen <u>in</u> der Klammer bestehen" (299-302, AI, S. 197).

12. Mit dieser Regel mag die eingangs beschriebene restringierte Sprache des Schülers unter einer algorithmisch-mechanischen Rahmung in gewisser Weise eine Erweiterung erfahren haben. Es dürfte aber wohl kein Zweifel darüber bestehen, daß Joachim seine allgemein gutgeheißene Formulierung der Regel unmoduliert algorithmisch-mechanisch primärrahmt. Wir kommen zu dem Schluß, daß in dem über zwei Stunden immer wieder aufbereiteten Arbeitsinterim die Schüler keine Modulation ihrer Primärrahmen vornehmen. Dies erscheint im Hinblick auf die anzustrebende Genese des algebraisch-didaktischen Rahmens bei Schülern bedenklich. Hat man doch davon auszugehen, daß gerade geeignete Modulationen diesen Prozeß der Genese begünstigen würden. Hiermit soll aber keine Verurteilung des vom beobachteten Mathematiklehrer durchgeführten Unterrichts verbunden sein. Viele hier nicht in Betracht gezogene und zu respektierende Gründe mögen ihn bewogen haben, diesen und keinen anderen Unterricht gemacht zu haben.

13. In der folgenden Stunde, vom 17.11.1980, geht der Lehrer noch einmal auf das Problem "Minus vor der Klammer" ein.

"Ich möchte am Anfang auf eine Frage nochmal eingehen, die in der letzten Stunde aufgetaucht ist, die im Grunde genommen von euch allen beantwortet können muß, werden müßte, aber die manche von euch auch noch falsch machen. ...Ich wähle für die Aufgabe <u>bewußt</u> mal Zahlen damit wir das an Zahlen mal konkretisieren

können" (6-11, AI, S. 200).

Andreas antwortet:

"Ja, also, die Klammer drückt ja aus, daß ja als erstes in der Klammer gerechnet wird, wenn wir jetzt aber, wenn wir, wenn wir jetzt aber, äh, wie heißts, die fünf mal drei nehmen, und das Ergebnis was da rauskommt, plus die vier und das, davon die sechs also abziehen, da kommt ja n ganz andres Ergebnis raus" (23-27, AI S. 201).

Der Lehrer scheint diese Antwort zu akzeptieren (vgl. 27, 28, AI, S. 201)

14. Es hat eine neue Stunde begonnen . Zwischen der letzten und dieser h'er zu betrachtenden Stunde lag ein Wochenende. Es stellt sich also zunächst wieder die Frage nach den faktisch vorgenommenen Situationsdefinitionen und die Frage nach den zugrundeliegenden Rahmungen. Eine ausführliche Analyse dieser Prozesse kann hier unterbleiben: Im Effekt kommt wieder dasselbe Arbeitsinterim heraus wie in den beiden Stunden zuvor. Es soll hier vielmehr auf eine Äußerung des Lehrers und auf den Lösungsvorschlag von Andreas eingegangen werden.

Der Lehrer sagt zu Anfang: "Ich wähle für die Aufgabe *bewußt* mal Zahlen damit wir das an Zahlen mal konkretisieren können -". Diese Äußerung kann man als Prototyp für den von BATESON "Typ c" genannten logischen Typ von Mitteilungen verstehen: "messages which enable the receiver to discriminate between mood-signs and those other signs which resemble them" (BATESON 1972, 198). Der Lehrer gibt hier explizit seine Modulationsabsicht kund, nämlich das Modul "Konkretisieren" anzuwenden. Der Wechsel des grammatikalischen Subjekts von "ich" auf "wir" zeigt, wie sich in dieser oft zu hörenden Redewendung des "*wir* wollen", "*wir* haben bereits", "*wir* können" usw. diesmal der soziale Charakter von Modulationen widerspiegelt: Die Aufgabe wird vom Lehrer vorgegeben, aber was mit dieser Aufgabe gemacht werden soll, ist eine Aufforderung an alle: Hier soll eine Rechenregel "an Zahlen mal konkretisiert" werden. Leider - so muß man hier wohl sagen - kann niemand von den Schülerm diese Modulation mittragen. Dies ergibt sich u.a aus dem bisher analysierten Tatbestand, daß keiner der Schüler die in diesem Unterricht aufgetretenen Handlungen algebraisch-didaktisch primärrahmt. An dem genannten Wochenende zwischen dieser und der letzten Mathematikstunde hätte sonst bei allen Schülern eine entsprechende Rahmengenese stattgefunden haben müssen.

Andreas tut offenbar sein Möglichstes, um diesem in einer Modulation sich zeigendem Entgegenkommen des Lehrers seinerseits auch durch eine Modulation seines algorithmisch-mechanischen Primärrahmens zu begegnen. Bei Andreas handelt es sich aber um eine andere Modulation, nämlich um die sobenannte Modulation

"Abstrahieren". Seine Redeeröffnung "die Klammer drückt ja aus, daß ja als erstes in der Klammer gerechnet wird" weist darauf hin, daß er eine zwar noch deutlich algorithmisch-mechanische Elemente verwendende Begründung geben will. Eine Begründungsabsicht kann aber, nach den bisherigen Ausführungen über einen algorithmisch-mechanischen Primärrahmen, nicht unmoduliert algorithmisch-mechanisch sein. Er muß seine derartig gerahmten Handlungen "abstrahierend" beschreiben. Hierzu benötigt er allerdings die durch das Modul "Abstrahieren" zur Verfügung gestellten Beschreibungsmittel (siehe hierzu oben Abschnitt 1.8). Diese fehlen ihm aber ganz offensichtlich in zureichendem Maße: Er gerät ins Stocken, was offenbar ein typisches Zeichen für einen mißlungenen Modulationsversuch ist und ringt deutlich nach Worten: "äh, wie heißts" sagt er. Sodann fällt er wieder zurück in seinen algorithmisch-mechanischen Primärrahmen, in dem bei ihm noch nicht einmal Möglichkeiten enthalten sind, einige Rechenschritte zusammenfassend dazustellen; jeder einzelne Schritt muß genannt werden.

Der Lehrer akzeptiert Andreas' Antwort, weil sie unter der formalen Sichtweise eines algebraisch-didaktischen Rahmens nicht falsch ist.Dies sei in drei Schritten erläutert:

(1) Unter einem algebraisch-didaktischen Primärrahmen hätte man z.B. die Aufgabe wie folgt beantwortet:

Es gilt nach dem Distributivgesetz $a(b + c + d) = ab + ac + ad$. Die Gleichung $-5(3 + 4 - 6) = -5 \cdot 3 + 4 - 6$ ist daher eine falsche Aussage.

(2) Unter einem abgeleiteten Rahmen "algebraisch-didaktischer Primärrahmen x Konkretisieren" würde man dieses Argumentationsmuster beibehalten und etwa wie folgt antworten:

Die Gleichung ist falsch, denn nach dem Distributivgesetz muß jeder Summand in der Klammer mit dem Faktor vor der Klammer multipliziert werden beim Auflösen der Klammer.

(3) Wie dargestellt argumentiert Andreas in einer noch anderen Weise: Es kommt auf beiden Gleichungsseiten etwas verschiedenes heraus. Dieses Argumentationsmuster macht einmal mehr deutlich, wie kompliziert und vertrackt es manchmal ist, Übereinstimmungen als vermeintliche auszuweisen. Hätte der Lehrer die Aufgabe gestellt "Warum ist $a(b + c + d) = a \cdot b + c + d$ im allgemeinen falsch?", dann wäre das von Andreas genutzte Argumentationsmuster algebraisch-didaktisch rahmbar gewesen. Denn den Nachweis einer fehlenden Allgemeingültigkeit pflegt man in diesem Rahmen durch ein Gegenbeispiel zu geben;

also z. B.: "Sei a = -5, b = 3, c = 4, d = 6

$\longrightarrow$ -5 (3 + 4 · 6) = -5 und

-5 · 3 + 4 - 6 = -17 q.e.d.".

Der mißlungene Modulationsversuch von Andreas scheint offenbar von dem Lehrer nur aufgefangen werden zu können, indem dieser in seiner algebraisch-didaktischen Primärrahmung heruntermoduliert und sodann nichts Falsches an Andreas' "Begründung" finden kann. In einem Arbeitsinterim sind Rahmungsprozesse und die damit verbundenen Modulationsprozesse in einem steten Fluß.

Durch diese idealtypische Darstellung von drei Antworten sieht man die Gefahren, die in einem Arbeitsinterim stecken: Die unauflösbaren Unsicherheiten in der Interpretation der Handlungen der anderen. In diesem Fall stimmt der Lehrer der Antwort von Andreas zu, weil sie formal (unter einem algebraisch-didaktischen Primärrahmen) gesehen nicht falsch ist. Nur trägt sie zur Erhellung der vom Lehrer anzusprechen beabsichtigten Problematik nicht bei. Der Schüler Andreas wiederum sieht sich durch die nicht-negative Reaktion des Lehrers in seiner algorithmisch-mechanischen Primärrahmung bestätigt. Seine sowieso schon zaghaft ausfallenden Modulationsversuche werden nicht positiv verstärkt.

15. *Im Unterricht geht man nun daran, die richtige Lösung der Aufgabe zu erarbeiten. Cornelia gibt sie. Aber Dirk hat noch Zweifel:*

L : Dirk du hattest noch nen anderen Vorschlag'

Dirk: Drei minus vier, ist gleich drei minus vier minus sechs minus fünf.

L : Gut, das können wir auch machen, also drei plus vier

Dirk: minus vier ... wenn die Klammer auflöst. Da steht minus fünf .. da wird aus dem Plus dann Minus und aus dem Minus wieder 'n Plus

L : Das ist falsch (laut), das dürfen wir so, auf keinen Fall in unseren Köpfen lassen" (41-48, AI, S. 202)

Der Lehrer erklärt nun, daß man nicht, wie Dirk sagt "Naja wir kehren hier die Vorzeichen um, und rechnen das dann zusammen" sondern "wir lösen die Klammer auf, indem wir, und wer kann das jetzt mit Worten ausdrücken." (Lehrer, 54-56, AI, S. 202).

16. Bevor wir die Antwort eines Schülers wiedergeben, soll Dirks Vorschlag analysiert werden. Man kann es fast nur raten, was Dirk meint. Auch der Lehrer mißversteht ihn am Anfang und denkt, Dirk wolle nur zuerst die Zahlen in der Klammer aufaddieren. Erst Dirks Einwurf, der mit den Worten "minus vier" beginnt, ermöglicht dem Lehrer eine genauere Einschätzung von Dirks Vorschlag. Der Lehrer

scheint jetzt zu glauben, daß Dirk etwa folgendes meint: aus $-5 \cdot (3 + 4 - 6)$ wird $+5 \cdot (3 - 4 + 6)$, weil ein minus vor der Klammer steht, durch das ja nach der in der letzten Stunde von Joachim formulierten Regel alle Vorzeichen sich "umdrehen".

Sollte diese Interpretation der vom Lehrer vorgenommenen Interpretation von Dirks Äußerung zutreffen, so zeigt sich, wie "mechanisch" ein algorithmisch-mechanischer Rahmen ist. Die von Joachim formulierte Regel, daß sich bei einem "Minus vor der Klammer" alle Vorzeichen umdrehen, wird von einer solchen Rahmung in der von Dirk vorgeführten Weise voll gedeckt.

Generell kann man aus dieser Szene wohl den Hinweis ziehen, daß ein Lehrer unter einem erstellten Arbeitsinterim sogenannte "Regeln" nur mit äußerster Vorsicht zulassen sollte. Diese "Regeln" zeigen nur, wie wirksam das Arbeitsinterim funktioniert. Aufgrund der unterschiedlichen Rahmungen bei Lehrer und Schülern kann man nämlich nicht davon ausgehen, daß diese "Regeln" von allen in gleicher Weise verstanden werden. Es scheint aus theoretischer Sicht günstiger zu sein, anstelle unterschiedlich rahmbarer Regeln den erwünschten Modulationsprozeß bei den Schülern zu thematisieren, was mit anderen Worten bzw. in den Worten von BATESON nichts anderes bedeutet, als eine Metakommunikation über die algorithmisch-mechanisch gerahmten Handlungen der Schüler in Gang zu setzen.

Ein Vorschlag, wie eine solche Metakommunikation konkret aussehen könnte, kann nicht aus der Analyse des bisher beobachteten Unterrichts abgeleitet werden, da sie dort bis jetzt nicht stattfand. Insofern im derzeitigen Stadium der Arbeit aber nur die Analyse der beobachteten Unterrichtskommunikation vorgenommen werden soll, muß ein solcher Vorschlag unterbleiben. Die hier vorgenommene Kritik an der Formulierung von Regeln, sogenannten "Termumformungs-Regeln", läßt sich allerdings noch auf das verwendete und viele weitere Mathematikbücher erweitern, in dem solche Regeln, meist (not) eingerahmt, mehrfach stehen. Gerade Dirks analysierte Äußerung zeigt, wie fragwürdig derartiges "Regelwissen" ist. Dies gilt auch noch, wenn die Regeln unter algebraisch-didaktischer Perspektive - wie etwa in einem Schulbuch - perfekt formuliert sind. Denn: Entweder werden sie wegen ihrer eindeutig algebraisch-didaktisch zugrundegelegten Rahmung von den Schülern nicht verstanden, oder es tritt der nicht auszuschließende Fall der unterschiedlichen Rahmbarkeit ein.

Zurück zum Unterricht; wie lautet nun die Antwort eines Schülers auf die Frage des Lehrers, wie man eine Klammer auflöse?

17. *"Indem man die Zahl die vor der klammer steht immer mit den Zahlen in der Klammer malnimmt" (57, 58, AI, S. 202).*

So antwortet ein Schüler und findet die Zustimmung des Lehrers, wenngleich dieser das verwendete Wort "Zahl" kritisiert. "Hier kann natürlich auch'n Buchstabe stehn" (59, 60, AI, S.203).

8. *Eine Geschichte, in der sich alle schreckliche Sorgen machen, was passieren wird, wenn Winnie the Pooh in die Schule kommt.*

Es ist schon eine lange Zeit her, als Winnie the Pooh einfach nicht glauben wollte, daß Christopher Robin in einem Glas Öl und keinen Honig hatte. Und eigentlich hatten sie alle diese Geschichte schon vergessen, wenn nicht Christopher Robin eines Tages wieder Öl in ein Glas hätte füllen müssen und Piglet das nicht gesehen hätte.

Piglet: *Oh, Christophe Robin verstecke bloß dieses Glas mit Altöl vor Pooh. Der denkt sonst wieder das ist Honig, der nicht süß ist.*

Chr.Robin: *Ach glaubst du, das würde Pooh immer noch denken? Schließlich ist er ja jetzt auch älter. Er kommt schon bald in die Schule.*

Piglet: *Au weia. Was passiert nur mit Pooh in der Schule? Hoffentlich sind die Lehrer auch Bären. Sind sie da, Christopher Robin? Schau, da kommt Pooh. Versteck' schnell das Glas. Hallo Pooh!*

Pooh: *Hallo ihr beiden. Denkt mal, meine Oma aus Peru hat mir ein ganzes Paket mit peruanischem Honig geschickt, weil ich in die Schule komme.*

Piglet: *Pooh, daß du in die Schule kommst, darüber haben wir uns auch gerade unterhalten. Hoffentlich sind die Lehrer auch Bären.*

Chr.Robin: *Nein, das sind keine Bären, die Lehrer.*

Pooh: *Das ist aber gar nicht gut. Können die Lehrer sich denn überhaupt vorstellen, wie sehr ich Honig mag.*

Chr.Robin: *Ich glaube schon, daß sie sich das vorstellen können. Aber deswegen müssen sie Honig nicht so abgöttisch lieben wie du.*

Piglet: *Werden denn die Lehrer böse, wenn Pooh dennoch immer nur an Honig denkt?*

Pooh: *Darf ich in der Schule gar nicht an Honig denken. Darf ich noch nicht einmal ein Honigbrot für die Pausen mitbringen? (sehr besorgt).*

Chr.Robin: *(beschwichtigend) Na ich glaube, da kannst du gar nicht an Honig denken.*

Piglet: *Du mußt immer so tun, als würdest du gar nicht einmal Honig kennen. Du mußt schlau sein.*

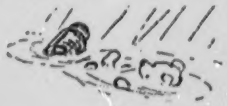
Pooh: *Wie, ich muß wie ein Lehrer werden und gar nicht erst an Honig denken?*

(Wäre die kluge Eule dagewesen, die hätte sicherlich gesagt:

Nein, Pooh, du mußt nicht wie der Lehrer werden. Du kannst weiter nur an deinen geliebten Honig denken. Mit deiner verliebten Honig-Welt kannst du schon sehr viel in der Schule verstehen. Die Lehrer

wissen ja auch, wie gut Honig schmeckt. Und vielleicht wirst du ja auch einmal ein großer Bär, der auch noch was anderes mag außer Honig.

Aber die kluge Eule war nicht da. Denn es ist Tag, und da schläft sie meistens. So machten sich Winnie the Pooh, Piglet und auch ein wenig Christopher Robin schreckliche Sorgen, was passieren wird, wenn Winnie the Pooh in die Schule kommt.



9. Anmerkungen

1 Der vorliegende Aufsatz basiert auf Arbeiten und Ergebnissen des von der DFG geförderten Projekts "Algebraische Termumformungen in der Sekundarstufe I".

2 Für die intensiven Diskussionen zu diesem Aufsatz sei hier Frau Kampmann sowie den Herren Bauersfeld und Voigt am IDM gedankt für ihre Bereitschaft, sich über vier Monate einer ständigen Beobachtung und Befragung ausgesetzt zu haben.

3 Diese Äußerung wurde von einer Lehrerin im Rahmen einer Lehrerfortbildungsveranstaltung im Februar 1981 gemacht. Näheres zu dieser Veranstaltung siehe KRUMMHEUER 1982a und 1983.

4 Vgl. hierzu und im Folgenden in diesem ersten Kapitel KRUMMHEUER 1982b.

5 Foucault, M., 1980, 63; Hervorhebungen im Original.

6 Zu diesem Vorgehen vgl. z.B. RAMOS (1973 und 1981). Gewisse Ähnlichkeiten zu den "Krisenexperimenten" GARFINKELs bestehen ebenfalls (GARFINKEL 1973, insbes. S. 193).

7 Im englischen Original: " I say primary because application of such a framework or perspective is seen by those who apply it as not depending on or harking back to some prior or 'original' interpretation" (GOFFMAN 1974, 21).

8 Im englischen Original: "The key. I refer here to a set of conventions by which a given activity, one already meaningful in terms of some primary framework, is transformated into something patterned on this activity but seen by the participants to be something quite else" (GOFFMAN 1974, 44).

9 Es wird hier an eine "Tradition" angeknüpft, die meines Wissens u.a. auf BATESON zurückgeht, nämlich gewisse Einsichten über Kommunikationsprozesse in fiktive Kommunikationen zurückzuübersetzen. Auch HOFSTADTER hat diese Idee aufgegriffen.

10 Im englischen Original: "To say that a frame is clear is not only to say that each participant has each a workably correct view of what is going on, but also, usually, a tolerably correct view of the others' views, which includes their view of his view" (GOFFMAN 1974, 338).

11 Im englischen Original: "There are hundreds of examples of the different possible ways in which events have been experienced, but no suggestion at all as to the principles which might underlie the active selection of a particular framework, or to the cultural considerations which might prompt such a selection" (CROOK/TAYLOR 1980, 249).

12 CROOK/TAYLOR sprechen von "emptiness at the centre of the text" (ebenda S. 249).

13 Zu den Auswirkungen der sogenannten "tertiären Sozialisation" bei Mathematikern und Naturwissenschaftlern sei hier auf REISS 1975 hingewiesen.

14 Selbstverständlich trägt auch seine soziale Identität, als mit gewissen Befugnissen des Kontrollierens und Bewertens von Schülerleistungen Ausgestatteter, zu der Asymmetrie mit bei.

15 Im englischen Original: "One might reason that the individual could also break from behavior in one primary framework (whether transformed or not) to conduct implying a radically different framework. ...But this argument is not fully convincing. For it seems that behind many apparant shifts in primary framework there is really a shift of another kind, from suppressed and inhibited response within a frame to a 'more direct', that is, less laminated reaction within the same terms" (GOFFMAN 1974, 375)

16 Im englischen Original: "Whether a particular 'strip of activity' is 'really' a game, a play, a rehearsal, a ritual, or a fabrication is not decided exclusively by reference to its intrinsic features. It can instead become any of those things provided the participants can utilise the 'keys' which enable appropriate transformations to be effected" (CROOK/TAYLOR 1980, 234).

17 Im englischen Original: "All human beings have meaning and seek to live in a meaningful word. In principle, every human meaning is accessible to others. Indeed, this mutual accessibility is a decisive premise for the belief that there is something like a shared humanity" (BERGER/KELLNER 1981, 17).

18 Im englischen Original: "Three kinds of outcome in reaching a consensus about the definition of the situation are possible. The first can be called *concord*, which arises when consensus is high. Here the definitions of the situation by teacher and by pupils are congruent and compatible. The situation is pleasant for both participants; both can make profits. The second type of outcome is *discord*. In this case the definitions of the situations are incompatible, and consensus is low. The situation is unpleasant for the participants; each makes a loss. Between these two forms stands a third type, *pseudo-concord*. Here the definitions of the situation are congruent and compatible only in one part. The situation is partly pleasant, partly unpleasant. It represents a doubtful bargain: sometimes the participants make profits and at other times losses" (HARGREAVES 1972, 164).

19 KRAPPMANN z.B. führt zum Konzept der Rollendistanz aus: "Als erste Voraussetzung für Errichtung und Wahrung von Identität erscheint, daß das Individuum in der Lage ist, sich Normen gegenüber reflektierend und interpretierend zu verhalten. ... Diese Tätigkeit, die das Individuum für erfolgreiche Interaktionen benötigt, soll in Übernahme der Begriffsbildung E. GOFFMANs als Fähigkeit zur "Rollendistanz" bezeichnet werden" (KRAPPMANN 1971, 133).

20 Vgl. z.B. das im beobachteten Mathematikunterricht eingeführte Schulbuch "Mathematik heute 8", hrsg. von ATHEN/GRIESEL.

21 Siehe Krummheuer 1982b und 1982a.

22 Es handelt sich hierbei um dieselbe Lehrergruppe, von der KRUMMHEUER 1982a berichtet.

23 Von einem ähnlichen Phänomen berichtet KRUMMHEUER 1981. Dort zeigte sich, daß in einer Gruppe von Schülern, die außerhalb des Schulunterrichts mit mathematischen Problemaufgaben konfrontiert worden waren, aufgrund eines zu konstatierenden Konkurrenzverhaltens zwischen zwei dominanten Schülern

(soziale Identität) keine intensive mathematische Diskussion stattfand - eine Diskussion, in der mathematische Wissensbestände hätten eingebracht werden können, die deutliche persönliche, biographische Züge gehabt hätten.

24 Im englischen Original: "I shall present human growth from the point of view of the conflicts, inner and outer, which the vital personality weathers, re-emerging from each *crisis* with an increased sense of inner unity, with an increase of good judgement, and an increase in the capacity "to do well" according to his own standards and to the standards of those who are significant to him" (ERIKSON 1968, 91f); Hervorhebung von mir, G.K.

25 Zu der Vorstellung von mehrfachen Modulationen siehe GOFFMAN 1974, 82 ("rekeying") und die Bemerkung in Kap. 5.2 dieser Arbeit.

26 Im englischen Original: "I have introduced the term 'transitional objects' and 'transitional phenomena' for designation of the intermediate area of experience, between the thumb and the teddy bear, between the oral erotism and projection of what has already been introjected, between primary awareness of indebtedness and the acknowledgement of indebtedness (say: "ta")" (WINNICOTT 1971, 2)

27 Ferner sei auf die Darstellung so benannter "Ausgleichsmodelle" und deren innewohnender Plausibilitätsstrukturen bei KRUMMHEUER 1981 hingewiesen.

28 Im englischen Original: "This intermedia area of experience, unchallanged in respect of its belonging to inner or external (shared) reality, constitutes the greater part of the infant's experience and throughout life is retained in the intense experiencing that belongs to the arts and to religion and to imaginative living, and to creative scientific work" (WINNICOTT 1971, 14).

29 Im Hinblick auf die in Kapitel 5.2 beschriebenen Disparatheits- und Regressions-Hypothese scheinen weitere Ausführungen WINNICOTTs eher Argumente für das Zutreffen der Regressions-Hypothese zu liefern. Er schreibt: "Sein Schicksal (des Obergangsobjekts; G.K.) ist es, daß ihm allmählich die Besetzungen entzogen werden, so daß im Laufe der Jahre nicht in Vergessenheit gerät, jedoch in die Rumpelkammer verbannt wird. Es wird weder vergessen noch bedauert. Es verliert im Laufe der Zeit Bedeutung, weil die Obergangsphänomene unschärfer werden ..." (WINNICOTT 1973, 15).

(Its fate is to be gradually allowed to be decathected, so that in the course of years it becomes not so much forgotten as relegated to limbo. ...It is not forgotten and it is not mourned. It loses meaning, and this is because the transitional phenomena have become diffused ..." (WINNICOTT 1974, 5)).

30 "Ringe" sind algebraische Strukturen, in denen zwei Verknüpfungen, z.B. "x" und "·" definiert sind.

31 Dies ist natürlich nur ein Grund, der hier aber genügen soll.

32 Dies wäre ein rahmenanalytisch orientierter Erklärungsversuch. Auf der eher semiologischen Ebene der Sprachfiguren könnte man geltend machen, daß Metonymien nicht so auffällig sind wie z.B. Metaphern. Ein drittes sehr viel tiefer liegendes Argument ist, daß die Metonymie sprachlich nicht so gut ausgerüstet ist für metasprachliche Kommunikationen wie die Metaphorie (vgl. BARTHES 1981, 51). Und gerade um Metakommunikation handelt es sich aber, wenn Modulationsprozesse unter den Betroffenen mitgeteilt werden (vgl. hierzu oben in Kapitel C die Beschreibung der "triadischen Konstellationen zwischen Mitteilungen" bei BATESON).

RECHENSCHWÄCHE - IHRE SYMPTOMATIK ANHAND VON FALLBEISPIELEN

Jens Holger Lorenz

1. Einleitung

Im folgenden soll vor allem von den Kindern die Rede sein, die im Rahmen eines Projekts zum Problem der "Rechenschwäche" zu uns gekommen sind. Dieses Projekt wird mit seinen Absichten und Beschränkungen im ersten Abschnitt kurz beschrieben, woran sich die ausführliche Schilderung einiger Fallbeispiele anschließt. Dabei wird weniger Wert auf die genaue Beschreibung der verwandten Materialien gelegt als auf den Prozeß, den sowohl die Kinder als auch wir mit unseren Vermutungen und Hypothesen samt ihren Bestätigungen und Verwerfungen durchgemacht haben. An dieser Stelle sei sowohl den Kindern und ihren Eltern als auch den Lehrern, Psychologen, Sozialarbeitern der Beratungsstellen und den Ärzten gedankt, die uns tatkräftig unterstützt haben. Ihre Hilfe, das wurde im Verlauf des Unterfangens immer deutlicher, hat dieses Projekt erst ermöglicht.

2. Beschreibung des Projekts

Das Problem der rechenschwachen Kinder rückt in der deutschen mathematikdidaktischen Diskussion erst langsam an die Bedeutsamkeitsstelle, die ihm gebührt, und die Ansätze zu einer eigenständigen Methodik in diesem Bereich entwickeln sich zögernd aber stetig (etwa FLOER 1982). Es gilt dabei, einerseits den theoretischen Vorlauf speziell im anglo-amerikanischen Raum aufzuholen und zu korrigieren und andererseits jene organisatorischen Voraussetzungen zu schaffen, die für dieses Problem erst die Basis eines kontinuierlichen und längerfristigen Austausches zwischen praktischer Tätigkeit, Ausbildung und theoretischer Fundierung bilden.

Das Gebiet der Rechenschwäche ist von der traditionellen Mathematikdidaktik zu Unrecht bislang vernachlässigt bzw. der allgemeinen Didaktik oder Pädagogik der Lernstörungen/Sonderpädagogik überantwortet worden. Die genuine Rechenschwäche ist aber wegen der unübersehbaren praktischen Bedeutsamkeit, die sie für den Mathematikunterricht hat, ein Problem, das der dringendsten Bearbeitung bedarf.

Das Auftreten von Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht ist dabei an keine Alters- oder Schulklasse gebunden. Teilleistungsschwächen im Mathematikunterricht etwa können bis zu einem gewissen Anforderungsgrad durch hoch aus-

gebildete andere Fähigkeiten kompensiert werden (FROSTIG/MÖLLER 1981; FRIEDRICH 1980) und gewinnen, etwa bei mangelnder operativer Abstraktionsfähigkeit (Konkretismus), erst in der Sekundarstufe I Symptomcharakter. Oder Rechenschwäche, die z.B. motivational, psychogen oder durch Langzeitwirkung von Defiziten bedingt ist, kann bis zur Sekundarstufe II auftreten, ohne daß sie vorher erkennbar wäre (LORENZ 1982).

Die Feststellung, daß 25 bis 35 % der Schüler aus den Klassen 3 bis 8 sogenannte underachiever in Mathematik sind, d.h. eine Mathematikleistung erbrachten, die unter dem aufgrund ihrer Intelligenz vorausgesagten Fähigkeitsniveau liegt, schärfte Ende der 60er Jahre den Blick dafür, daß hier ein Problem besonderer sozialer Brisanz vorlag, die durch die Tatkraft einzelner, isoliert Arbeitender nicht gelöst werden konnte. Die Gründung sogenannter "Mathematik-Kliniken" wurde daraufhin in den USA und Kanada mit Nachdruck betrieben. Diese Einrichtungen arbeiten kooperativ mit den Schulen und sind im allgemeinen an die Universitäten bzw. die "teacher centers" angeschlossen. Damit ist gewährleistet, daß eine Integration in die Lehrerausbildung stattfindet und eine Spezialisierung im Rahmen der Ausbildung zu Beratungslehrern möglich (und wünschenswert) ist. Eine derartige Einrichtung ist unseres Wissens im europäischen Raum nicht vorhanden, allein GUBLER in Zürich unterhält eine derartige "Mathematik-Klinik" (GUBLER 1980), allerdings auf privatwirtschaftlicher Basis. Darüber hinaus sind auf dem amerikanischen Kontinent die Mitarbeiter solcher Kliniken in der Mehrzahl in dem "Research Council for Diagnostic and Prescriptive Mathematics (RCDPM)" zusammengeschlossen, der durch Tagungen den Diskussionsfluß aufrechtzuerhalten versucht.

Dies alles war Anlaß genug, sich im Rahmen eines Projekts rechenschwachen Schülern zu widmen. Die Ziele eines solchen Projekts lassen sich drei Bereichen zuordnen:

(a) Hilfen für Schüler mit Lernschwierigkeiten im MU
(b) Theorieentwicklung zu Lernschwierigkeiten im MU
(c) Aus- und Weiterbildung von Mathematiklehrern.

Zu (a): Schüler mit spezifischen Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht sollten in dem Projekt Hilfe in Form außerschulischer Kurse erhalten. Zur Abklärung der spezifischen Lernschwierigkeiten sollten dabei in der Anfangsphase diagnostische Verfahren (Beobachtung, Eltern-Lehrer-Gespräch, Interviews, diagnostische Tests und anderes mehr) verwandt werden, um geeignete Therapiemaßnahmen zu identifizieren und den Kurs zu planen. Die durchgeführten Hilfsmaßnahmen dürften dabei mit dem normal weiterlaufenden Mathematikunter-

richt nicht interferieren; ideal wäre es, wenn der Schüler nach dem Kurs ohne Defizite und rezidivierende Lernschwächen dem Mathematikunterricht folgen könnte.

Zu (b): Der Erfolg der Hilfsmaßnahmen unter (a) hängt weitgehend von der Passung der spezifischen Lernschwächen mit den therapeutischen Interventionen ab. Dazu ist (idealiter) vor und (praktisch) während der Entwicklung diagnostischer Verfahren eine konzeptiorelle Klärung der mathematischen Lernschwierigkeiten notwendig, etwa bezüglich inrer

- Ätiologie: Ist die Rechenschwäche auf ein allgemeines Intelligenzdefizit zurückzuführen oder auf ein unausgeglichenes Intelligenzprofil; liegen didaktogene Schwierigkeiten vor; handelt es sich um Teilleistungsschwächen (etwa motorisch-taktil-kinästhetischer Art, im optischen oder akustischen Bereich, eine Figur-Grund-Diskriminationsschwäche, Problem der Serialität, Gedächtnisschwäche); liegen soziale Probleme aus der Umwelt des Schülers vor; läßt sich eine neurotisch-psychotische Tendenz feststellen; hat der Schüler Schwierigkeiten der Verbalisation; liegen Motivationshemmungen, Ängste und ähnliches vor?
- Symptomatik: Treten ähnliche Schwächen in anderen Fächern ebenfalls auf oder ist die Schwierigkeit auf den Mathematikunterricht beschränkt; sind die Schwächen innerhalb des Mathematikunterrichts auf mehrere Bereiche generalisiert oder handelt es sich um bereichsspezifische Probleme; sind sie an einen bestimmten Aufgabentypus gebunden oder an einen spezifischen Darbietungsmodus; welches Unterrichtsverhalten zeigt der Schüler; welches Allgemeinverhalten?
- Therapie: Etwa Aufgabenanalyse, Sequentierungsprobleme, Präsentationsmodusvariationen; kommen Fähigkeitstrainingsmodelle in Betracht (auch mit vor- und außerschulischem Inhalt)?

Da die vorhandenen Lerntheorien im Hinblick auf den Verlauf, das Gelingen und die Störungen von mathematischen Lernprozessen zu wenig leisten, als daß auf sie verläßlich zurückgegriffen werden kann, müßten spezifische, auf die Fragestellung abgestimmte Modelle entwickelt werden: ein Unterfangen, das sicherlich langfristig angelegt sein muß.

Zu (c): Die Integration des Projekts an universitäre Einrichtungen ähnlich den "Mathematik-Kliniken" in den USA und Kanada, die traditionellerweise an das "Department of Education" angegliedert sind, sollte dies ermöglichen. Zu den diesbezüglichen Lernzielen gehört u.a.

- der Umgang mit vielfältigen Diagnoseverfahren (curriculare und Persönlichkeitstests, Beobachtungsschemata, diagnostische Aufgaben);
- Kenntnisse in der Symptomatologie von Rechenschwächen (Zustandsbilder, Typologie von Schülerfehlern, Verursachungsfaktoren);
- remedialer Unterricht unter Supervision (Einzel-, Gruppenunterricht), Umgang mit therapeutischem Material und Verfahren und
- die Planung und Entwicklung von Hilfsmaßnahmen und Kursen.

Bei amerikanischen "Mathematik-Kliniken" liegt häufig durch die Kompetenz des Personals und die Beschränkung des vorhandenen Materials eine Spezialisierung auf bestimmte Altersgruppen vor, nur in sehr günstigen Fällen, etwa beim Florida Institute of Technology, werden Schüler aller Klassen aufgenommen. Eine solche Beschränkung ist immer dann geboten, wenn ein Projekt nicht durch finanzielle Förderung die erforderliche Kapazität erreichen kann (was auch bei uns der Fall war).

Die Arbeitsweise in dem Projekt ist prinzipiell interdisziplinär organisiert. Bezugsdisziplinen sind hierbei die Mathematikdidaktik, Pädagogik (insbesondere pädagogische Diagnostik und Pädagogik der Lernbehinderung), Psychologie (psychologische Diagnostik, Neuropsychologie, Psychopathologie, Sozialpsychologie) und die Medizin (insbesondere Neurophysiologie). Da eine personelle Vertretung jeder Bezugswissenschaft nicht realisiert werden kann, bedarf es der internen Qualifizierung der Mitarbeiter. Auch aus diesem Grund bietet sich eine Beschränkung auf Altersstufen an, wobei wir uns aufgrund der Arbeitsschwerpunkte der Mitarbeiter für die Klassen 1 bis 6 entschieden.

Neben der Adaptation ausländischer Diagnoseinstrumente und nicht-mathematikspezifischer Erhebungsverfahren müssen geeignete diagnostische Prozeduren entwickelt und erprobt werden. Dies hat im Hinblick auf zwei Aspekte zu geschehen:

(a) Im ersten Schritt muß umfangreiches Material (Tests, Manuals, Beobachtungs- und Interviewbögen) zur Anamnese und Differentialdiagnose der Rechenschwäche gesammelt, entwickelt und evaluiert werden. Dies ist nur im Zusammenhang mit gleichzeitiger Entwicklung theoretischer Modelle über ihre Verursachung und Auswirkung möglich. Die Arbeit wäre in diesem Schritt somit weitgehend forschungs-orientiert.

(b) Im zweiten Schritt müssen Diagnostika, die sich im ersten Schritt als brauchbar erwiesen haben, für die Arbeit im Projekt standardisiert werden. Eine Evaluation "außer Haus" dieser so standardisierten Diagnoseinstrumen-

te setzt allerdings eine Umsetzung in für Lehrer handhabbare Fassungen voraus, wofür das Projekt kurz- und mittelfristig nicht in der Lage sein dürfte.

Im Zusammenhang mit remedialen Kursen für lernschwache Schüler steht die Materialentwicklung. Zwar können in bestimmtem Umfang gesammelte Materialien verwandt werden und weitere sind über ähnliche Institutionen zu beschaffen. Da aber nur in geringem Umfang auf Bestehendes zurückgegriffen werden kann und andererseits durch die Anforderung des jeweiligen Falles eine Notwendigkeit der Verfügbarkeit von spezifischen Curriculumeinheiten entsteht, wäre eine selbständige Entwicklung und Erprobung von Materialblöcken notwendig. Diese könnten mit zugehörigen Theoriebegleittexten, Fallbeispielen und eventuellen Aufzeichnungen in der Aus- und Weiterbildung Verwendung finden (Fortbildungsmaterial).

Zur Verankerung des Projekts "Rechenschwache Schüler" im Schul- und Hochschulbereich ist die Kooperation mit Schulen, Schulräten, Schulpsychologen und Beratungsstellen in zwei Aspekten nötig:

- Die Identifikation "problematischer" Fälle geschieht normalerweise durch die Mathematiklehrer, die Überweisung an das Projekt in Absprache und Vordiagnose mit dem Schulpsychologen durch die jeweilige Grundschule.
- Der Mathematiklehrer koevaluiert den Lernfortschritt in seinem Unterricht. Die abschließende Bewertung und Erfolgsfeststellung geschieht im Einvernehmen mit dem Lehrer und den Eltern. Eine alleinige Entscheidung der Projektleitung über Abbruch oder Fortsetzung der remedialen Verfahren oder Überführung an andere Institutionen (Sonderschulen, Psychotherapie etc.) sollte dabei nicht möglich sein.

Soweit zumindest unsere Planung.

Am Anfang des Schuljahres 1981/82 schrieben wir, nach einer Benachrichtigung an den Regierungspräsidenten, die Grund-, Haupt- und Gesamtschulen sowie die Beratungsstellen des Einzugsbereichs Bielefeld an. Da ein solches Projekt ein Novum darstellt, erwarteten wir auf seiten der Schulen eine gewisse Skepsis und Zurückhaltung, zumal es ja eines organisatorischen Aufwandes bedarf, um "geeignete" Kinder im Rahmen der Konferenz festzustellen und eine Abklärung mit den Eltern zu erzielen. Umso überraschter waren wir, daß nach kurzer Zeit unsere Kapazitäten ausgeschöpft waren und sogar Wartelisten entstanden.

Es muß hierbei betont werden, daß die Schulen uns keine Kinder mit generalisierter Lernschwäche nennen sollten, sondern eine isolierte "Rechenschwäche", etwa der Legasthenie vergleichbar, vorzuliegen hätte, da für die allgemeinen Lernschwierigkeiten andere, für dieses Problem besser ausgerüstete Institutionen existieren.

Entgegen unseren Erwartungen wurde die Vorklärung der Fälle im allgemeinen von Beratungsstellen, auch außerschulischer etwa religiöser oder caritativer Art, vorgenommen und nur in einem Falle von einem Schulpsychologen. Darüber hinaus liegen uns mehrere Oberweisungen durch den Kinderpsychotherapeuten des Raumes Bielefeld vor, der gleichzeitig auch Pädiater ist, so daß sich hier auch eine Kooperation auf der für uns bedeutsamen medizinischen Ebene ergab. Die sonstigen Beziehungen, etwa zum Kinderkrankenhaus Bethel, zu den von Bodelschwinghschen-Anstalten oder den jeweils behandelnden Ärzten sind eher informell und fallbezogen aber weniger organisiert.

Von uns ebenfalls nicht vorausgesehen war, daß eine Reihe von Eltern sich bei Schulschwierigkeiten ihres Kindes direkt an eine Beratungsstelle wenden bzw. dieser Kontakt schon vor unserem Anschreiben bestand und dann von dort aus zu uns verwiesen wurden. Das führt dann zu Hindernissen, wenn die Eltern wünschten, daß die Schule nicht von unseren Hilfsmaßnahmen für ihr Kind in Kenntnis gesetzt wird. Diese Angst (auch des Kindes) vor sich daraus ergebenden negativen Einschätzungen durch den Mathematiklehrer verhindert es aber, daß genügend Informationen, die nurmehr gefiltert zu uns vordringen, unsere Hilfsmaßnahmen stützen und evaluieren können.

Die Kinder kommen in der Regel einmal wöchentlich, wobei die Stunde je nach Altersstufe 45 bis 60 Minuten dauert. Aufgrund der ungünstigen räumlichen Lage ist es den Eltern im allgemeinen nicht zuzumuten, für diese eine Stunde wieder nach Hause zu gehen, um die Kinder dann anschließend wieder abzuholen. Nur die wenigsten Kinder, eigentlich erst ab dem Alter von neun Jahren, kommen ohne elterliche Begleitung zu uns. Die Eltern sind häufig während der Stunde anwesend, was von uns auch begrüßt wird, da sie hierdurch Möglichkeiten erhalten, uns bei der Arbeit zuzusehen und gewisse Hinweise für ihre eigene Hilfstätigkeit zu erhalten. Auf die ständige Hilfe der Eltern sind wir dann angewiesen, wenn die Einübung von gewissen basalen Fertigkeiten, etwa des kleinen Einmaleins oder der Addition und Subtraktion im Zahlraum bis 20 ansteht, die von den Kindern noch nicht automatisiert beherrscht wird. Daß durch die Anwesenheit der Eltern auch Probleme verschiedener Art auftreten können, ist zwar selbstverständlich, kann aber in dem jeweiligen Einzelfall nicht vorab entschieden

werden, so daß wir die Eltern immer erst zu einem späteren Zeitpunkt bitten können, nicht mit zur Stunde zu erscheinen.

Zur Zeit nehmen 18 Kinder an dem Projekt teil.

3. Fallbeispiele

Aus Gründen des Datenschutzes stimmen die im folgenden verwandten Namen nicht mit den tatsächlichen überein. Dies ist allerdings die einzige Änderung, die in diesen Berichten vorgenommen wurde.

Es handelt sich in komprimierter Form um die Protokolle, die nach jeder Sitzung angefertigt werden und Fortschritte, Stagnationen und Rückschläge dokumentieren helfen. Sie dienen dazu, den Verlauf der eigenen Gedanken festzuhalten, die nach einer Zwischenzeit wieder verfließen würden, insbesondere jene widersprüchlichen Eindrücke, die nicht kontinuierlich bestehen, sondern sporadisch und unerwartet aufblitzen, sich symptomhaft zu (vermeintlichen) Zustandsbildern verdichten oder wieder auflösen. Es ist nicht daran gedacht, den Leser durch vorfabrizierte Diagnosen zu begeistern, er sollte vielmehr selbst Hypothesen über Verursachung und den weiteren Weg entwickeln. Alternative Erklärungen können für uns nur hilfreich sein.

Marc

Marc kam zu uns acht Wochen nach Schuljahresbeginn. Er war 6 1/2 Jahre alt und besuchte die erste Klasse einer Grundschule. Die Schule schickte ihn, da er zwar im Schreib-Lese-Unterricht die Buchstaben gut lerne, im Mathematikunterricht aber die Ziffernzeichen ständig verwechsele und aus diesem Grunde dem Unterricht nicht folgen könne. Marc hat einen Bruder von elf Jahre, der zur Zeit die Hauptschule besucht, es wird aber ein Oberwechseln in die Realschule überlegt.

1. Stunde

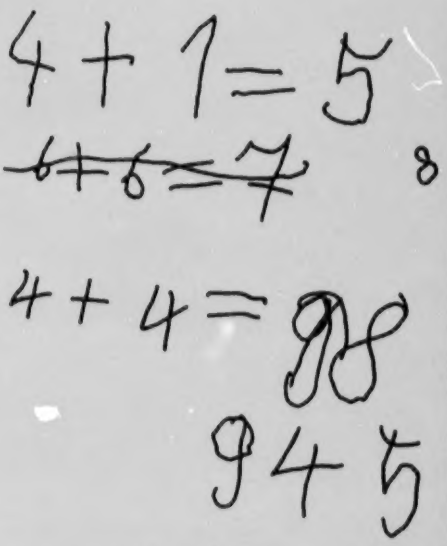
Marc ist mittelgroß und adipös. Seine Mutter bestätigt die Ausführungen der Grundschule und berichtet weiter, daß Marc in den übrigen Fächern gut lerne und über ein hervorragendes Gedächtnis verfüge, was sich etwa beim Auswendiglernen von Gedichten bemerkbar mache. Ansonsten male er viel und entwickele hierbei eine enorme Fantasie. Anamnestisch sei aus der Vorschulzeit nichts Auffälliges zu berichten. Es liege keine Krankengeschichte vor, die über den normalen Bereich der Kinderkrankheiten hinausginge.

Marc schreibe die Ziffern nicht in Spiegelschrift, wie es bei vielen Kindern vorkommt. Im übrigen arbeite er im Unterricht prinzipiell kaum bis überhaupt nicht mit, wovon sie sich bei einem Unterrichtsbesuch überzeugen konnte. Er meldet sich praktisch gar nicht. Dies findet sie umso erstaunlicher als er sonst als sehr lebhaft und kontaktfreudig angesehen wird.
In der Stunde blieb das Bild von Marc insofern vollständig unklar, als er jegliches Ansprechen und mehrmaliges Auffordern, sich zu äußern, vollständig ignorierte und während der gesamten Stunde kein einziges Wort sprach. Er war auch nicht bereit, irgend etwas, Ziffern oder Buchstaben, die er bereits gelernt hatte, auf ein Blatt Papier zu schreiben. Hierbei war nicht zu entscheiden, ob er Hemmungen vor der neuen Situation und mir hatte oder lediglich einen Dickkopf.

2. Stunde

Auch in dieser Stunde redete Marc so gut wie gar nicht, und Aufforderungen, sich zu äußern oder auch nur die Lösungen zu sagen, prallten mit großer Beständigkeit von ihm ab. Er ist nur ganz selten und auf mehrmaliges Wiederholen von Fragen bereit, Antworten zu geben. Hierbei zeigt sich, daß Marc bis 20 zählen kann und Aufgaben (Addition und Subtraktion im Zahlraum bis zehn) durch Abzählen versucht zu lösen, wenn er sie überhaupt zu lösen beabsichtigt. Dies gelingt ihm allerdings nicht immer fehlerfrei. Häufig findet er sich auch nicht bereit, bei Vorgabe konkreter Mengen die Lösung durch Abzählen, d.h. fingermäßiges Antippen der Objekte, anzugeben, sondern schaut irgendwo hin und sagt eine beliebige Zahl als Lösung.

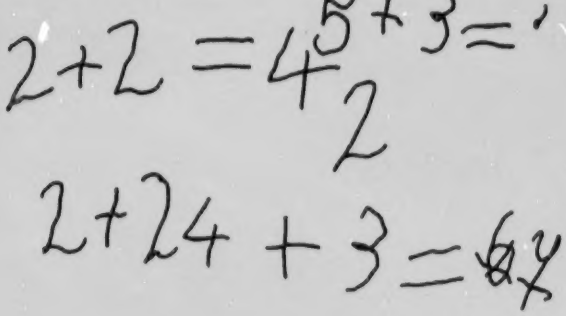
Beispiel: Marc, 2. Stunde[1]



1) Sämtliche Schülerbeispiele wurden um die Hälfte verkleinert.

Marcs Probleme mit der Ziffernschreibweise bestätigen sich in dem Sinne, daß er bestimmte Ziffern verwechselt; dies betrifft insbesondere die 4 und die 5, die 7 und die 8 und teilweise auch die 6 und die 9.
Die Aufforderung, eine Aufgabe aufzuschreiben, z.B. 2 + 3, veranlaßt ihn dazu, eine andere, etwa 4 + 1, zu schreiben. Wird er dann gefragt, was er geschrieben habe, so liest er richtig 4 + 1 und freut sich diebisch über den Schabernack, den er mit mir treibt.
Marc schreibt mit kräftiger, großer Schrift.

Beispiel: Marc, 2. Stunde



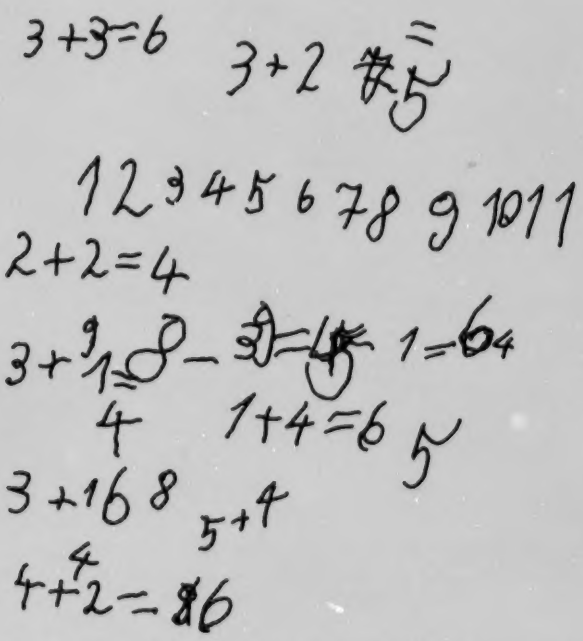
Als vorläufige Hypothesen für Marcs "Rechenschwäche" kommen in Betracht (a) eine defizitäre Zuordnung von Mengen und Zahlen (unwahrscheinlich), (b) eine Schwäche der Ziffernschreibweise im Sinne einer Symbolisierungsschwäche, oder (c) eine neurotische Tendenz, Aufgaben aus Prinzip nicht zu lösen bzw. externen Anforderungen aus dem Weg zu gehen (wahrscheinlich?).

3. Stunde

Marc legt auch diesmal wieder seine bekannte Bockbeinigkeit an den Tag und war nur mit sehr viel Mühe und Zureden von seiten der Mutter zu bewegen, überhaupt den Mund aufzumachen.
Es stellte sich bei Marc die erstaunliche Tatsache heraus, daß er die Zuordnung von Ziffernsymbolen und Darstellung an den Fingern bzw. mit konkreten Objekten vollständig beherrscht, aber die Ziffernnamen nicht kennt und auch die Zahlennamen für die Fingeranzahl nicht. Allerdings bezieht sich diese Unkenntnis nur auf die Vier, Fünf und (seltener) die Sieben, alle anderen Ziffernnamen sind ihm geläufig.
Bei der Addition im Zahlraum bis zehn ergibt sich, daß Marc offenbar die Addition nicht mit der Vereinigung von Mengen verbindet; so löst er einfache Addi-

tionsaufgaben schlicht durch Wissen, etwa 2 + 2 = 4; 3 + 3 = 6, scheitert aber dann bei Aufgaben deren Lösung er nicht erinnert, indem er z.B. 3 + 5 dadurch löst, daß er erst drei Plättchen hinlegt und dann auf fünf auffüllt, so daß sich als Lösung der größere Summand als Ergebnis der Addition ergibt (fünf). Er sieht in der Problemstellung nicht zwei (disjunkte) Mengen, die vereinigt werden müssen, obwohl dies im Schulunterricht so eingeführt wurde. Erstaunlicherweise konnte Marc die Zahlensymbole über die Neun hinaus weiter schreiben, obwohl dies im Unterricht noch nicht durchgenommen wurde.

Beispiel: Marc, 3. Stunde



Bei Marc ergibt sich das Problem, daß sich sein Wissensstand nur sehr schwierig diagnostizieren läßt, da er eine erhöhte Aversion gegen jegliche Form von Interaktion hat, die sich in ähnlicher Form auch im Unterricht abspielen dürfte. Er ist nicht bereit, sich bezüglich neuer Aufgaben zu bemühen oder in Lernsituationen einzutreten. Immer wieder manifestiert sich seine Tendenz, nicht die Aufgaben niederzuschreiben, die ihm diktiert wurden, sondern andere, deren Lösung er bereits auswendig konnte. Was die Gründe sind, läßt sich insofern nicht angeben, als ein Gespräch mit ihm sich als unmöglich erweist. Er ist nicht bereit, Inhalte zu thematisieren, die über den reinen Rechenvorgang hinausgehen, und auch diesen würde er am liebsten vermeiden.

5. Stunde

Marcs Mutter ist (nach Absprache) nicht anwesend, was dazu führt, daß Marc sich als äußerst gesprächig erweist und über sehr viele private Angelegenheiten erzählt (!).
Aufgaben aus dem geometrischen Anfangsunterricht löst er inzwischen meist fehlerfrei, wobei ihm teilweise Verwechslungen zwischen Addition und Subtraktion unterlaufen (6 + 3 = 3). Er kann aber immer noch nicht seinem Drang widerstehen, andere als die gestellten Aufgaben zu notieren und zu lösen, auch wenn sein Widerstand gegen vorgegebene Ordnung inzwischen schwächer zu werden scheint. Ziffernnamen und Ziffernsymbole beherrscht er inzwischen ohne Unsicherheit, und die Zuordnung von konkreten Objekten gelingt vollständig. Dabei ist zu bemerken, daß die Zuordnung nicht von der Lage der Objekte abhängt. Daß er etwa eine Menge von sechs Objekten sehr schnell erfassen kann, wenn sie in zwei Dreierreihen angeordnet sind, war aus den vorangehenden Stunden schon bekannt. Inzwischen erkennt er sie aber auch sofort in beliebig dargebotener Anordnung. Die 1:1-Ordnung stellt für ihn ebenfalls kein Problem mehr dar. Geometrische Aufgaben (Parkettierungen, Auslegen mit Quadraten, Rechtecken, gleichseitigen oder gleichschenklig-rechtwinkligen Dreiecken) gelingen ihm mühelos. Hierbei stellt er sich zum Teil wesentlich geschickter an, als die Schüler der dritten Klasse, die wir auch bei uns beobachten können. Er verfällt dabei nicht in eine Versuch-Irrtum-Strategie, sondern sieht sich die auszulegenden geometrischen Figuren sehr genau an, um dann relativ sicher die richtigen Plättchen zu ergreifen. Hierbei hält er eine farbliche Regelmäßigkeit ein, indem er entweder die Figuren nur einfarbig oder - soweit möglich - alternierend auslegt. Bezeichnend ist immer noch seine motorische Unruhe, indem er zwischen dem Tisch und der Tafel während der gesamten Stunde hin und her pendelt. Marc schreibt dann die Zahlen zum Teil in übergroßer oder in winziger Form auf (um mir das Lesen zu erschweren). Konnte er eine Aufgabe nicht sofort lösen, so benutzte er diverse Hilfsmittel (Mengenplättchen, Finger, Abakus), ohne für ein bestimmtes eine sonderliche Vorliebe zu zeigen. Zum Teil vergewisserte er sich auch bei schon von ihm gelösten Aufgaben an den konkreten Objekten. Der Zusammenhang zwischen konkreter Handlung und der symbolischen Schreibweise war für ihn ständig verfügbar (was wir nicht bei allen Kindern dieser Altersstufe beobachten konnten).

Der vermeintliche "Fortschritt" erklärt sich am ehesten über die erhöhte Motivation, die Marc in dieser Stunde an den Tag legte. Es ist zu bezweifeln, daß er in den vorangehenden Sitzungen tatsächlich wesentlich schlechter in dem Sinne gewesen ist, daß er die Operationen und Ziffernschreibweisen nicht beherrschte. Es ist dagegen eher zu vermuten, daß Marc ein gewisses Spiel (?) mit den Personen seiner Umgebung getrieben hat. Hierbei ist insbesondere zu

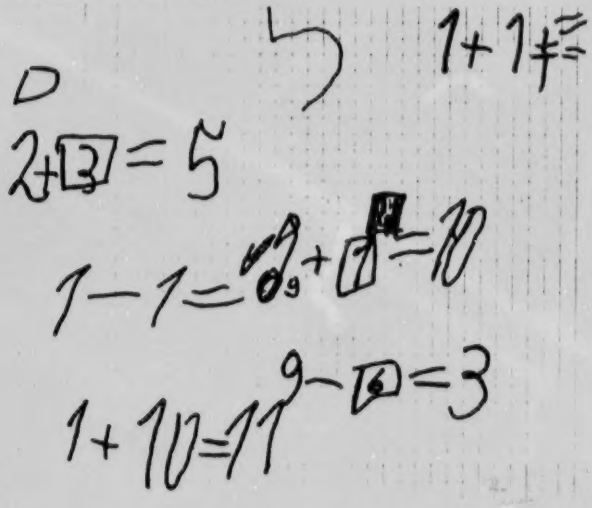
beachten, daß dieses Mal die Mutter nicht anwesend war, was auf einen impliziten Machtkampf zwischen Sohn und Mutter hindeutet, die ja sehr darum bemüht ist, daß Marc mitarbeitet. Hiergegen mag er sich wohl durchzusetzen versucht haben, wobei die Abwehrreaktion sich dann weniger auf mich bezöge, so daß sie dann auch heute nicht nötig war.

Marc erzählte, daß es ihm in der Schule wesentlich mehr Spaß mache, und seine Leistungen auch besser geworden seien. Ein Gespräch mit Marcs Mutter konnte nicht klären, worauf dieser Machtkampf beruht. Familiäre Schwierigkeiten liegen nach Auskunft der Mutter nicht vor.

8. Stunde

Marc versucht nun den "Machtkampf" in der Art fortzusetzen, daß er Arbeitsanweisungen und Problemstellungen nicht sofort nachkommt, sondern erst eine Reihe von Aufforderungen abwartet, bevor er sich bequemt, die Aufgaben zu lösen. Er versucht gar nicht, Unlustgefühle zu verbergen, sondern hampelt am Tisch oder an der Tafel herum, malt die Zahlen groß aus und erstreckt das Minuszeichen über das ganze Blatt.

Beispiel: Marc, 8. Stunde



Ein Gespräch mit dem Lehrer ergibt, daß Marc deutliche Fortschritte gemacht hat, wobei unklar ist, ob diese auf den Unterricht, eine allgemeine Entwicklung, den Abbau von Aversionen aufgrund sozialer Akklimatisation oder auf unsere Interventionen zurückzuführen sind. Allerdings wies er bei einem zuletzt

geschriebenen Rechentest noch Schwächen auf, wobei er all jene Aufgaben korrekt löste, die in der klassischen Form ($a \pm b = \square$) gestellt wurden, nicht aber jene, bei denen der Platzhalter an für ihn ungewohnter Stelle auftrat ($a \pm \square = b$, $\square \pm a = b$).
Marc konnte diese Aufgaben in der Sitzung dann sehr flüssig lösen, wenn er aufgefordert wurde, die Aufgaben zu verbalisieren bzw. als Fragen zu formulieren ("Fünf plus wieviel ist acht?").

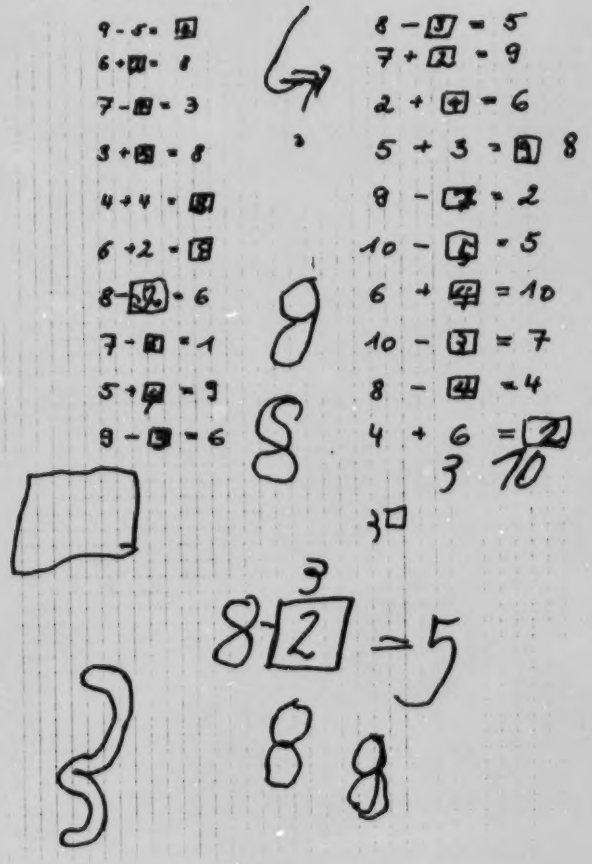
Das größte Problem bei Marc scheint seine Unkonzentriertheit und Unwilligkeit zu arbeiten zu sein, indem er nach jeder Aufgabe aufsteht, den Bleistift weglegt, irgendwelche Spielsachen hervorkramt oder sich mit anderen Sachen beschäftigt bzw. anfängt, fernliegende Geschichten zu erzählen. Sollte dies in dieser Form auch in der Schule der Fall sein, sind Schwierigkeiten zu erwarten, die allerdings nicht auf sein kognitives Leistungsvermögen zurückzuführen sind.

11. Stunde

Marcs Raumvorstellungsvermögen und das Operieren mit räumlichen Objekten, wie es sich etwa beim Bauen von Würfeln und Quadern zeigt, erweist sich als überdurchschnittlich entwickelt.
Darüber hinaus zeigt sich, daß er dann wesentlich schneller und präziser arbeitet, wenn man ihn unter Druck setzt und ihm keine Gelegenheit gibt, sich gedanklich von der Aufgabenstellung zu entfernen (Kopfrechnen, Kopfgeometrie).

Ein Gespräch mit dem Lehrer ergibt weiter, daß Marcs Leistungen stetig angestiegen sind und in Mathematik und im Lese-Schreib-Unterricht zumindest durchschnittlich seien. Das einzige Problem, das er in der Schule zur Zeit noch habe, seien soziale Schwierigkeiten mit den Kindern seiner Klasse, die sich ihn als Zielscheibe von Aggressionen aussuchen. Er wird aufgrund seines Körperbaus gehänselt und reizt seine Mitschüler insofern, als er sich gegen diese Hänseleien nicht zur Wehr setzt.

Beispiel: Marc, 11. Stunde



12. Stunde

Da die Probleme, die Marc zur Zeit noch in der Schule hat, nicht mathematikspezifisch sondern sozialer Natur zu sein scheinen, werden die Hilfsmaßnahmen nach Rücksprache mit dem Lehrer, der auch keine diesbezügliche Notwendigkeit mehr sieht, und der Mutter abgebrochen.

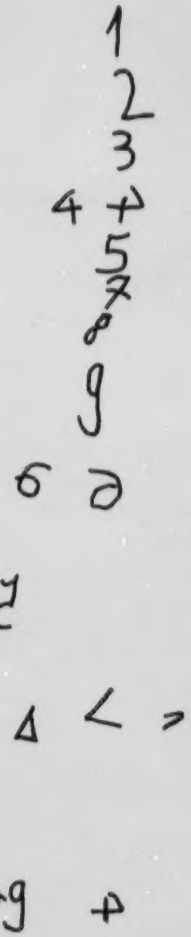
Gert

Gert war 6 1/2 Jahre alt und in der ersten Klasse der Grundschule, als er zu uns kam. Er hat einen elf Jahre alten Bruder, der in Mathematik keine Schwierigkeiten hat und eine Gesamtschule besucht. Die Vordiagnose der Schule war, daß Gert die Ziffern nicht behalten kann.

1. Stunde

Nach Angaben der Mutter malt Gert gerne und versprach, selbst ein Bild in die nächste Stunde mitzubringen. Aus seiner Kindheit sei außer üblichen Kinderkrankheiten kein anamnestischer Befund bekannt.
Gert war sehr ruhig und ergriff von sich aus nie die Initiative. Auffallend war, daß er jeglichen Blickkontakt vermied. Er saß still auf seinem Stuhl, ohne seine Umgebung in irgendeiner neugierigen Art zu explorieren. Nach 30 Minuten wurde er zusehends müde und äußerte von sich aus den Wunsch, die Stunde abzubrechen.
Gert schrieb einige Ziffern seitenverkehrt, insbesondere die 4, 5 und 6. Darüber hinaus verwechselte er die Ziffernzeichen 6 und 7, ähnlich auch die 3 und 7. Bei der Aufforderung eine 7 aufzuschreiben, schrieb er häufiger eine 3, stellte dann allerdings fest, daß dies nicht die richtige Ziffer sei, indem er die Querbalken der 3 nachzählte. Dies schien für ihn ein Marker zu sein, allerdings der einzige, der in dieser Stunde beobachtbar war. Keine Schwierigkeiten bereiteten ihm die Ziffern 1, 2, 5 und 8.
Darüber hinaus beherrschte er das Größer- und Kleiner-Zeichen und konnte mit diesem Zeichen auch umgehen. Erstaunlicherweise hatte er keine Schwierigkeiten bei leichten Additions- und Subtraktionsaufgaben, die er durch Abzählen löste. Dies ist umso bemerkenswerter, als die arithmetischen Grundoperationen zu diesem Zeitpunkt (vier Wochen nach Schulbeginn) noch nicht zum Schulstoff gehörten.

Beispiel: Gert, 1. Stunde



Möglich für die Rechenschwäche wäre eine gewisse Symbolschwäche, die noch differential-diagnostisch abzuklären wäre, da er mit Buchstaben keine Schwierigkeiten hatte. Er malte in der Stunde die bisher behandelten Buchstaben (t, o, i, f und m) richtig, allerdings zum Teil mit Seitenverkehrungen (Spiegelungen).

2. Stunde

Gert kennt die Ziffern 1, 2, 5, 8, 9 und die 0. Die Ziffern 3, 4, 6 und 7 kann er nicht benennen. Die ihm bekannten und geläufigen Ziffern vermag er sehr gut zu diskriminieren. Er kennt sämtliche Ziffernzeichen und kann vorgegebene Zeichen aus einer beliebig zusammengewürfelten Zeichenmenge sofort und ohne Schwierigkeiten herausfinden. Dies geschieht blitzartig und fehlerfrei in Form eines "scanning" über das Blatt.

Gert sollte eine ganze Seite lang eine bestimmte Ziffer (4) schreiben und jedesmal das Zahlwort dazu sagen. Hierbei "malte" er die Ziffernsymbole eher, als daß er sie schrieb, d.h. er schrieb mit einem ästhetischen Genuß große Vieren, kleine Vieren, mittelgroße Vieren und ordnete sie zu einem "ästhetischen" Bild an, wobei er jedesmal das Zahlwort deklamierte. Nachdem er 20 bis 30 solcher Ziffern geschrieben hatte, wurde er durch zwei Sätze abgelenkt und ihm das Blatt weggenommen. Es gelang ihm anschließend nicht, die Ziffer 4 zu schreiben, die er ja vorher häufig genug geschrieben hatte: er malte andere Ziffernsymbole. Ähnliches geschah dann mit der Ziffer 6.

Beispiel: Gert, 2. Stunde

Diese Form des unzureichenden Kurzzeitgedächtnisses (falls es sich hierum handelt) war uns aus der Literatur nicht bekannt, wobei hinzukommt, daß es sich offensichtlich nur auf Ziffern oder Zahlsymbole beschränkte. Gert konnte ein relativ langes Gedicht aufsagen, das er in der Schule gelernt hatte. Darüber hinaus konnte er die neuerlernten Buchstaben, die sie in der Woche in der Schule durchgenommen hatten aufschreiben und auch benennen. Es erstaunt, daß er Buchstaben und sechs bestimmte Ziffernsymbole kennt, die vier anderen hingegen nicht.

Die Aufgabe, wiederholt eine Ziffer zu schreiben und mit dem Zahlwort zu belegen, wurde mehrfach durchgeführt. Er hatte nach einer Ablenkung jedesmal Schwierigkeiten bei den vier ihm unbekannten Ziffernsymbolen und verwechselte sie.
Die Mutter wurde gebeten, eine der ihm unbekannten Zahlen in gut sichtbarer Form in seinem Zimmer als großes Blatt aufzuhängen oder an die zu Hause vorhandene Tafel zu schreiben und mehrere Obungen damit am Tag mit ihm durchzuführen.

Beispiel: Gert, 2. Stunde

3. Stunde

Anfangs der Stunde gelangen Gert die für ihn kritischen Ziffern (3, 4, 6, 7) deutlich besser, aber nicht unbedingt sicher. Er schrieb sämtliche Ziffernsymbole richtig auf, wobei auch keine Spiegelungen auftraten. Im Verlauf der Stunde verwechselte Gert dann wiederum die Ziffern 3, 4, 6 und 7, wohingegen er die übrigen Ziffern vollständig beherrschte. Die ihm bekannten Ziffern kennt er als geschriebene Ziffern wieder und kann sie auf Diktat hin aufschreiben.
Im Verlauf der Sitzung trat dann etwas Merkwürdiges (inzwischen schon Bekanntes) auf: Gert konnte der Bitte, bestimmte Zahlen mit den Fingern zu zeigen, ohne weiteres nachkommen. Dies gelang ihm auch bei den ihm "unbekannten" Zahlen, d.h. er konnte dem Symbol 7 sieben Finger zuordnen, dem Symbol 6 sechs

Finger usw. für sämtliche Zahlen des Zehnerraumes. Er konnte aber weder sagen, wieviele Finger er nun zeigte noch wie die von ihm geschriebene Ziffer hieß.

Er verfügt damit offenbar über eine klare und eindeutige Zuordnung von der Fingermenge zu den Ziffernsymbolen, ohne zu wissen, wie das Ziffernsymbol heißt bzw. wieviele Finger er nun zeigt. Allerdings zeigt er die Finger nicht in der (im westeuropäischen Raum) gewohnten Form, sondern etwa vier Finger durch zwei Finger an jeder Hand. Es ist zum momentanen Zeitpunkt nicht zu sagen, wie Gert diese Aufgaben löst, und ob er dies, und in welcher Form, aus dem Gedächtnis tut. Auf jeden Fall verfährt er dabei sehr spontan und direkt, ohne länger nachzudenken, eher in Form eines Automatismus. Möglich wäre eine Intermodalitätsschwäche, bei der ein Transfer vom Visuellen zum Sprachlichen hin nicht vollständig gelingt (?).

Gert kann bis 20 und darüber hinaus zählen, sogar sehr schnell. Allerdings kann er nicht bei einer beliebigen Zahl anfangen (etwa bei der 3) und von da ab weiterzählen, er muß jedesmal von "vorne" beginnen. Die Aufgabe, welche Zahl nach vier komme oder nach fünf, löst er, indem er jedesmal bei 1 zu zählen anfängt. Bei diesem rein mechanischen Aufzählen verzählt er sich nie.

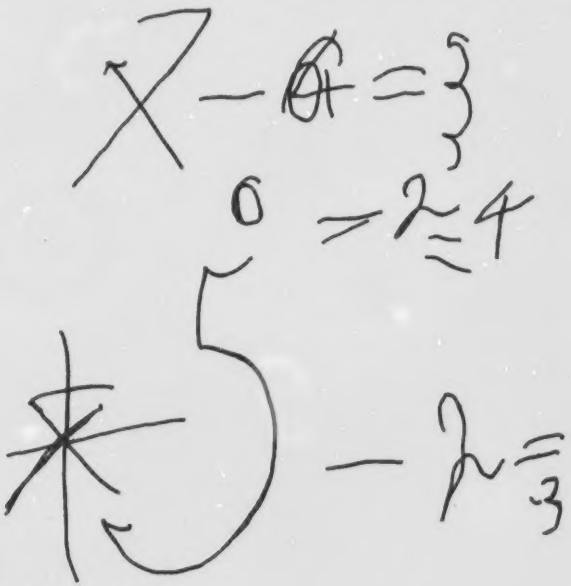
Es bleibt weiter zu eruieren, ob möglicherweise ein sehr spezifisches Defizit im seriellen Gedächtnis bei Gert vorliegt (?).

4. Stunde

Bis auf die Ziffer 6 konnte Gert heute sämtliche Zahlen aufschreiben und benennen, auch wenn ihm zwischendurch einige Fehler unterliefen, indem er die 3 und 7 spiegelbildlich aufschrieb; dies fiel ihm allerdings sofort selbst auf.

Beispiel: Gert, 4. Stunde

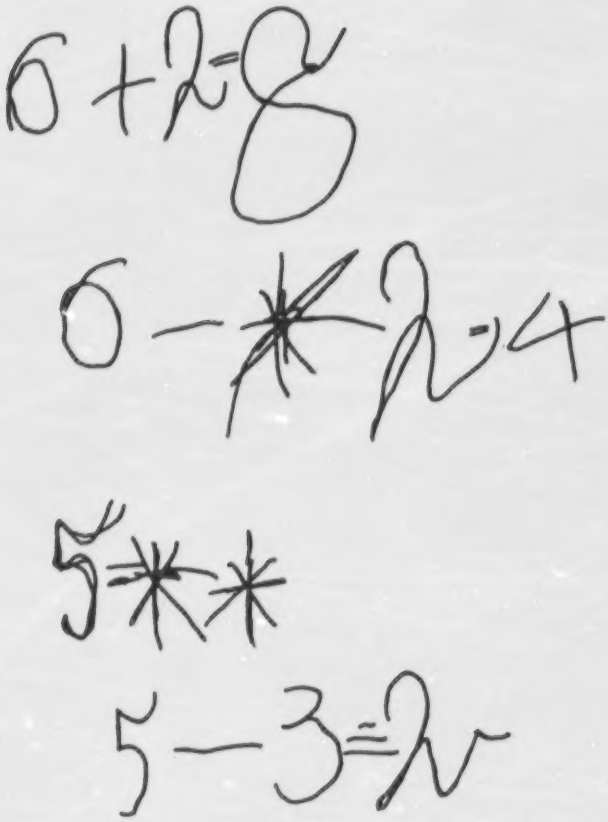
"Die 7 muß gestützt werden, sonst fällt sie um."



Gert konnte auf Angabe hin nur sehr zögernd und nach mehrmaligem Wiederholen der Zahlen Additions- und Subtraktionsaufgaben niederschreiben (etwa 2 + 2, 4 + 4, 8 - 3, 7 - 4 u.ä.). Er hatte weder bei der Addition noch bei der Subtraktion Schwierigkeiten, die Aufgaben zu lösen, wenn er sie enaktiv an konkretem Material durchführen konnte, ohne dieses Material schaffte er es dagegen selten. Ähnlich wie bei den Fingern hat Gert auch bei konkreten Objekten, etwa Mengenplättchen, keine Schwierigkeiten, die Anzahl entsprechend der vorgegebenen Zahlensymbole zu legen, auch wenn er nicht immer weiß, wie das Zahlsymbol heißt. Bei konkreten Mengen löst er dies durch Abzählen. Die eineindeutige Zuordnung von Ziffernsymbol und Mengenzahl klappt immer, hingegen gelingt es ihm fast nie, schriftlich dargebotene oder von ihm selbst aufgeschriebene Aufgaben zu lösen. Er äußert dann nur "Was könnte da rauskommen?" oder "Was könnte das sein?" und gibt dann, so der Eindruck, arbiträre Lösungsvorschläge.
Gert löst Additionsaufgaben immer dann als Ergänzungsaufgaben, wenn der zweite Summand größer als der erste ist. Die Aufgabe 3 + 4 wird mengenmäßig von ihm so gelöst, daß er drei Plättchen hinlegt und dann ein weiteres, damit er vier vor sich liegen hat, so daß er als Lösung 3 + 4 = 1 erhält. Dieser Fehler wiederholte sich bei ihm auch, nachdem ihm das Vorgehen mehrmals erläutert wurde. Ist der zweite Summand allerdings kleiner als der erste, tritt dieser Fehler naturgemäß nicht auf.
Gert überraschte damit, daß er Additions- und Subtraktionsaufgaben dann zum Teil in erschreckender Schnelligkeit lösen konnte, wenn er sie nicht aufschreiben mußte; also 2 + 2, 3 + 3, 3 + 2 usw. löste er sofort und offenbar, ohne überhaupt nachdenken zu müssen. Die gleichen Aufgaben in geschriebener Form löste er auch dann nicht, wenn er sie selbst vorlas (!).
Gert hatte in dieser Stunde keine Schwierigkeiten des seriellen Kurzzeitgedächtnisses, wenn es sich um direktes Nachsprechen von Zahlen oder Ziffernfolgen handelte, d.h. er konnte drei-, vier- und zum Teil fünfstellige Zahlen oder Ziffernfolgen nachsagen, die ihm zum Teil sehr schnell vorgesagt wurden. Ich habe ihn Folgen aus drei Zahlen nachsprechen und mehrmals wiederholen lassen, was für ihn kein Problem darstellte. Anschließend gab ich ihm die Aufgabe, 2 + 2 zu rechnen, wobei ich als Antwort prompt vier erhielt. Jetzt konnte Gert allerdings die fünf Sekunden vorher nachgesprochenen Zahlen nicht wiederholen. Sie waren vollständig seinem Gedächtnis entfallen.

Dieses Phänomen mangelnden "tracings" oder Spurenhinterlassens im mittelfristigen oder Kurzzeitgedächtnis schien letztendlich ein großes Problem von Gert zu sein. Die Durchsicht psychiatrischer und neurologischer Literatur zu diesem Thema hat allerdings keine Anhaltspunkte dafür geliefert, daß es sich um mehr als eine "minimale cerebrale Dysfunktion" handeln könnte. Aber auch hierfür sind die vorliegenden Symptome noch zu dürftig, als daß man eine solche Hypothese entwickeln könnte, die dann zumal medizinisch abgeklärt werden müßten (BACHMANN/VOGT 1978; STADELI 1972).

Beispiel: Gert, 4. Stunde



5. Stunde

Die Symptomatik war in dieser Stunde die gleiche wie in der vorangehenden, wobei sich eine Verschlechterung insofern einzustellen schien, als Gert die vermeintlich "bekannten" Zahlsymbole auch heute häufig verwechselte. Auffallend war dabei, daß selbst innerhalb einer Aufgabe verschiedene Zahlzeichen als gleiche Zahl interpretiert wurden.

Ein wiederholter Test seines Frischegedächtnisses ergab, daß er dann ein gutes Gedächtnis besaß, wenn es um bedeutungsvolle Worte, z.B. Farben: rot, blau, orange ging, aber nicht dann, wenn es sich um für ihn zusammenhanglose Inhalte handelte, wie etwa Buchstaben: m, o, i, f, t, au, die er nicht über einen Zeitraum von zehn Sekunden behalten konnte, wenn eine andere Aufgabe zwischengeschoben wurde.

Der Verlust des Frischegedächtnisses bzw. das Nicht-Hinterlassen von Spuren im Gedächtnis ist bei Gert demnach nicht inhaltsunabhängig, sondern abhängig von vorhandenen Bedeutungsstrukturen. Dies könnte bedeuten, daß neue Inhalte für ihn ungleich schwieriger zu lernen sind als bei anderen Kindern entsprechenden Alters, da sie sich nicht im Gedächtnis festsetzen. Da Gert diesbezüglich bislang noch nicht aufgefallen ist (nach Aussage der Muter), besteht die Möglichkeit, daß der Einübungszeitraum bei Gert wesentlich länger ausfallen muß als es altersentsprechend zu erwarten wäre.

Bei Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlraum bis zehn überlegte Gert sehr angestrengt und sagte: "Was könnte das denn sein, was könnte da denn rauskommen?", um dann eine beliebige Lösung anzugeben. Auf Befragen, wie er denn zu dieser Lösung gekommen sei, antwortete er: "Das hat sich mein Kopf ausgedacht" oder "Das ist mir eingefallen" oder "Das ist in meinem Kopf drin". Auf näheres Befragen, ob denn das in irgendeiner Form überprüfbar sein könnte, oder ob man das ausrechnen könne, antwortete er: "Nein, das geht nicht". Mit ähnlichen Formulierungen deutete er an, daß Lösungen dadurch gefunden werden, daß man sehr angestrengt nachdenkt oder an irgend etwas denkt und sie dann urplötzlich erscheinen, aber kein sinnvoller oder logischer Weg dahin führt. Bei dem Test des Frischegedächtnisses gebrauchte Gert ähnliche Formulierungen, indem er nach dem Vergessen sagte: "Da ist ein Loch im Kopf" oder "Das ist aus dem Kopf herausgefallen".

Diese Formulierungen sind in keiner Weise altersgemäß und lassen den Verdacht aufkommen, daß hier eine Denkweise aus dem psychotischen Formenkreis vorliegen könnte. Hier handelt es sich zwar um eine, zugegebenermaßen, relativ massive Hypothese, die allerdings durch verschiedene Gesichtspunkte gestützt wird:

- Gert weist einen sehr unkritischen, unreflektierten Umgang mit Zahlen auf, wobei die mangelnde Selbstreflexion nicht Ausdruck dieser Altersstufe ist, da andere Kinder sofort stutzen oder zu Aha-Erlebnissen geführt werden, wenn sie zwei nebeneinanderstehende Ziffern mit dem gleichen Zahlwort belegen. Gert hingegen vermag keine internen Widersprüche hierbei aufzudecken und auch darauf hingewiesen oder nachgefragt, löst sich das scheinbar von selbst auf, wobei Gert nur das, was er momentan sagt, für gültig hält, Vorangehendes aber entweder aus seinem Gedächtnis verschwunden zu sein scheint, zumindest aber nicht korrektiv herangezogen wird.
- Seine Schreibweise auf dem Blatt ist sehr eigenwillig. Einmal Geschriebenes wird, wenn es als falsch angenommen wird, durchgestrichen oder einfach überschrieben, wobei keine Ordnung auf dem Papier eingehalten wird. Vorangehende Aufgaben, die auf dem Papier stehen, werden ignoriert, andere werden quer darüber geschrieben, so daß es zum Teil unmöglich ist, die Aufgaben nach der Stunde nachzuvollziehen.

Bild 2

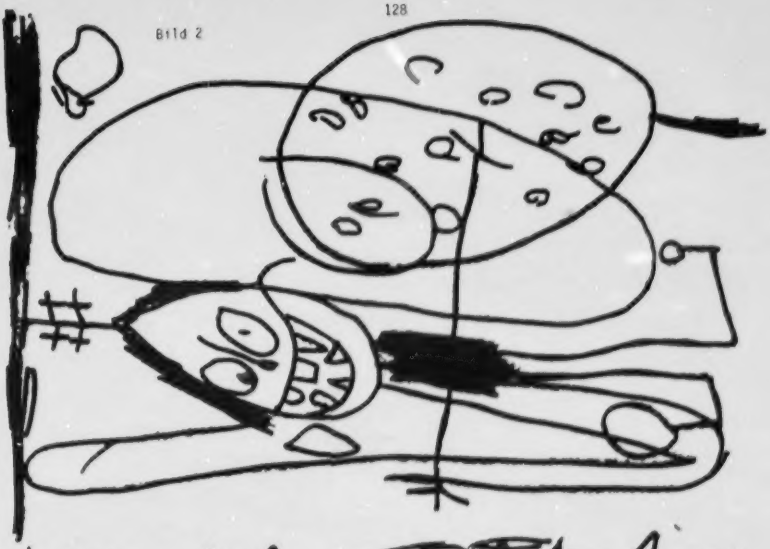
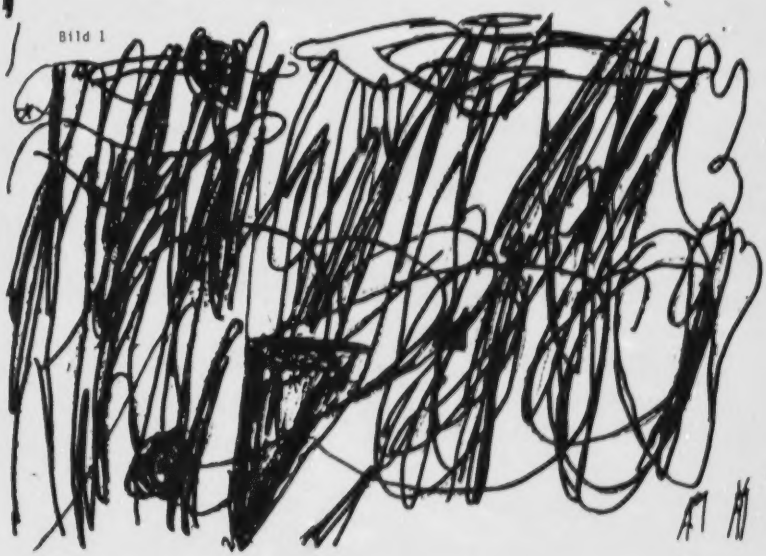


Bild 1



- Seine Bilder weisen einen hohen Aggressionsgrad auf bis hin zur Selbstzerstörung. So gehen etwa Berge und ein Stausee (siehe Bild 1) anschließend anfallsartig in einem Platzregen unter; seine Personenzeichnungen wirken fremdartig und sind keineswegs lustig-freundlich gemeint (siehe Bild 2).
- Gert zeigt Tendenzen zur Selbstverletzung; so bohrt er sich, während er an seinem Finger herumnestelt, plötzlich und anscheinend grundlos den Bleistift oder Kugelschreiber in den Handrücken, bis manchmal Blut floß, ohne eine Miene zu verziehen.
- Ein- bis zweimal pro Sitzung verharrt er regungslos auf seinem Stuhl, nimmt die Umwelt nicht mehr wahr (?) und ist nicht ansprechbar. Solche "Absencen" dauern allerdings nicht länger als fünf bis zehn Sekunden.

Gerts Mutter erzählt, daß er - im Gegensatz zu seinem Bruder - sehr ausdauernd und intensiv mit der Fischer-Technik spielt und Apparate und Modelle selbst mit Elektromotor baut, wobei ihm als Vorlage nur die abgedruckten Bilder dienen. Da er die Anweisungen nicht lesen kann, baut er präzise nach den visuellen Vorlagen nach oder entwirft sie selbständig. Er scheint hierfür eine ausgezeichnete visuelle Verarbeitung zu besitzen, zumindest soweit es sich um gegenständliche Darstellungen handelt.

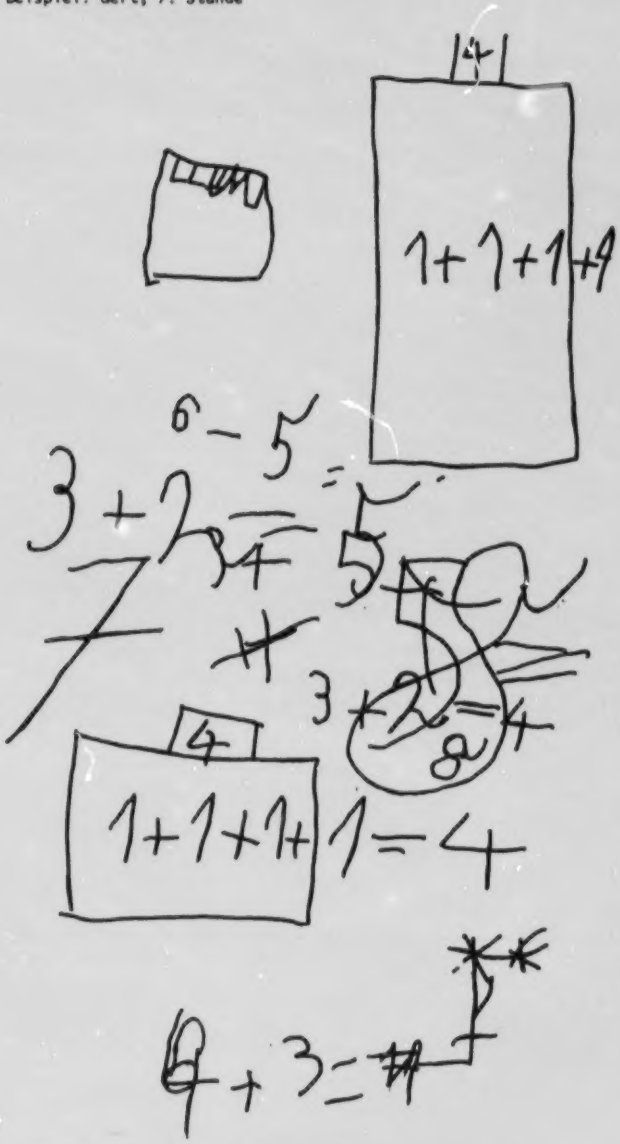
7. Stunde

An der Symptomatik hat sich wenig geändert, wobei sich herauszuschälen scheint, daß Gert

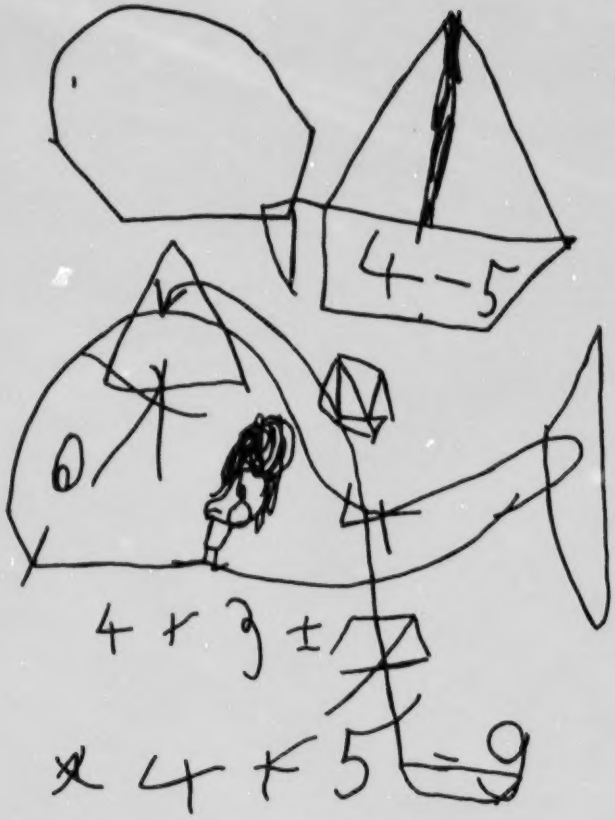
- in hohem Maße ablenkbar ist bzw. sich selbst sehr leicht ablenkt, indem er Bildchen auf die Handfläche oder auf ein Stück Papier malt und
- sehr stark von inneren Gedankengängen geleitet wird und jede externale Äußerung als Störung des Gedankenflusses aufzufassen scheint.

Läßt man seinen Gedanken und seinem Verhalten freien Lauf, ohne durch neue Aufgabenstellungen oder Bemerkungen einzugreifen, so entwickelt Gert eine erstaunliche Kreativität, die sich in dem, was er aufschreibt oder auch malt, sehr deutlich niederschlägt. Dies führt allerdings auch dazu, daß ihm aufgrund der sehr starken Beschäftigung mit eigenen Gedanken die Aufgaben, die ihm diktiert werden, wieder entgleiten, wenn sie nicht mehrfach wiederholt werden. So malt er zum Teil aus den Zahlen heraus Tiere oder Figuren bzw. rahmte einzelne Ziffern ein, woraufhin er dann die Aufgabenstellung nicht mehr wußte. Falsch geschriebene Ziffern verbessert er durch großartiges Übermalen, so daß zum Schluß nur ein einziger Klecks übrigbleibt (siehe hierzu die Beispiele auf den folgenden Seiten).

Beispiel: Gert, 7. Stunde



Beispiel: Gert, 7. Stunde



Es hat den Eindruck, daß Gert ein sehr stark visuell arbeitendes Kind ist, dem bei optisch dargebotenen Stimuli nur ebenfalls optische Besonderheiten einfallen und weniger der mathematische Gehalt, der dahinterliegt, zumindest interessiert ihn dieser in geringerem Maße. Ihm fällt zu bestimmten Ziffern häufig ein, wie man sie anders schreiben könnte, oder wie die von ihm geschriebenen Ziffern noch zu verschönern seien. Aus der 3 beispielsweise rankt er Ornamente und aus der 2 malt er Tiere. Den jeweiligen Arbeitsblättern ist die entsprechende Aufgabe am Schluß nicht mehr anzumerken.

Beispiel: Gert, 7. Stunde

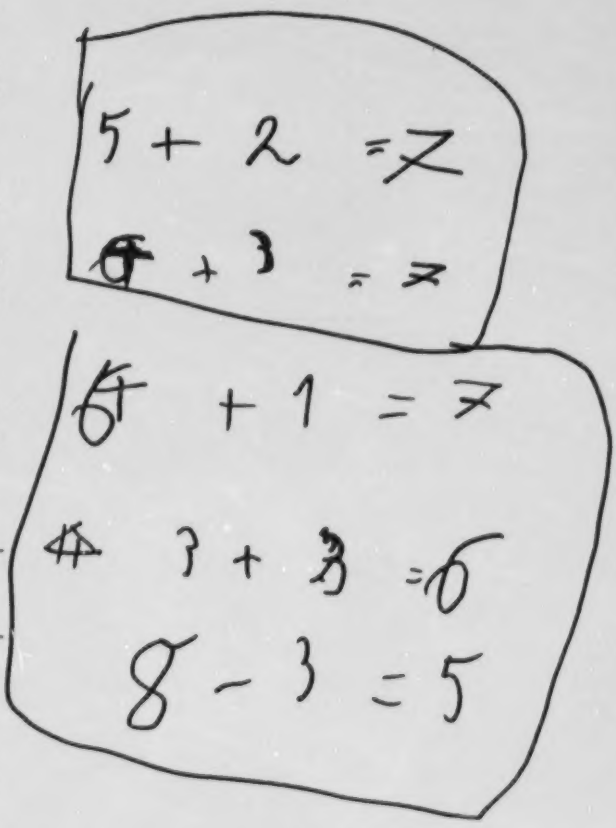
Aufgrund seiner sehr hoch eingeschätzten visuellen Fähigkeiten wurden Aufgaben aus der geometrischen Propädeutik mit ihm versucht. Hierbei handelt es sich um Auslegungen, Parkettierungen und ähnliches mit vorgegebenen Plättchen (Quadrate, Rechtecke, gleichseitige und rechtwinklig-gleichschenklige Dreiecke unterschiedlicher Größe). Es zeigte sich, daß Gert in unglaublich schnellem Maße diese Aufgaben lösen konnte. Es war erstaunlich zu sehen, mit welcher Sicherheit er selbst die schwierigsten Formen mit hoher Geschwindigkeit auslegte, nachdem er anfangs durch Probieren die unterschiedlichen Dreiecksformen zu diskriminieren wußte. Hierbei löste er selbst Aufgaben für die vierte Klasse sehr zielsicher.

10. Stunde

Gert gelingt es jetzt deutlich besser, arithmetische Aufgaben im Zahlraum bis zehn zu lösen, wobei er allerdings entweder auf Mengenplättchen oder seine Finger zurückgreifen muß. In nur sehr geringem Umfang vermag er ohne Hilfsmittel diese Aufgaben zu lösen. Zum Teil verwechselt er noch plus und minus und ist sich über die konventionell festgelegte Reihenfolge der Operationen bzw. des Gleichheitszeichens nicht im klaren. Da die zuletzt in der Schule durchgenommenen Aufgaben die Form 7 = □ + □ hatten, wobei die Schüler frei eintragen sollten, welche Zahlen ihnen dazu einfielen (5 + 2, 4 + 3, 6 + 1 o.ä.) schrieb er nun auch weiterhin die Aufgaben in dieser Form. Beispielsweise sollte er zu einer handlungsmäßig vorgegebenen Aufgabe die symbolische Schreibweise finden: Sieben Plättchen wurden hingelegt und zwei weitere hinzugefügt, worauf Gert 7 = 2 + 9 schrieb, d.h. die zuletzt in der Schule ausgeführte Schreibweise perseverierte bis in den Nachmittag hinein.

In der Schule sind leichte Fortschritte bei Gert durchaus erkennbar (Lehreraussage), allerdings zeigt er nicht die zum Teil lockere und fröhliche Art, wie in den Stunden bei uns, was wohl daran liegen dürfte, daß ihm Leistungserfolge dort häufiger verwehrt und Frustrationen eher zugemutet werden, als das bei uns der Fall ist. Hier wird ihm durchaus Platz gelassen, seine extravaganten Einfälle auszuleben, was im herkömmlichen Unterricht wohl kaum gelingen dürfte. Schlechter noch als die Mathematikleistungen, die durchaus ansteigende Tendenz zeigen, fallen seine Lese-Schreib-Schwächen ins Gewicht. Von den 20 Worten, die innerhalb einer gewissen Zeit von den Schülern seiner Klasse in einem Test gelesen werden mußten, was von seinen Mitschülern auch bewältigt werden konnte, schaffte Gert trotz bekannter Buchstaben und Worte nur zwei.

Beispiel: Gert, 10. Stunde



Beispiel: Gert, 10. Stunde

14. Stunde

In der Schule wurde der Zahlenstrahl als Veranschaulichung verwandt. Gert konnte mit dieser Visualisierung nicht allzuviel anfangen, wobei (überraschend) ihm die Zuordnung zwischen den Strichen auf dem Zahlenstrahl und den Ziffernzeichen nicht eindeutig gelang, sondern vielmehr der Zahlenstrahl unabhängig von den darunter oder darüber gemalten Ziffern angesehen wurde. Die durch Pfeile (vorwärts, rückwärts) dargestellten Rechenoperationen bezog er dementsprechend immer auf die Ziffernzeichen, nicht aber auf die Markierungen des Zahlenstrahls.

Beispiel: Gert, 14. Stunde

Zur diagnostischen Klärung wurde mit Gert ein Intelligenztest durchgeführt, wobei wir uns für den HAWIK entschieden, um ein genaueres Leistungsprofil zu erhalten. Gert erreichte im Verbalteil 59 Wertpunkte (Verbal-IQ: 111) und im Handlungsteil 83 WP (Handlungs-IQ: 146). Insgesamt ergaben sich 142 WP, das bedeutet einen IQ von 132. Die Höhe dieses IQ ist sicherlich einerseits überraschend, andererseits verstärkt die große Diskrepanz zwischen Handlungs- und Verbalteil die Hypothese einer gewissen Anomalität im Sinne einer psychotischen Störung (WECHSLER 1964).

Zum Erstaunen seines Mathematiklehrers entwickelt sich Gert in der Schule immer besser, wobei er in dem Förderkurs die Aufgaben in den letzten Tagen am schnellsten und am besten löst.

18. Stunde

Gert zeigt noch Unsicherheiten in zweierlei Hinsicht, zum einen verrechnet er sich im Zahlraum bis 20, der inzwischen zum Schulstoff gehört, häufig um ± 1, was er allerdings nach Aufforderung korrigieren kann, zum anderen bereiten ihm die Reihenfolge der arithmetischen Operationen und das Gleichheitszeichen immer noch Schwierigkeiten, wenn Aufgaben mit Platzhalter an für ihn ungewohnter Stelle vorkommen. So ergibt die Aufgabe □ - 6 = 4 für Gert als Lösung 2. Auch dies vermag er nach Hinweis leicht zu korrigieren, wobei der Eindruck entsteht, daß es sich hierbei weniger um ein Problem des Verständnisses der Aufgabe handelt als um Unlust, sich intensiver damit zu beschäftigen bzw. zur richtigen Lösung zu gelangen. Es erscheint Gert häufig einfacher, die Subtraktion mit den Zahlen durchzuführen, die auf dem Blatt Papier standen, und die Reihenfolge nicht sonderlich zu beachten.
Gert arbeitet sehr viel konzentrierter, wenn am Anfang der Stunde ausgemacht wird, wieviel Aufgaben er zu behandeln hat und sie ihm auch sichtbar in Form von Arbeitsblättern dargeboten werden, so daß er das zu leistende Arbeitspensum überblicken kann. Liegen die Aufgaben in dieser Form vor, strengt sich Gert in erstaunlichem Maße an und ist dann allerdings nach dem Bearbeiten der letzten Aufgabe nicht bereit, noch weitere Probleme anzugehen, auch wenn sie aus dem für ihn interessanteren Bereich der Geometrie stammen.
Im Zahlraum über zehn hinaus bereiten ihm nur die Zahlen elf und zwölf Schwierigkeiten, die sich ja auch nicht so leicht aus Einern und Zehnern direkt zusammensetzen lassen ("drei-zehn").
Sporadisch tritt noch eine spiegelverkehrte Schreibweise auf sowie das Vergessen der Aufgabenstellung, allerdings nicht mehr in der gravierenden Form, wie sie am Anfang der Behandlung vorlag.

21. Stunde

Das Weiterzählen von einer bestimmten Zahl ab bereitet Gert immer noch Mühe und auch das Rückwärtszählen fällt ihm sichtlich schwer, obwohl dies auf unsere Bitte hin zu Hause geübt wurde. Der Weg, Additionsaufgaben durch Weiterzählen zu lösen, ist Gert anscheinend unbekannt und wird aufgrund seiner diesbezüglichen schlechten Fähigkeiten auch nicht angewandt. Trotzdem hat er keinerlei Schwierigkeiten beim Kopfrechnen im Zahlraum bis zehn, wobei er nach eigenem Bekunden dies dadurch löst, daß er sich Mengen vorstellt und abzählt.
Das Addieren mit Zehnerüberschreitung bewältigt Gert mit Hilfe des Abakus.

Von der zehnten Stunde ab war Gert aufgrund unserer vorläufigen Hypothesen zwecks diagnostischer Abklärung bei einem Kinder-Psychotherapeuten. Die dort durchgeführte Untersuchung mit dem "Diagnostikum für Cerebralschädigung" (DCS) ergab eine hohe Auffälligkeit. Bei dem DCS handelt es sich um einen Lerntest: Es werden neun Karten mit assoziationsfähigen Figuren vorgelegt, auf denen Strichzeichnungen abgebildet sind, die nach einem Durchgang mit Hilfe von fünf Holzstäben reproduziert werden sollen. Gelingt dies nach dem ersten Durchgang nicht, so werden die Karten sämtlich in einem zweiten Durchgang präsentiert, woran sich wieder eine Reproduktionsphase, der eigentliche Versuch, anschließt. Hierbei sind bis zu sechs Wiederholungsdurchläufe möglich, bis sämtliche Figuren nachgelegt sind. Üblicherweise nimmt die Anzahl der richtig gelegten Figuren von Durchgang zu Durchgang zu, bis sich nach spätestens sechs Versuchen sämtliche neun Figuren reproduzieren lassen. Der DCS gestattet eine sehr elaborierte Fehleranalyse, die differential-diagnostisch zwischen einer Cerebralstörung und anderen Krankheitsbildern zu differenzieren gestattet. Für Gert ergab sich relativ eindeutig ein Zustandsbild aus dem psychotischen Formenkreis (Verdacht auf Hebephrenie). Es war bei diesem Test keinerlei Lernzuwachs zu beobachten, wohl aber die Produktion von neuen Figuren in reichlicher Fülle, die von ihm als gezeigt bezeichnet wurden. Die diesbezügliche Therapie verbleibt in der Hand des Kinder-Psychotherapeuten.

25. Stunde

Gert löst Additionsaufgaben im Zahlraum bis 20 mit Zehnerüberschreitung durch Zerlegen, wobei der Eindruck entsteht, daß er auch diese Aufgaben visuell angeht, indem er sich den zweiten Summanden als Menge vorstellt und geeignete Teilmengen aussondert. Bei diesen Aufgaben schaut Gert sehr konzentriert in eine Ecke und ist von dem imaginierten Bild stark gefangen.
Da sich die Schwierigkeiten in der Schule insoweit gelegt haben, daß Gert den Anschluß an die Klasse gefunden hat, wird von seiten der Mutter der Wunsch geäußert, die Behandlung abzubrechen. Nachdem auch der Mathematiklehrer dem zustimmt bzw. keine Veranlassung für ein weiteres Kommen sieht, beenden wir die Behandlung.

Silvia

Silvia wurde von dem Kinder-Psychotherapeuten, bei dem sie in Behandlung ist, überwiesen. Sie war acht Jahre und drei Monate alt und besuchte die zweite Klasse der Grundschule. Aus der Kindheit sind eine lang anhaltende Neurodermitis und eine Enuresis bekannt. Die Diagnostik des Psychotherapeuten ergab eine extrem hohe Angst, die sich in den Werten des (projektiven) Szeno-Tests widerspiegele und nach Aussage des Arztes durch starkes Essen kompensiert werde. Neurologisch sei Silvia unauffällig, verfüge aber über ein schwaches Gedächtnis. Die Ergebnisse des HAWIK ergaben einen IQ von 86 (Verbal-IQ: 81, Handlungs-IQ: 96), was eine für die Grundschule niedrige Intelligenz bedeutet, für die Sonderschule allerdings im oberen Bereich anzusiedeln ist. Der Psychotherapeut diagnostizierte eine Teilleistungsschwäche, die sich insbesondere in Mathematik niederschlage. Dabei beherrsche sie zwar die Multiplikation und Division, lasse aber im Kopfrechnen sehr zu wünschen übrig. Die Eltern, insbesondere die Mutter, leiden nach Angaben des Arztes stark unter der Leistungsschwäche ihrer Tochter. Silvia hat eine elf Jahre alte Schwester, die die Realschule besucht.

1. Stunde

Silvia erscheint mit ihrer Mutter. Sie ist etwas pummelig und hat ein freundliches Gesicht, erscheint aber relativ zurückhaltend und mir (als Fremden) gegenüber etwas scheu. Noch innerhalb des Gebäudes, so erzählt Silvias Mutter, habe sie Angst vor der Stunde gehabt und schlug vor, wieder nach Hause zu gehen. Die Mutter berichtet, daß Silvia im Lesen sehr gut sei, ebenso im Schreiben von Diktaten, die sie einüben könne, allerdings sich in den spontan geschriebenen Texten bzw. Aufsätzen ab und zu Fehler einschlichen. Ansonsten sei sie eine wohl durchschnittliche Schülerin, wobei sich ihre Rechenschwäche von Anfang an bemerkbar gemacht habe und sie als Mutter dem ausgleichend entgegenzuwirken versuchte. Insbesondere verwechsle Silvia häufig plus und minus. Die Mutter war während der ersten Stunde anwesend (wie auch häufig in den folgenden), wobei sie sich in dieser Stunde enorm häufig in das Gespräch mit einschaltete und Silvia zur Mitarbeit anhielt, so daß hier eine stark leistungsorientierte Haltung sichtbar wurde, die Silvia möglicherweise zu stark unter Druck setzt und aufgrund der vordiagnostizierten Angst nicht sonderlich positiv wirken müßte. In einem Gespräch mit der Mutter konnte bewirkt werden, daß sie sich in den Stunden, in denen sie anwesend war, nicht mehr zu der Arbeitshaltung oder zu den Fehllösungen von Silvia durch (negative) Bemerkungen äußerte.

Die Verwechslung von Additions- und Subtraktionszeichen konnte in dieser Stunde nicht festgestellt werden, wohl aber Vertauschungen der Ziffern bei der Zahlenschreibweise (36 anstelle von 63 oder 54 + 30 = 48). Darüber hinaus stellte sich heraus, daß Silvia wohl keine Vorstellung vom Bündeln hatte, obwohl dies im Unterricht extensiv geübt worden war. Insbesondere konnte sie keinen Zusammenhang zu der Dezimalschreibweise feststellen: Daß in 63 sechs Zehner und drei Einer sind, verwunderte sie außerordentlich, so daß es den Anschein hatte, daß sie Zahlen als relativ fiktive Größen aufnahm und sich außerstande sah, diesen geheimnisvollen Algorithmus zu durchschauen. Sie war relativ erstaunt, daß die Bündelung die gleiche Ziffernfolge ergab, als wenn sie die Plättchen oder konkreten Objekte einzeln abzählte. Hierbei erschien das Abzählen als noch teilweise unsicher. So folgte auf die 70 nicht 71 sondern 80, was aber auch auf den Streß der ersten Stunde zurückzuführen sein kann.
Die Aufgabe: "Peter hat 75 DM, seine Schwester Monika hat 22 DM weniger" stellte Silvia insofern vor Probleme, als sie ein offenbar nur ungenügend ausgebildetes Verständnis des Begriffs von mehr und weniger im Sinne einer quantitativen Relation besaß. Ich gab ihr daraufhin acht Plättchen, legte für mich zwei Plättchen hin und fragte sie, wieviele Plättchen sie mehr habe. Diese Frage beantwortete Silvia relativ konstant mit acht und erkannte erst später, daß es sich hierbei nicht um die Frage nach den absoluten, sondern den relativen Größen handelte. Das gleiche Symptom ergab sich bei Längenvergleichen: ein vor ihr liegender Bleistift besaß die von ihr abgemessene Länge von 16 cm, ein anderer Bleistiftstummel die Länge von 5 cm, die sie ebenfalls abgemessen hatte. Die Frage, um wieviel der größere Bleistift länger als der kleine sei, konnte sie nur durch Abmessen in einer Richtung lösen, dann nämlich, wenn der kleinere Bleistift zwischen der 11 und der 16 auf dem Zentimetermaß lag, nicht aber dann, wenn er zwischen der 0 und der 5 lag. Die Frage, um wieviel denn der kleine Bleistift kleiner sei als der große, konnte Silvia gar nicht beantworten. Trotzdem machte Silvia in dieser ersten Stunde nicht den Eindruck eines prinzipiell hoffnungslosen Falles, wie es der Therapeut aufgrund der Testergebnisse befürchtet hatte.
Ein Gespräch mit der Klassenlehrerin, die gleichzeitig auch Mathematiklehrerin war, bestätigte den Eindruck, daß auf Silvia ein enorm hoher Leistungsdruck bzw. eine Leistungserwartung von seiten der Eltern ausgeübt werde. Silvia verfüge über eine extreme Rechenschwäche, ihre Lese-Rechtschreibfähigkeit sei in diesem Maße nicht bedenklich; allerdings mangele es ihr an Aufnahmefähigkeit, insbesondere eines gewissen Problemlöseverhaltens, wodurch sie nur befähigt sei, relativ einfache Tätigkeiten - und auch diese nur auf Aufforderung - auszuführen. Prinzipiell scheine sie über eine geringe Eigeninitiative zu verfü-

gen und von sich aus fast überhaupt nicht zu handeln bzw. in der Lage zu sein, planvoll in irgendeinem Bereich vorzugehen. Hinzu kommen motorische Schwierigkeiten, da sie aufgrund ihres Körperbaus einerseits sehr tapsig, andererseits aber sehr robust sei, was wiederum zu Problemen im sozialen Bereich führe, weil Silvia sich dort keineswegs ängstlich verhalte, sondern sich durchaus gegen andere aufgrund ihrer physischen Kraft durchzusetzen wüßte.

2. Stunde

Im Anschluß an die letzte Stunde wurden heute Experimente gemacht, die sich an die Piaget-Versuche anlehnen. Hierbei wurden fünf Klötzchen auf den Tisch gelegt und in einer Reihe darüber fünf weitere Klötzchen in der gleichen Anordnung. Silvia sagte, daß es gleich viele in beiden Reihen seien. Als die eine Reihe allerdings auseinandergezogen wurde, sagte sie, daß die komprimiertere Reihe (!) mehr Klötzchen enthalte. Sie blieb auch bei dieser Aussage, unabhängig davon, ob die zusammengeschobene Reihe oberhalb oder unterhalb der anderen lag. In einem zweiten Versuch wurden zwei Cuisenaire-Stäbe gleicher Länge vor sie gelegt und gegeneinander verschoben, woraufhin sie auch jeweils den einen als längeren bzw. kürzeren bezeichnete. Als ich sie nach den (gleichen) Farben der Cuisenaire-Stäbchen befragte, meinte sie, daß der Stab, der weiter von ihr entfernt lag, dunkler sei und der nähere heller. Nachdem eine Zeitlang noch in ähnlicher Weise ihr Aufgaben des gleichen Typs vorgelegt wurden, änderte sie plötzlich ihre Ansicht und behauptete, daß die (gleichen) Stäbe nun auch gleich lang seien. Von diesem Zeitpunkt ab konnte sie die Cuisenaire-Stäbchen der Länge nach anordnen, sie konnte auch angeben, welches Stäbchen um eine Einheit (einen Würfel) länger war als ein vorgegebenes oder kürzer usw.. Bei größeren Unterschieden (zwei und drei) klappte dies zwar nicht auf Anhieb, sie konnte die Aufgabe aber jeweils durch Ausprobieren lösen. Gegen Mitte der Stunde gab Silvia auch an, daß es bei Reihen aus zwei grünen und einem roten Cuisenaire-Stab (3, 3, 2) nicht auf die Reihenfolge ankäme, in der man sie aneinander legte, um jeweils eine bestimmte gleiche Länge zu erhalten. In einem weiteren Versuch wurde eine Reihe von Würfeln (8) vor sie gelegt und auf einer Seite der Reihe ein Würfel entfernt und auf der anderen Seite wieder angelegt. Hier war sie ganz sicher, daß sich die Anzahl nicht verändert hatte.

Silvia hatte anfangs sehr starke Hemmungen (oder Angst?), die Aufgaben, die sie nicht auf Anhieb lösen konnte, durch Ausprobieren herauszubekommen. Sie riet oder schätzte die Lösung eher, als daß sie die Stäbchen in die Hand nahm. Man hatte den Eindruck, daß es für sie sehr ungewohnt war, Eigeninitiativen zu ergreifen. Allerdings ist unser diesbezügliches Verhalten in den Stunden darauf angelegt, daß die Schüler sehr selbständig die Handlungen unternehmen, so daß eventuell aufgrund der Diskrepanz zum schulischen Alltag das zu anfänglichen Verwirrungen bei Silvia geführt hat und eine gewisse Eingewöhnungszeit vonnöten war.

Während der Stunde war die Mutter anwesend, ohne allerdings verbal einzugreifen. Allerdings kommentierte sie die Fehlleistungen ihrer Tochter mit verzerrtem und grimassierendem Gesicht bzw. blickte gelangweilt aus dem Fenster. In den seltenen Fällen, wo sie Silvia ansprach, war sie extrem freundlich, allerdings in einer kalten, formalen und distanzierten Weise. Hier kommt der Verdacht auf, daß in der Familie eine Struktur ähnlich dem Bateson-Jackson-Watzlawik-Syndrom vorherrschen könne, in der Silvia widersprüchliche Rückmeldungen bezüglich ihres eigenen Verhaltens von seiten der Eltern (Mutter) bekommt, die sowohl positiver als auch negativer Art sind und damit eine korrekte Einschätzung ihrerseits nicht ermöglichen. Dies könnte dazu führen, daß es Silvia schwerfällt, eigene Erfahrungen sinnvoll zu integrieren, ihre Umwelt auszuprobieren und nicht - wie es offensichtlich von ihr gefordert wird - Verhaltensmuster unter einem Leistungsanspruch unabhängig von ihrer kindgemäßen Einsehbarkeit einzuüben. Dafür spricht, daß Silvia offensichtlich in der Anfangsphase ausprobiert hat, welche Antworten "richtig" sind im Sinne der Rückmeldung von meiner Seite, wobei es offesichtlich aus ihrer Erfahrung heraus gar nicht darauf ankommt, was sie persönlich für richtig hält, eher, was andere richtig finden.

5. Stunde

Nachdem in den vorangehenden Stunden Bündelungsaufgaben im Zehnersystem (und, allerdings sparsam, in anderen Systemen) geübt wurden, sollte Silvia jetzt einen Transfer in anderen Darstellungsformen vollziehen. Hierbei wurden Mengenplättchen, kleine gelbe (Einer) und große blaue (Zehner), verwandt. Um Silvia an das Material zu akklimatisieren, wurden erst einmal einfache Aufgaben mit ihr gemacht:

"Lege vier Reihen mit vier gelben Plättchen und schreibe die entsprechende Aufgabe auf." - Silvia legte und schrieb: 4 · 4 = 16.

"Lege fünf Reihen mit fünf Plättchen." - Silvia schreibt: 5 · 5 = 25.

Frage: "Wenn ich noch eine Reihe mit fünf Plättchen dazulege, wieviel habe ich dann?" - Silvia legt eine Reihe von fünf Plättchen dazu und gibt als erste Antwort: 6 · 6. Das Nachzählen ergibt dann allerdings: 5 · 6 = 30.

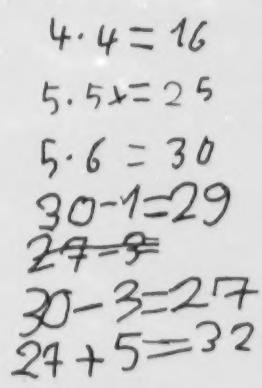
Frage: "Und wenn ich eins wegnehme?" - "29" und schreibt 30 - 1 = 29.

"Und wenn ich drei wegnehme, statt einem?" - Antwort: 30 - 3 = 27.

"Und wenn ich fünf dazu tue?" - "27 + 5 = 32."

Ohne handlungsmäßige Unterstützung rechnet sie weitere Aufgaben der Form 17 + 5 = 22, 7 + 5 = 12, 87 + 5 = 92, 57 + 5 = 62, die aber jeweils durch Weiterzählen gelöst werden und deren Ähnlichkeit nicht erkannt wird.

Beispiel: Silvia, 5. Stunde



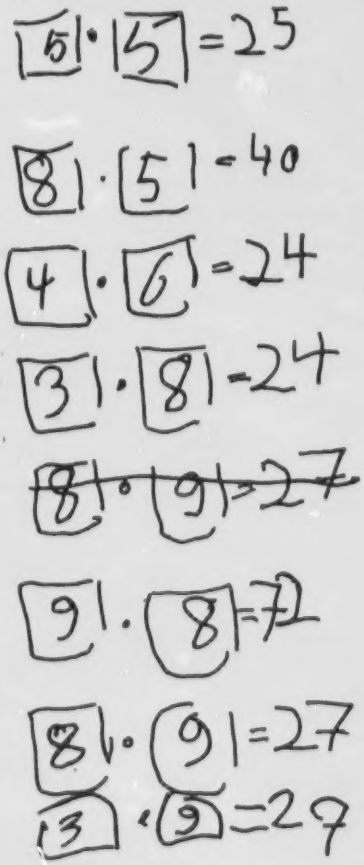
Silvia hat dann 32 gelbe Einer-Plättchen vor sich liegen, von denen sie jeweils zehn gegen ein blaues eintauschen kann. Die Umstellung auf diese Form des Stellenwertsystems bzw. des Behaltens, daß es sich bei den blauen Plättchen jeweils um Zehner handelt, bereitet ihr anfängliche Schwierigkeiten. Auf die Frage, wieviele Plättchen sie denn nun habe (2 gelbe, 3 blaue), antwortet sie erwartungsgemäß fünf, korrigiert sich dann aber doch schnell in 32. Wir üben dann die Darstellung von Zahlen mit Hilfe der Plättchen: ● ● ● ○ ○ ○ ○ ○ 35.
Frage: "Wenn ich von 67 (vor ihr liegenden) drei blaue wegnehme, wieviele habe ich dann weggenommen?" - Antwort: "Dreißig", Silvia schreibt aber zuerst 67 - 3 = und korrigiert das dann in 67 - 30.
Und weiter ohne Material: "Wenn ich nochmal zwei blaue wegnehme?" - "47" (hierbei schreibt sie allerdings zuerst 6 · 7, und als zweites 6720, anstelle von 67 - 20 = 47.
Hier mag eine durch das neue Material für sie verwirrende, irritierende Situation vorliegen. Nach den jeweiligen Additions- und Subtraktionsaufgaben, die ihr zum Teil vorgemacht werden, wurde direkt gefragt, wieviele "blaue" und "gelbe" Plättchen übrigbleiben. Diese Aufgaben wurden durchgeführt, indem Silvia sich die Plättchen sämtlich ansehen kann, sie aber danach unter der Hand versteckt werden. Hierbei zeigt sich, daß Silvia Schwierigkeiten hat, sich die jeweiligen Handlungen vorzustellen: Nachdem vier blaue und neun gelbe (49) Plättchen ihr sichtbar unter der Hand versteckt wurden und fünf gelbe hervorgezogen wurden, konnte sie nicht sagen, ob sich auch an der Anzahl der blauen Plättchen etwas geändert hatte. Nachdem sie allerdings diese Handlungen zum Teil selbst ausführen durfte und jeweils nachkontrollieren konnte, war sie dann in ihren Urteilen etwas sicherer. Nach einigen Übungen dieser Art wurde Silvia gebeten, sich die Aufgaben jeweils nur vorzustellen.
"Mach die Augen zu: Wir haben zwei Zehner und sechs Einer. Wieviele blaue Plättchen?" - "Zwei."
"Wieviele gelbe?" - "Sechs."
"Wir tun jetzt zwei blaue Plättchen dazu. Wieviele blaue haben wir jetzt?" - "Vier."
"Wieviele gelbe?" - "Sechs."
"Wir tun noch drei blaue Plättchen dazu. Wie heißt jetzt die Zahl?" - "76."
"Wieviele Zehner?" - "Sieben."
"Wieviele Einer?" - "Sechs."
"Nimm einen Zehner weg." - "66."
"Nimm vier Einer weg." - Erste Antwort: "Zwei Zehner und sechs Einer." Zweite Antwort: "Sechs Zehner und zwei Einer." Silvia schreibt dann: 66 - 4 = 62.

Silvia macht allerdings bei diesen Übungen noch in ca. 20 % der Fälle Fehler, die sich vornehmlich auf die Unterscheidung der Zehner und Einer beziehen. Im weiteren Verlauf der Stunde wird eine Tabelle angefertigt, in die Silvia jeweils einträgt, wieviel blaue und gelbe Plättchen sie hinzufügt oder wegnimmt und so eine Korrespondenz zur Dezimalschreibweise herstellt. Es ist aber offensichtlich, daß ihr der Zusammenhang nicht (vollständig) bewußt ist und sie nicht sicher sein kann, ob die "Tabellenrechnung" tatsächlich das gleiche Ergebnis liefert wie eine Manipulation an den konkreten einzelnen Plättchen.

8. Stunde

Trotz umfangreichen Übungsangebots hat sich bei Silvia die Systematik des Dezimalwertsystems noch nicht in zufriedenstellender Weise gefestigt. Ihr unterlaufen immer noch Fehler, die sich zumeist aus kombinierten (Fehl-)Strategien ergeben.
54 - 15 wird gerechnet als 5 - 1 = 4, 5 - 4 = 1.
56 + 37 = 21 als Anwendung der Subtraktion und jeweilige Subtraktion der kleineren von der größeren Zahl.
16 + 15 = 22 als Zusammenfassung der Zehner zu 2 und 6 + 6 = 11, wonach die beiden "Einer" zu einer weiteren Zwei zusammengefaßt werden.
Aufgaben ohne Zehnerübertrag vermag Silvia inzwischen im Zahlraum bis 100 auch ohne Veranschaulichungshilfen im Kopf zu lösen (Typ: 54 + 23 = □).
Die Mutter hat in der Zwischenzeit sehr intensiv das kleine Einmaleins mit Silvia geübt, so daß sie hier keine Schwierigkeiten hat und die Lösung bei solchen Kopfrechenaufgaben wie aus der Pistole geschossen kommen. Zögernder kommen, wie wir es aber bei fast allen Kindern feststellen, die Lösungen bei Aufgaben, deren Ergebnis größer als 50 ist. Silvia

Beispiel: Silvia, 8. Stunde



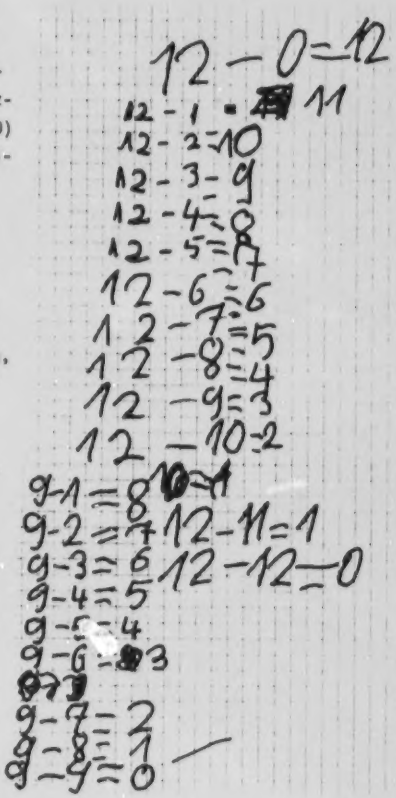
beherrscht dagegen nicht die Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlraum bis 20 auswendig, sondern löst sie durch Vorwärts- bzw. Rückwärtszählen, wobei ihr auch hier die üblichen Fehler, d.h. Verrechnung um ± 1, unterlaufen.

9. Stunde

Heute hat Silvia an der Hundertertafel gerechnet. Diese Tafel ist sie aus der Schule gewohnt, wo sie einer ausführlichen Behandlung unterzogen wurde. Trotzdem ist ihr der Aufbau der Spalten (+10) und der Zeilen (+1) nicht präsent. Additions- und Subtraktionsaufgaben kann Silvia nur durch schlichtes Abzählen lösen, der Analogieschluß (31 - 3, 71 - 3, 11 - 3 u.ä.) gelang ihr erst gegen Mitte der Stunde und schien auch nicht in irgendeiner Form von Einsicht zu beruhen. Es erschien mir erstaunlich, daß trotz der sehr intensiven Behandlung in der Schule, die ich selbst beobachten konnte, Silvia die Addition um zehn an der Hundertertafel nicht geläufig schien. Daß das Vorrücken um eins innerhalb einer Spalte der Addition, das Zurückrücken der Subtraktion um den Zehnerbetrag bedeutet, schien ihr nicht klar, bzw. ihr schien insgesamt die Struktur der Hundertertafel nicht auf einem einsichtigen System zu beruhen.

Dies bedeutet, daß Silvia möglicherweise beim Kopfrechnen nicht die Repräsentation, wie sie durch die Tafel suggeriert wird, benutzt, sondern eine andere, so daß die Tafel selbst keine sonderliche Veranschaulichungshilfe für sie darstellt.

Beispiel: Silvia, 9. Stunde



10. Stunde

Silvia hat in der letzten Klassenarbeit Fehler bei Aufgaben des Typs $31 = 5 \cdot \square + \square$ gemacht, die als Propädeutik für die Division mit Rest anzusehen sind. Silvia kann zwar die jeweiligen Reihen (Sechserreihe, Achterreihe etc.) aufsagen, aber verbindet damit nicht unbedingt die entsprechenden Multiplikationen. Aus diesem Grunde ändert sie die Aufgaben häufig ab: Anstelle von $20 = 3 \cdot 6 + 2$ schreibt Silvia $20 = 3 \cdot 7 - 1$.

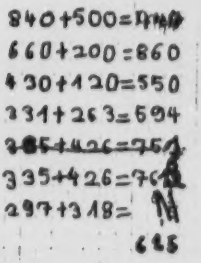
Hierbei handelt es sich zwar um eine nicht unintelligente Lösung, entspricht aber nicht dem, was in der Schule von ihr gefordert wird. Das Problem liegt also insofern im schulischen Bereich, als die durchaus äquivalente mathematische Lösung als Fehler bewertet wird, indem sie nicht die Voraussetzung für den anschließenden Divisionsalgorithmus darstellt.

Das Umsetzen von Wortzahlen (vierhundertsechsunddreißig) in arabische Zahlen (436) lief bei ihr relativ glatt, wobei die Verwechslungen, wie sie auch bei anderen Kindern häufig anzutreffen sind, zwischen dem Zehner und dem Einer auftreten (463).
Zur Zeit wird im Schulunterricht die Addition und Subtraktion im Zahlraum bis 1000 durchgenommen. Aufgrund des üblichen Verfahrens, nach einer Zahlzerlegung mit den Hundertern anzufangen, anschließend die Zehner und dann abschließend die Einer zu addieren, löst Silvia Aufgaben der Form $18 + 18 = \square$ ohne Schwierigkeit, verfällt bei Aufgaben wie $5 + 10 = \square$ aber in den Fehler, "links" anzufangen und so als Ergebnis 60 zu erhalten. Hier wendet sie den Algorithmus, der ihr aus der Schule geläufig ist, sehr rigide an. Der gleiche Fehler ergibt sich (erstaunlicherweise?) auch bei der Aufgabe $10 + 5$, obwohl anzunehmen ist, daß Silvia intuitiv sagen kann, daß die Lösung nicht 60 sein kann. In diesem Fall scheint sie weniger ihrer Intuition zu folgen als dem formalen Algorithmus, da sie möglicherweise mit ihrer Intuition schon zu viele Fehltritte erlebt hat.
Der Unterschied zwischen "Hälfte" und "Doppelte" ist Silvia nicht geläufig, obwohl sie beide in praktischen Beispielen (halbe Torte, halber Apfel, ein Sammelbild doppelt zu haben) durchaus richtig verwendet.

13. Stunde

Im Zahlbereich bis 1000 löst Silvia die Aufgaben nach dem Verfahren "von links nach rechts". Dies führt bekanntlich dann zur richtigen Lösung, wenn kein Dezimalstellenübertrag notwendig ist, läßt sie aber bei Aufgaben wie $335 + 426$ als Ergebnis 752 erhalten. Dies erklärt sich aus dem von ihr häufiger durchgeführten Fehlertyp, daß sie die Hunderter addiert (7), danach die Zehner (5), danach die Einer, die elf ergeben, die von ihr zu zwei zusammengefaßt werden.

Beispiel: Silvia, 13. Stunde



Die sich anschließende Übung an einer Stellenwerttafel mit Additions- und Subtraktionsaufgaben wurde von ihr zufriedenstellend bearbeitet. Hierbei wurde die "Borgemethode" verwandt, die sich bei dieser ikonischen Veranschaulichung anbietet. Natürlich ist es einfacher für sie, Aufgaben ohne Übertrag zu lösen, es gelingt ihr aber auch, solche mit Übertrag zu bearbeiten, wobei der ausgewechselte Zehner bzw. Hunderter jeweils markiert wurde und somit eine ikonische Darstellung beibehalten werden konnte. Beim Übergang von der ikonischen in die symbolische Darstellungsform, d.h. der schlichten Schreibweise und dem dort nachzuvollziehenden Algorithmus vergaß sie allerdings, daß sie eingewechselt hatte. Sie erinnerte sich zwar an das Verfahren, aber vergaß, es jeweils richtig anzuwenden (823 - 346 = 575; 535 - 167 = 478, wobei hier gleich an beiden Stellen der Übertrag vergessen wurde). Sie wurde daraufhin gebeten, an den Stellen, wo sie einen Übertrag vornahm, einen Punkt als Marker über die Zahl zu setzen (so wurde es auch im Unterricht verwandt), um noch zu wissen, daß diese Zahl um eins vermindert werden muß. Hierbei handelt es sich sicherlich noch um Schulstoff der zweiten Klasse, den Silvia in keiner Form beherrscht (sie befindet sich inzwischen in der dritten Klasse).

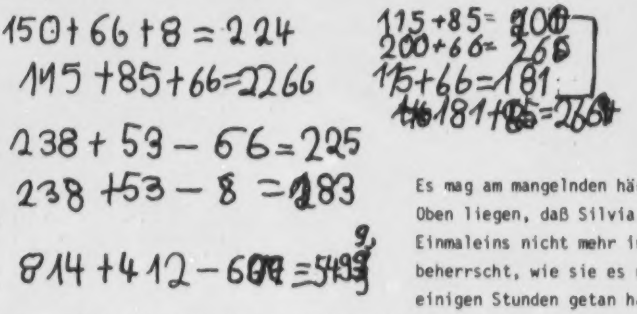
15. Stunde

Um im Anschluß an den Schulstoff zu bleiben wurden auch diesmal arithmetische Grundoperationen im Zahlraum bis 1000 bearbeitet. Bei den Subtraktionsaufgaben (823 - 437 = □) hat sie doch enorme Schwierigkeiten, zu bestimmen wo sie etwas borgt und wo nicht. Auch in dieser Stunde wurde wieder die "Borgemethode" verwandt, weil sie aufgrund der ikonischen Repräsentation (Punktdarstellung im Hunderter-, Zehner- und Einergitter) günstig erschien. Silvia machte relativ häufig den Fehler, daß sie zwar sich bei den Zehnern einen borgte, wenn ein Übertrag bei den Einern stattgefunden hatte, war dann aber ebenfalls ein Übertrag auch bei den Zehnern zu vollziehen, so borgte sie sich wieder bei den Zehnern oder bei den Einern und nie bei den Hundertern. Es bedurfte jeweils des Rekurses auf die ikonische Darstellung, um das Problem zu verdeutlichen. Außerdem offenbarte sie eine Reihe davon unabhängiger, isolierbarer Fehler: 624 - 247 = 207 (4 - 7 geht nicht, ergo 14 - 7 = 7 (richtig gerechnet), dann Vertauschung der Zehner und Hunderter: 2 - 2 = 0 und 6 - 4 = 2). Hier liegt

also sowohl das Vergessen des Übertrags als auch ein Vertauschen der Zehner und Hunderter vor. Darüber hinaus stellten sich Probleme mit der Null ein: 312 - 228 = 104 (2 - 8 geht nicht, 12 - 8 = 4, Punkt über die Eins, 0 - 2 = 0 (oder wahlweise 2), 3 - 2 = 1).

In der letzten Klassenarbeit hat Silvia eine Reihe von Aufgaben nicht bearbeitet, in denen Additionsaufgaben mit mehreren Summanden vorkamen (150 + 66 + 8 = □). Auf die Bitte hin, die Einer, Zehner und Hunderter getrennt auszurechnen, löste Silvia diese Aufgabe sofort. In der Klassenarbeit hatte sie aber die Aufgabe in Teilsummen zerlegt und getrennt ausgerechnet, was von der Lehrerin nicht gewünscht war. Die Schüler waren angehalten, ohne Hilfsmittel, d.h. auch ohne Blatt und Nebennotizen diese Aufgaben "im Kopf" zu rechnen. Silvia machte sich Sorgen, nicht den geforderten Lösungsweg eingeschlagen, sondern ihr eigenes Verfahren gewählt zu haben. Gegen Ende der Stunde löste sie die Aufgaben mit gemischter Addition und Subtraktion (238 + 53 - 66 = □ , 814 + 412 - 677 = □) erstaunlicherweise ohne Schwierigkeiten.

Beispiel: Silvia, 15. Stunde



Es mag am mangelnden häuslichen Oben liegen, daß Silvia das kleine Einmaleins nicht mehr in dem Maße beherrscht, wie sie es noch vor einigen Stunden getan hat. Darüber hinaus hat sie die Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlraum bis 20 immer noch nicht memoriert, weshalb sie sehr langsam, an den Fingern abzählend, diese lösen muß. Dies macht sich, insbesondere natürlich bei Klassenarbeiten, durch eine zeitliche Verzögerung bemerkbar. Ebenfalls hat sich bis zu diesem Zeitpunkt noch kein semantischer Zahlbegriff (LURIA 1969) entwickelt, der etwa unterschiedliche Zahlzerlegungen als selbstverständlich erscheinen läßt. Aufgaben wie 8 + 2, 2 + 8, 10 - 8, 10 - 2 werden von ihr nicht als zusammenhängende Aufgaben wahrgenommen, sondern jeweils getrennt gelöst. Das führt dazu, daß sie aufgrund der mangelnden Zahlzerlegung sich keine Hilfen bei den Aufgaben mit Zehnerübergang aneignen kann; die Aufgabe 16 - 8 löst sie eben nicht als 16 - 6 - 2, sondern durch Abzählen.

Silvia kommt weiterhin regelmäßig zu uns.

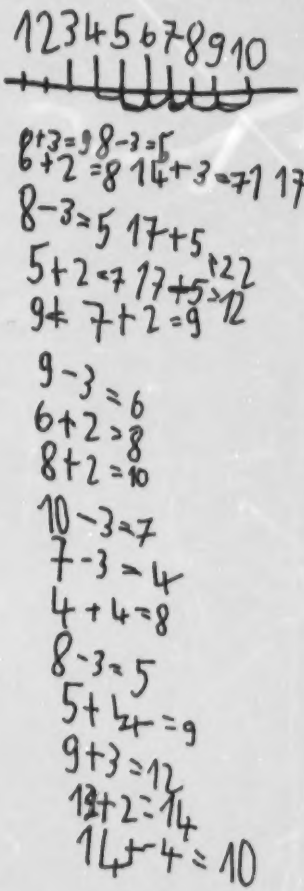
Bernd

Bernd wurde von einer Beratungsstelle, bei der er bis heute noch in Behandlung ist, an unser Projekt überwiesen. Er war zum Zeitpunkt der Aufnahme 8;1 Jahre alt und besucht die erste Grundschulklasse. Er hat zwei Geschwister, die fünf Jahre bzw. zwei Monate alt sind. Nach einem Jahr Kindergarten besuchte er ein weiteres Jahr den Schulkindergarten (offensichtlich aufgrund einer Zurückstellung beim Schuleingangstest) und hatte ein Jahr Schule hinter sich.

1. Stunde

Nach Aussagen seiner Eltern, die bei der ersten Stunde anwesend waren, ist Bernd sehr ängstlich und scheut vor neuen Aufgaben zurück; habe er diese aber einmal bewältigt, so laufe es besser. Am liebsten spiele er im Sand oder fahre mit dem Fahrrad, manchmal spiele er auch Fußball. Mit Lego-Steinen oder der Fischer-Technik spiele er weniger gern. Bernd bekommt auch noch kein Taschengeld (dies wird im allgemeinen erfragt, um zu erkunden, wie weit die Kinder mit bestimmten Zahlen und Größen außerhalb der Stunde umzugehen pflegen).
Bernd wollte erst gar nicht in die Stunde kommen und bat seine Eltern noch im Gebäude, nicht mit hochkommen zu müssen. Er hat während des Anfangsgesprächs sehr ängstlich dabei gesessen. Das Einführungsgespräch wurde vornehmlich von seiner Mutter bestritten, die nicht nur physisch (kräftigt und groß) die dominierende Person in der Familie zu sein scheint, sondern auch die Wortführerin, hinter der der Vater (klein und schmächtig) zurücksteht. Bernd wollte unbedingt, daß seine Eltern während der anschließenden Sitzung dabeiseien. Als ich dann aber, mich mit ihm unterhaltend, ins Nebenzimmer ging, faßte er relativ schnell Zutrauen und zeigte mir alles, was sie in der Schule gemacht hatten. Nach 25 Minuten

Beispiel: Bernd, 1. Stunde



fragte ich ihn dann, ob seine Eltern, die er im Nebenzimmer vergessen hatte, nicht doch bei der Stunde anwesend sein sollten. Erstaunlicherweise schüttelte er nun den Kopf und meinte, das sei nicht nötig; sie wurden dann aber doch dazu geholt. Es zeigte sich hierbei, daß Bernds Mutter anfangs mehrmals in die Rechenwege ihres Sohnes eingriff, um zu verhindern, daß dieser eine falsche Lösung produzierte. Sie wurde gebeten, dies in Zukunft nicht zu tun.

Es könnte sein, daß Bernd daran gehindert wird, eigenständige Fehler zu machen und hierüber Lernfortschritte zu erzielen. Seine Mutter scheint falsche Ansätze und falsche Handlungen schon im Keime zu korrigieren, so daß Bernd notwendigerweise eine große Unsicherheit (und dadurch Angst?) erleben muß bzw. keine Sicherheit mit seinen eigenen Verhaltensweisen erleben kann.

Im Zahlraum bis 20 konnte Bernd Aufgaben mit Hilfe der Cuisenaire-Blöcke - wobei nur Einer- und Zehnerblöcke verwandt wurden - relativ gut lösen. Auch der zur Veranschaulichung benützte Zahlenstrahl bereitete ihm keinerlei Schwierigkeiten, er führte die Operationen (vorwärts- bzw. rückwärtsgehend) richtig aus. Bernd kann flüssig vorwärts und rückwärts zählen.

2. Stunde

Bernd ließ dieses Mal seine Mutter von vornherein vor der Tür stehen. Er war während der gesamten Stunde sehr eifrig bei der Sache, worüber die Mutter insofern erstaunt war, als ihr aus der Schule bekannt ist, daß Bernd eigentlich nicht mitarbeitet, und, nach Aussagen des Lehrers, der Unterricht an ihm vorbeizurieseln scheint.
Da es sich um den ersten Ferientag handelte, erstellte Bernd einen Plan der Sommerferien, indem er die sieben Wochentage und die sechs Wochen in einer Matrix unterbrachte und die einzelnen Tage mit Kreuzchen versah. Hierbei zeigte sich, daß Bernd Schwierigkeiten insofern hatte, als er mehrere Kreuzchen an einem Tag einer Woche einfügte bzw. andere Tage ausließ (1:1-Zuordnung?). Nach einigem Umgang erkannte er aber sehr schnell das Prinzip und konnte dann jeweils auf das Kreuzchen zeigen, das beispielsweise den Freitag der vierten Woche, Dienstag der zweiten Woche usw. bezeichnete. Bei eingekleideten arithmetischen Aufgaben anhand der Matrix ("Wieviel Tage haben die ersten zwei Wochen zusammen?") zeigte sich, daß Bernds vornehmliche Strategie im Abzählen der einzelnen Tage besteht. Er scheint weniger zu rechnen als er tatsächlich beherrscht.
Bernd verwendete das bei vielen Kindern übliche Verfahren, Mengen jeweils vollständig durchzählen zu müssen, und nicht bei einer ihnen schon bekannten Teilmenge weiterführend zählen zu können. So vermag er also bei der Bestimmung der Tage von zwei Wochen nicht zählend bei der zweiten Woche anzufangen (8, 9, 10, ..., 14), obwohl er weiß, daß die erste Woche sieben Tage hat, sondern muß die erste Woche vollständig mitzählen.

Im Unterricht ist bislang nur der Zahlraum bis 20 behandelt worden. Da Bernd aber auch darüber hinaus zählen kann, vermag er die 42 Ferientage abzuzählen. Hierbei zeigte sich, daß er an mehreren Stellen nicht eine 1:1-Zuordnung zwischen Kreuz und Zahlwort vornimmt, sondern etwa bei der Zahl 35 auf zwei Kreuze zeigt.
Additions- und Subtraktionsaufgaben sowie Zerlegungsaufgaben fallen ihm relativ leicht. Hierbei zeigt er auch Einsicht in die Kommutativität der Addition und in die Komplementarität von Addition und Subtraktion. Kommutativität der Addition scheint allerdings nur bei verbal gestellten Aufgaben präsent zu sein, zumindest bei der symbolischen Schreibweise stört es ihn nicht, 8 + 2 = 10 aufzuschreiben und anschließend 2 + 9 = 10.
Die sämtlichen Zerlegungen der Zehn errechnete er nicht einzeln, sondern schrieb die Zahlen in sukzessiv aufsteigender bzw. anschließender absteigender Form nebeneinander und versah sie mit einem Additionszeichen. Die Verwendung dieser Heuristik erstaunte insofern, als sie bei rechenschwachen Schülern dieser Altersstufe selten anzutreffen ist.

4. Stunde

Bernd hat heute mit Hilfe des Zahlenstrahls Aufgaben im Zahlraum bis 20 bearbeitet, nachdem es in der letzten Stunde Probleme insofern gegeben hat, als er die Äquivalenz zwischen ordinaler und kardinaler Darstellung nicht einsehen wollte. Er legte zwar etwa Mengenplättchen an den oberen Rand der Leiste über die jeweilige Zahl, sah aber nicht, daß die als letzte belegte Zahl gleichzeitig die Kardinalzahl der Menge darstellt. Dies klappte in der heutigen Stunde wesentlich besser. Bernd ging sogar sehr schnell dazu über, die Plättchen nicht mehr aufzulegen, sondern sie sich nur noch vorzustellen und auch bei Additions- und Subtraktionsaufgaben die Operationen (hinzufügen von Plättchen bzw. Wegnehmen) vorstellungsmäßig vorzunehmen (!).
Seine imaginierende Vorstellung ließ die Addition relativ zügig vonstatten gehen, indem einfach schrittweise fortgezählt wurde. Bei der Subtraktion stellte sich aber eine Besonderheit ein, als Bernd sich zwar das Bild der gelegten und der fortgenommenen Menge der Plättchen visuell vorstellen konnte, beim Rückwärtszählen aber jenes Plättchen (Zahl) manuell markierte, das er als letztes fortnahm, so daß er bei einer um eins zu großen Zahl stehenblieb. Trotzdem wurden die Aufgaben aber richtig von ihm gelöst, als er die jeweils nächstniedrigere Zahl als eigentliche Antwort angab, da hier ja nach seiner Meinung das letzte Plättchen noch liegen mußte.

11 - 8 = □; Bernd stellt sich vor, daß er elf Plättchen hingelegt hat, das letzte Plättchen also auf der 11 liegt, und er das 11., 10. und 9. Plättchen wegnimmt, so daß noch acht Plättchen liegenbleiben. Hierbei deutet er allerdings immer noch auf die neun und muß nun umdenken, daß nur noch acht Plättchen da sind. Diese Strategie klappte bei den behandelten Aufgaben vorzüglich, dürfte aber dann zu Schwierigkeiten führen, wenn auf andere Darstellungsformen, etwa Pfeile, zurückgegriffen wird.

Bernd war während der gesamten Stunde fröhlich bei der Sache, aber auch in gewisser Weise abgelenkt, was sich darin äußerte, daß er sich häufig umschaute, seinen Vater anschaute, mich anschaute und nach dem Vorlesen oder Stellen von Aufgaben zuerst die Reaktionen seiner Umwelt abwartete, bevor er sie in Angriff nahm. Da ich in den meisten Fällen weder eine positive noch negative Verstärkung gab, dauerte es eine gewisse Zeit, bis Bernd die Aufgaben in Selbstinitiative löste.

Nachdem er die Aufgabe 12 + 4 = 16 mit Hilfe von Mengenplättchen an dem Zahlenstrahl gelöst hatte, ergab sich bei der nächsten Aufgabe 16 - 4 = □ für ihn die Lösung 0, da er nun diejenigen vier Plättchen wieder fortnahm, die er vorher als zweiten Summanden hingelegt hatte (wenn man jene wieder wegnimmt, die man vorher hinlegt, bleibt nichts mehr da).

5. Stunde

Ein Gespräch mit der Sozialarbeiterin der Beratungsstelle, in der Bernd noch in Behandlung ist, scheint darauf hinzudeuten, daß bestimmte Probleme schulischer und familiärer Art bei Bernd vorliegen. Insbesondere hat die Schule ein Sonderschulüberweisungsverfahren angestrengt, das die Eltern mit Hilfe der Beratungsstelle bislang zurückweisen konnten, das allerdings sicherlich wieder aufgenommen werden wird.

Additions- und Subtraktionsaufgaben löste Bernd heute mit dem Zahlenstrahl selbständig und flüssig. Er war dabei aber stets bedacht, Rückmeldungen verbaler oder non-verbaler Art zu erhalten; bekam er diese nicht, dann war er auch bei richtigen Aufgaben sehr verunsichert. Mit dem Zahlenstrahl arbeitete Bernd ohne das Anlegen von Mengenplättchen, er zählte vielmehr in Einersprüngen weiter oder glitt schlicht mit den Augen über die Zahlen hinweg. Mit dem Hilfsmittel des Zahlenstrahls löste er auch die nach Aussagen des Vaters für ihn schwierigen Aufgaben der Form 6 + □ = 11, 18 - □ = 12, ohne Schwierigkeiten.

Fehler traten nur dann (sporadisch) auf, wenn er keine eineindeutige Zuordnung zwischen Zahlwort und Objekt herstellte. Hierbei geht er bei einem Sprung von einer Zahl zur nächsten enaktiv weiter, begleitet dies allerdings mit zwei Zahlworten oder macht (enaktiv) zwei Sprünge bei einem Zahlwort.
Bernd vermag durchaus anzugeben, wieviel Zweier oder Dreier in einer Sechsermenge vorhanden sind, ihm ist aber die exponierte Stellung der Zahl zehn nicht geläufig. Insbesondere stellt er keinen Zusammenhang her zwischen der Dezimalschreibweise und Aufgaben der Form 16 - 6 = □, 10 + 3 = □.

6. Stunde

Es wurden weiterhin Aufgaben im Zahlbereich bis 20 mit Hilfe des Zahlenstrahls bearbeitet. Bernd löste Aufgaben der Form 14 + 4 = □, 11 - 4 = □, 13 - □ = 9, 6 + □ = 16 allgemein ohne Schwierigkeiten, verzählt sich aber manchmal in der üblichen Weise um ± 1.

Im zweiten Teil der Stunde übten wir Aufgaben im Zahlraum bis zehn in der Form, daß unter der Hand eine bestimmte Anzahl von Mengenplättchen, die vorher von ihm abgezählt werden durften, versteckt und anschließend ein oder zwei entfernt wurden. Bernd hatte dann anzugeben, wie viele (für ihn unsichtbar) noch unter der Hand waren, und die entsprechende Aufgabe in symbolischer Form niederzuschreiben. Dies gelang ihm nach anfänglichen Schwierigkeiten ohne weiteres.

Im dritten Teil der Stunde wurde versucht, die exponierte Stellung der Zahl zehn zu erarbeiten. Hierbei wurden Mengenplättchen zu jeweils zehn gebündelt und in eine Schachtel gelegt. Anschließend wurde notiert, wie viele volle Kästchen und zusätzliche Plättchen vorhanden waren. Dies konnte Bernd jeweils ausführen, es entstand aber der Eindruck, daß ihm der Zusammenhang zwischen der Zehnerbündelung und der Dezimalschreibweise hierdurch nicht klarer wurde.

Während der Stunde war die Sozialarbeiterin, die Bernd in der Beratungsstelle betreut, anwesend. Sie berichtete, daß Bernd bei ihr eine Auffälligkeit zeigt, bestimmte Aufgaben recht unmotiviert und ohne Nachdenken durch Raten zu lösen. Dies trat in den vorangehenden Stunden sporadisch auch bei uns auf, wobei nicht klar wurde, worauf seine Ratestrategie beruht; zumindest sind die von ihm dann angebotenen Lösungen zu weit von der richtigen Lösung entfernt, als daß ein Schätzen als Strategie in Frage käme. Die Sozialarbeiterin sah Bernds Hauptschwächen im Bereich der Raumvorstellung und der räumlichen Orientierung. Insbesondere habe er keine Vorstellung von räumlichen Mengen oder Mengengrößen und schneide in den entsprechenden Tests schlecht ab. Mengen überblicke er nur bis zu einer Größe von vier bis fünf (was für diese Altersstufe auch nicht sonderlich erstaunlich ist, selbst Erwachsene erfassen nur vier bis fünf Objekte auf einen Blick). Die Symptome der mangelnden Raumvorstellung träten auch außerhalb des schulischen Bereichs auf, etwa indem Bernd sich zu viel Marmelade auf das Brot schmiere, sich zu viel auf den Teller häufe und ähnliches. Bei Tests aus dem Lese-Schreib-Bereich habe er Schwierigkeiten, Buchstaben, bei denen nur eine (achsensymmetrische) Hälfte vorgegeben sei, zu vervollständigen. Andererseits habe er keine Probleme, den jeweiligen Buchstaben aufgrund der vorgegebenen Hälfte sofort zu erkennen, wie er überhaupt im Lesen recht gut sei.

Bernd male noch wie ein Fünfjähriger, insbesondere was die Anordnung der Objekte auf dem Blatt betrifft. So ständen seine Häuser und Bäume auf einem Hügel nicht vertikal sondern senkrecht zur Hügeltangente (was typisch für etwa Fünf- bis Sechsjährige ist; LORENZ 1982).

Als Bernd in der Stunde bei einer Aufgabe die richtige Lösung präsentierte, verunsicherte ihn die Sozialarbeiterin dadurch, daß sie ihm sagte, sie sei anderer Meinung und bot eine andere (falsche) Lösung an. Auf die Frage, was er denn daraufhin sagen würde, meinte er, daß diese unsere (falsche) Lösung die

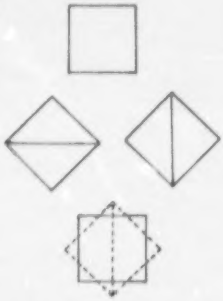
richtige sei. Als ich ihn dann bat, die Aufgabe aufzuschreiben, schrieb er seine eigene (richtige) Lösung.

Der hier zutage tretende Mechanismus, mit der Umwelt möglichst in keinen Konflikt zu geraten und harmonisch, ohne Auseinandersetzung und auch ohne Diskussionen auszukommen, tritt in anderer Form auch durch sein außerordentliches Bedürfnis auf, Rückmeldungen über die Einschätzung durch mich zu erlangen. Trotzdem beharrte er aber offensichtlich dann insgeheim auf seiner richtigen Lösung, ohne kognitiv verwirrt zu werden.

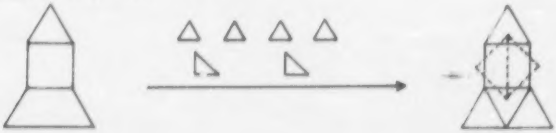
7. Stunde

Aufgrund der Beurteilung der Sozialarbeiterin arbeitete Bernd heute mit geometrischen Plättchen (Quadrate, Rechtecke, rechtwinklig-gleichschenklige und gleichseitige Dreiecke verschiedener Größe), mit denen er geometrische Figuren auslegte. Die unterschiedlichen Formen vermochte er sofort zu diskriminieren, auch wenn ihm geeignete Namen dafür fehlten. Er sah sofort den Unterschied zwischen den verschiedenen Dreiecksformen und erkannte auch die Ähnlichkeit von Dreiecken verschiedener Größe. Beim Auslegen der Figuren hatte er während der Stunde nicht mehr Probleme, als bei Schulkindern dieser Altersstufe zu erwarten sind (mit einer Ausnahme), wobei er bei einigen, komplizierteren Figuren nach anfänglichem Überlegen zwar meinte "geht nicht", aber auf den Hinweis, daß sämtliche Figuren auslegbar seien, solange probierte, bis er auch diese gelöst hatte. Bei den meisten Formen gelang ihm dies erstaunlich schnell.

Während der gesamten Stunde gelang es Bernd aber nicht, ein Quadrat mit Hilfe zweier rechtwinkliger Dreiecke auszulegen, wenn dieses Quadrat in "Normallage" stand. Dieses zusammengesetzte Quadrat trat bei Bernd nur in der Form eines "Karos" auf, d.h. er stellte es immer auf die Spitze. Er wußte zwar, daß beide Formen gleich (in irgendeinem Sinne) waren, vermochte die beiden aneinandergelegten Dreiecke aber nicht in die Lage des Quadrates zu überführen. Selbst das Aufeinanderlegen gelang ihm nicht.



Entsprechend mißlangen ihm einfache Auslegefiguren, wenn diese spezielle Teilaufgabe enthalten war:



In diesem Zusammenhang fiel ebenfalls auf, daß Bernd Figuren, die auf den Arbeitsblättern häufig "schief" aufgemalt waren, d.h. nicht mit einer horizontalen oder vertikalen Symmetrieachse, stets verschob. Das Auslegen mit Hilfe der Plättchen geschah dann in einer Weise, daß die Symmetrieachsen zu einer Orthogonalität hin tendierten; die dabei entstehenden Zwischenräume bzw. Überlappungen zwischen der Figur und den ausgelegten Plättchen störten ihn weiter nicht, da er sehen konnte, daß die Auslegung dem geforderten Flächeninhalt und der Form durchaus entsprach.

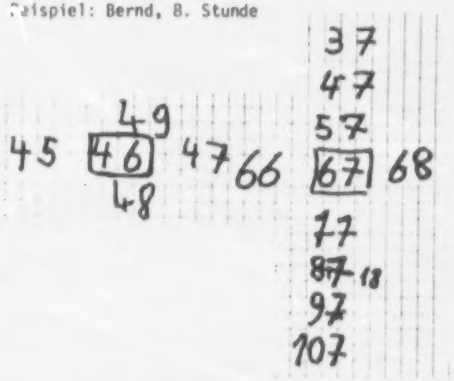
Aus diesen Beobachtungen kann man folgern, daß Bernd

- keine offensichtlichen Probleme im Bereich der visuellen Diskriminierung hat, da er sämtliche Plättchenformen ohne Schwierigkeiten zu unterscheiden wußte und auch die jeweils geeigneten Dreiecke in die entsprechenden Vorlagen einpassen konnte;
- möglicherweise Orientierungsprobleme hat (?), obwohl dies bei einzelnen Plättchen in vernachlässigender Weise auftrat, wohl aber bei zusammengesetzten Formen, wie etwa den zu einem Quadrat gefügten Dreiecken;
- oder (alternative Erklärung) möglicherweise über die Figur-Grund-Diskrimination nicht in ausreichendem Maße verfügt, da für ihn relevante Formen nicht so hervorzustechen scheinen, sondern die Spiegelachse bei zusammengesetzten Figuren einen starken Distraktor spielt;
- Probleme im Bereich Teil-Ganzes hat (eher unwahrscheinlich); diese von der Beratungsstelle erhobene Diagnose konnte anhand des vorliegenden Materials nicht bestätigt werden.

8. Stunde

Obwohl Bernd nur den Zahlraum bis 20 aufgrund des bisherigen Unterrichtsstoffes beherrscht, konnte er auf der Hundertertafel alle Zahlen bis 100 zählen, wobei erwartungsgemäß einige Vertauschungen (67 - 76, 84 - 48 etc.) vorkamen, da er aus dem Lese-Schreib-Unterricht gewohnt ist, "von links nach rechts" zu lesen. Diktierte Zahlen schrieb er fast ausnahmslos fehlerfrei auf.

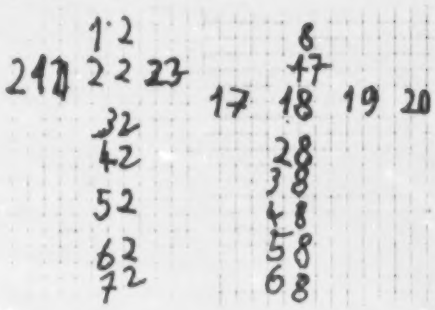
Beispiel: Bernd, 8. Stunde



Er hatte dann Gelegenheit, sich die Hundertertafel explorativ anzusehen und ihre Eigenschaften zu studieren. Dann wurde eine Zahl aufgeschrieben und gefragt, welche Zahl rechts daneben, links daneben, oberhalb und unterhalb oder auch "rechts unten" steht. Trotz der sehr kurzen Betrachtung hatte er das Konstruk-

Beispiel: Bernd, 8. Stunde

tionsprinzip der Tafel erstaunlich schnell erfaßt und konnte es auch überraschend gut reproduzieren. Insbesondere konnte er ganze Reihen fortsetzen, auch wenn er die Zahlen selbst nicht benennen konnte, bzw. dies ihm nur unter Mühe und scharfen Oberlegungen gelang, da er sich jedesmal klarmachen mußte, daß die Zahlen von "rechts nach links" zu lesen sind.



Hierbei entstand der Eindruck, daß seine "formale Intelligenz", wie sie etwa durch IQ-Untertests "Zahlenreihen ergänzen" oder die "Progressiven Matrizen" von RAVEN abgetestet werden, günstig ausfallen müßte. In einem Gespräch mit der Sozialarbeiterin ergab sich aber, daß sein "getesteter" IQ bei 87 liegt. Aufgrund dieser Stunde würden sich für eine solche im Sonderschulbereich anzusiedelnde Intelligenz keinerlei Anhaltspunkte ergeben.

9. Stunde

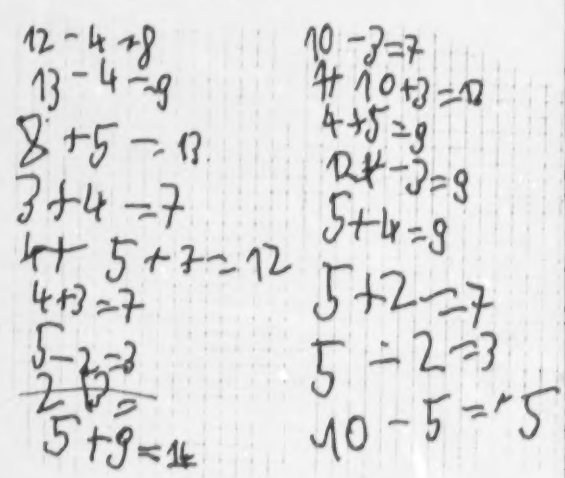
Bernd war extrem mißmutig, obzwar er in seiner üblichen Art freundlich lächelte und (angestrengt) grinste. Er war aber in ungewohnter Weise unwillig, mitzuarbeiten und äußerte überraschend häufig, daß er "das alles" (die Aufgaben) nicht könne, obwohl er sie dann doch lösen konnte. Es zeigte sich, daß Bernd sämtliche Fähigkeiten besaß, die Aufgaben zu lösen, er sie aber nicht einsetzt. Er war nur nach starkem Drängen bereit, jede einzelne Aufgabe in Angriff zu nehmen, und schien emotional abwesend. Ein Grund hierfür war nicht ersichtlich, und Bernd war auch nicht bereit, hierüber zu reden, sondern verfiel lieber in tiefes Schweigen, das von einem freundlichen Lächeln begleitet wurde. Es schien besser, diese Stunde frühzeitig abzubrechen.

Ein Gespräch mit der Sozialarbeiterin ergab, daß der Einspruch von Bernds Eltern gegen das Sonderschulüberweisungsverfahren vom Regierungspräsidenten abgelehnt wurde. Die jetzt drohende Überweisung auf die Sonderschule mag der Grund gewesen sein, daß Bernd in seinem Selbstvertrauen noch stärker angeknackst wurde und wohl glaubte, tatsächlich für die Aufgaben und für den Schulstoff nicht genügend "fähig" zu sein. Aufgrund unserer Beobachtungen scheint allerdings die Sonderschule für ihn denkbar ungeeignet zu sein und bei individueller Zuwendung, vor allem Stützung im motivationalen Bereich und in der Arbeitshaltung der weitere Besuch der Grundschule durchaus indiziert.

11. Stunde

Bernd muß die erste Klasse wiederholen, die Schule zieht diesen Weg einer Lernbehinderten-Schule vor. Jetzt macht ihm Mathematik sehr viel Spaß und ist sein Lieblingsfach; dies ist durchaus wahrscheinlich, da er im Moment den behandelten Schulstoff gut beherrscht.
Es ist die erste Stunde nach den Ferien, und deshalb wird mit einfachen Aufgaben, quasi zum "Anwärmen", begonnen. Bernd bekommt zwei Reihen von Plättchen vorgelegt, in denen jeweils die gleiche Anzahl ist, allerdings wird eine Reihe etwas weiter auseinandergezogen. Er gibt anfangs an, daß sich in der "längeren" Reihe mehr Plättchen befinden, allerdings wußte er auf Befragen, daß sich in beiden Reihen sechs Plättchen befanden. Erst daraufhin korrigiert er seine erste Antwort dahingehend, daß sich in beiden Reihen wohl gleich viele Plättchen befinden. Diese Aussage behielt er auch dann bei, als die Plättchenreihen umgeordnet wurden. Nahm man nun von einer Reihe Plättchen weg oder fügte Plättchen an, so wußte er auch, in welcher Reihe nun weniger oder mehr waren und konnte auch jeweils angeben, wie viele sich darin befanden.

Beispiel: Bernd, 11. Stunde

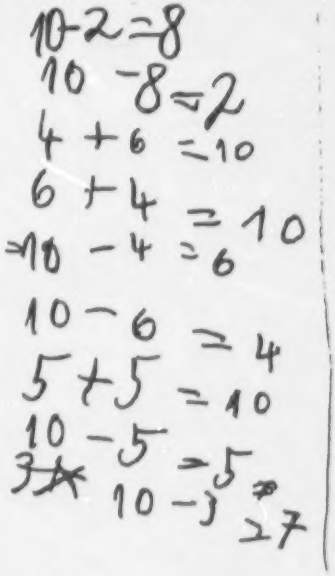


Bei diktierten Rechenaufgaben machte Bernd keinen Gebrauch von irgendwelchen Hilfsmitteln, die in Fülle zu seiner Verwendung auf dem Tisch standen. Er mußte jedesmal angehalten werden, etwa Mengenplättchen, Zahlenstrahl oder Abakus zu benutzen, wobei auffallend war, daß er mit diesen Hilfsmitteln die Aufgaben relativ leicht löste, aber dann jeweils angehalten werden mußte, die gefundene Lösung auf das Papier zu übertragen. So verstärkt sich immer mehr der Eindruck, daß für Bernd zwei Welten existieren, einmal die symbolische, geschriebene und zum anderen eine "reale" Objektwelt, mit der er hantieren, die er manipulieren kann, die aber auch ihre eigenen Gesetzmäßigkeiten hat.

Aufgabe: "9 + 9 = □", - "Es muß eine ganz große Zahl sein."
"Kann es 15 sein?" - "Viel größer!"
"20?" - "Viel größer!"
"25?" - "Hmhmhm, noch größer".
"30?" - "Könnte sein."
"33?" - (zustimmendes Nicken)
Der Bitte, neun gelbe Mengenplättchen hinzulegen, konnte er zügig unter Verwendung von Zahlzerlegungsprozeduren (3 + 3 + 3) nachkommen und ebenso der Aufforderung, neun schwarze Plättchen dazuzufügen (3 + 2 + 2 + 2!). Dieses Häufchen wurde gemischt.
"Wieviel gelbe Plättchen sind denn in dem Häufchen?" - "Neun."
"Und wieviel schwarze?" - "Neun."
Dann wurde ein Türmchen von gelben und ein Türmchen von schwarzen Plättchen gebildet.
"Wie viele Plättchen sind denn in dem einen Turm?" - "Neun."
"Und in dem anderen?" - "Neun."
"Wieviel Plättchen sind denn in den beiden Türmchen zusammen?" - "18 (!)."
(Auf sein Blatt Papier deutend, auf der ja die Aufgabe stand) "Was ist denn 9 + 9?" - (nachdenklich den Kopf wiegend) "33," sagte er und schrieb dies auch hin.

Bei der Addition verwendet Bernd nie seine Finger, um von einer bestimmten Zahl ab weiterzuzählen, obwohl ihm dies bei uns erlaubt ist und jetzt, in der neuen Klasse, im Unterricht sogar geübt wird (vorher war es verboten!). Es ist auch keine Fingerbewegung sichtbar; da diese von uns nicht nur toleriert, sondern auch unterstützt wird, ist es unwahrscheinlich, daß er auf eine nur taktile oder haptische Form der Fingermanipulation zurückgreift. Bernd löst zwar Aufgaben wie 13 + 5 = 18 durch "Weiterzählen", er verwendet allerdings dabei zwei "Registraturen" im Gedächtnis, mit denen das Weiterzählen selbst registriert wird, aber auch, wieviel bisher weitergezählt wurde. Dies ist nur bis zu einer Größenordnung bis fünf möglich, wobei unklar ist, auf welche Verfahren er zurückgreift (Rhythmik?).

Beispiel: Bernd, 11. Stunde

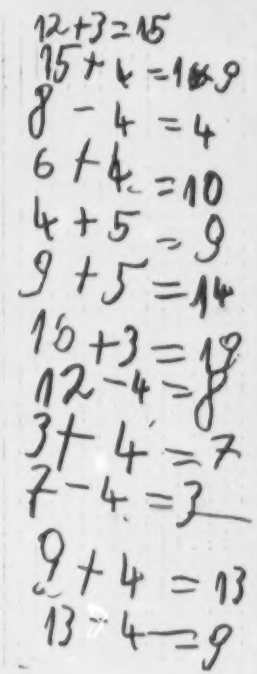


Bernd kann flüssig vorwärts und rückwärts (!) zählen und ebenso flüssig in Zweierschritten vorwärts, etwas stockend rückwärts.

Möglich wäre eine Isolierung des verbal-symbolischen Bereichs (linkshemisphärisch) von dem Wahrnehmungsbereich (visuell-haptisch). Diese These erscheint allerdings sehr weitreichend, da sie anatomische, zumindest aber neurophysiologische Besonderheiten unterstellt, und aus diesem Grund relativ spekulativ ist. Es ist nicht anzunehmen, daß Bernd Läsionen im die Hemisphären verbindenden Balken (corpus callosum) hat, die für reduzierte interhemisphärische Tansfers verantwortlich wären.

Es ist eher zu vermuten, daß Bernds Schwierigkeiten auf Störungen im sozialen Bereich zurückzuführen sind, etwa auf eine Trennung des Erlebnis- und des verbalen Bereichs, die auch Ursache für einen hohen Angstlevel sein kann. (Die Mutter berichtet, daß Bernd nicht allein einkaufen gehen möchte, wenn nicht auch sein kleiner Bruder, fünf Jahre, mitgeht.) Dies stände auch in Verbindung mit Bernds Zweifeln an seiner eigenen Urteilsfähigkeit, die ihn immer wieder drängt, sich Rückmeldung von seiten seiner Interaktionspartner zu holen.

Beispiel: Bernd, 11. Stunde

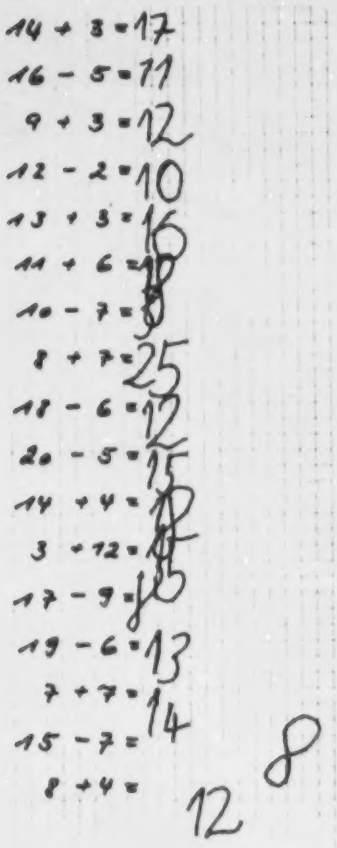


14. Stunde

Bernd wurde im Video-Raum gefilmt, um zu beobachten, wie er ohne die Anwesenheit anderer Personen mit mathematischen Aufgaben umgeht, bzw. (Verdacht) ob er sie überhaupt in Angriff nimmt. Dazu wurde ihm ein Blatt vorfabrizierter Rechenaufgaben gegeben und die ihm bekannten Hilfsmittel (Mengenplättchen, Abakus, Zahlenstrahl) auf dem Tisch parat gelegt. Es war zu beobachten, daß er ohne Anleitung sich ungemein konzentriert den Aufgaben widmete und eine nach der anderen unter Zuhilfenahme der verfügbaren Mittel bearbeitete (!). Bestechend war hierbei die Schnelligkeit und die geringe Anzahl von Fehlern (meistenteils Abzählfehler).

Ein Gespräch mit Bernds Mutter ergibt, daß seine frühkindliche Entwicklung von einer Krankheit geprägt ist. Hierzu hat sie sich bei unseren Eingangsbefragungen nicht geäußert.

Beispiel: Bernd, 14. Stunde



Aus der Literatur ist bekannt, daß 60 % der Eltern von Kindern mit prä-peri- oder post-natalen Komplikationen nach ca. drei Jahren hiervon nichts mehr wissen, obwohl sie dies beim Verlassen des Krankenhauses unterschrieben haben.

Bernd litt direkt nach der Geburt an Durchfällen und Erbrechen, so daß er in eine spezielle Kinderklinik verlegt werden mußte. Bei der dort diagnostizierten Stoffwechselanomalie handelt es sich um eine rezessiv erbliche Störung des Galaktose-Stoffwechsels (Galaktosämie). Von uns konsultierte Pädiater meinten hierzu, daß die Krankheit sich durch nach einigen Lebenstagen auftretende toxische Erscheinungen bemerkbar mache, später zur Ausbildung einer Leberzirrhose, Milztumor und Ikterus prolongatus führen kann. Darüber hinaus seien Augenstörungen (Katarakt) und eine geistige Retardierung bis hin zur Oligophrenie diagnostisch relevant. Die Prognose ist, falls die Diagnose und Therapie rechtzeitig erfolgen, bei einer galaktosefreien Ernährung verbessert, ansonsten infaust. Insbesondere komme es zu "minimalen zerebralen Funktionsstörungen".

Bernds Mutter gibt an, daß sie sich an diese Krankheit wohl deshalb nicht erinnert habe, weil Bernds sonstige Entwicklung nach der Feststellung und einem vollkommenen Blutaustausch am achten Lebenstag normal verlief. Auch im Kindergarten und Schulkindergarten sei er höchstens durch leichte soziale Hemmungen im Sinne einer Zurückgezogenheit aufgefallen. Jetzt fiele ihr aber ein, daß die Ärzte Bernds "Rechenschwäche" auf Galaktosämie zurückführen würden (?).

Bernd kommt noch regelmäßig einmal die Woche zu uns.

Manfred

Manfred wurde von dem Schulpsychologen einer Gesamtschule zu uns geschickt. Er ist 13;1 Jahre alt und besucht die siebte Klasse. Nach Auskunft des Schulpsychologen leide Manfred an einer "Rechenlegasthenie", die es ihm unmöglich mache, dem Mathematikunterricht zu folgen, er beherrsche nur die Addition und keine weiteren arithmetischen Operationen. An den anderen Unterrichtsfächern nehme er normal teil.

1. Stunde

Der Vater berichtet, daß Manfred am Ende der Grundschulzeit ein durchschnittlicher Schüler, abgesehen vom Rechnen, gewesen sei. Symptome einer Legasthenie hätten sich nicht gefunden. Im zweiten und dritten Grundschuljahr habe Manfred an vasomotorischen Kopfschmerzen gelitten, die zur Zeit eine zwar nicht regelmäßige, aber in bestimmten Streßsituationen doch indizierte Tabletteneinnahme bedingen. Vor einiger Zeit habe ein Sonderschulüberweisungsantrag eines jungen Lehrers vorgelegen, der allerdings abgelehnt wurde, da Manfred kein Sonderschüler im eigentlichen Sinne sei, sondern nur extreme, partielle Ausfälle in Mathematik habe. Manfred male sehr gern. Die jetzige Klasse wird vom Vater als sehr laut und negativ geschildert, so daß Manfred sich ständig zurückziehe. Manfred hat keine Geschwister.

Beim Vorstellungsgespräch wirkte Manfred introvertiert; der Vater macht einen leistungs- und karriereorientierten Eindruck, allerdings nicht in dem Sinne, daß er einen starken Druck auf den Sohn auszuüben scheint, sondern eher versucht ist, aufgrund der Krankheit jeden Streß und Oberbelastung von ihm fernzuhalten.

Vasomotorische Kopfschmerzen sind dem Formenkreis der Migräne zuzuordnen und als psychosomatische Reaktion aufzufassen. Sie bedingen keinesfalls cerebrale Störungen und sind auch nicht deren Folge, so daß dieses Krankheitsbild nicht als Ursache für Rechenprobleme oder eine Teilleistungsschwäche angesehen werden kann. Sie könnten aber als reaktive Folge von Schulschwächen in Betracht kommen.

2. Stunde

Manfred nimmt am Mathematikunterricht nicht teil, weil er über die arithmetischen Operationen nicht verfügt. Dies dadurch zu kompensieren, daß ihm erlaubt wird, einen Taschenrechner zu benutzen, scheitert daran, daß Manfred die Zahlen nicht in der richtigen Reihenfolge eintippen kann (etwa 73 statt 37).

Manfreds Vater legt sechs Gutachten aus der Zeit des Grundschulabschlusses vor (abgebende Grundschule, Schulberatungsstelle, Erziehungsberatungsstelle, Ärzte). Der Tenor der Gutachten ist einheitlich: Manfred verfüge über eine "eingrenzbare Teilleistungsschwäche in Mathematik", "eine mathematische Legasthenie", sei "ansonsten ... durchaus begabt", "normalbegabt, wofür auch die durchgeführten psychologischen Testverfahren sprechen"; Manfred sei aber auch beeinträch-

tigt "durch die Erkrankung, die zu einer negativen Beeinflussung in seiner gesamten Entwicklung" führe, "zu manchmal unkonzentriertem, fahrigem und leicht entmutigendem Arbeitsverhalten"; Manfred sei in "nur geringem Umfang belastbar", und seine "deutliche Unsicherheit in der Beherrschung der Grobmotorik" falle auf, sie verhindere wohl, daß er "eigene Ideen durch Manipulieren mit Unterrichtsmaterial oder Skizzen darzustellen versucht; in bezug auf seine Mitschüler sei Manfred "ängstlich und gehemmt" und es bestehe "eine Tendenz zur Absonderung". Die Gutachten münden in dem Urteil, daß Manfred ein Grenzfall zwischen Haupt- und Realschule sei, weshalb für die Aufnahme in eine Gesamtschule tendiert wird ("Spätentwickler"). Bis jetzt hat Manfred keine Klasse wiederholen müssen.

Manfred zählt sehr langsam und nicht immer fehlerfrei:

- Vorwärtszählen in Einerschritten ... 379, 380, 381, 384, 385, ... 398, 399, 200, 201, 202, ...
- Zählen in Hunderterschritten rückwärts gelingt nicht.
- Zählen in Zehnerschritten rückwärts von 100 ab gelingt zögernd (Überspringen der 30).
- Zählen in Zehnerschritten vorwärts gelingt mühelos.
- Zählen in Dreierschritten rückwärts ab 811: 811, 808, 805, 802, 800. Die dann getrennt gestellte Aufgabe 802 - 3 kann Manfred nicht lösen.

Manfred löst fehlerfrei die Aufgaben: 3 + 4, 13 + 4, 21 - 5, 24 + 7, 5 · 10, 8 · 4 (Zeit für diese Aufgaben: zwei Minuten). Die Aufgabe 9 · 9 wird nicht gelöst. Allerdings beschreibt er, wie diese Aufgabe mit Rechenplättchen gelöst werden könnte.

Beispiel: Manfred, 2. Std.

o o o o
o o o o
o o · o o
o o o o
o o

Die schriftliche Addition ohne Zehnerüberschreitung gelingt, vorausgesetzt die Zahlen werden "passend" untereinandergeschrieben. Schriftliche Subtraktion ohne Zehnerüberschreitung wird zuerst als Addition gerechnet, nach entsprechendem Hinweis aber richtig. Schriftliche Addition mit Zehnerüberschreitung gelingt bis auf marginale Rechenfehler, schriftliche Subtraktion mit Zehnerüberschreitung dagegen nicht. Für Manfred ist die Reihenfolge von Subtrahend und Minuend beliebig. Bei der Multiplikation mit einstelligem Multiplikanden beginnt er bei den Hunderterzahlen, also "Multiplikation von vorn". Den Übertrag schlägt er nicht dem in der nächsten Teilrechnung folgenden Teilprodukt zu, sondern dem nächsten "Faktor".

325	325	325
+ 213	- 213	- 213
538	538	112
325	345	791
- 246	- 216	- 254
571	131	543
238	342 · 3	
- 693	929	
465		

10 : 2 = 8

Manfred schreibt sämtliche Ziffernsymbole "von unten nach oben":

1 2 3 4 5 ... 9

3. Stunde

Manfred ist in nur geringem Umfang belastbar, nach spätestens 30 Minuten zeigen sich Ermüdungserscheinungen (Augenreiben, Gähnen, Unkonzentriertheit).
Mit Hilfe der Hundertertafel wird ein Spiel gespielt: Durch geschicktes Raten ("Ist die Zahl größer als 50?") soll Manfred Zahlen bestimmen. Hierbei zeigt sich, daß für ihn nur Zahlen in unmittelbarer Nähe der genannten Zahl ausgeschlossen sind, maximal der ganze Rest der Zeile, nicht aber weitere Zeilen.

Mehrsystemblöcke sind Manfred zwar bekannt, Zahlendarstellungen gelingen aber selbst mit Hilfe nur unter großen Mühen. Begriffe wie Zehner, Hunderter, Tausender etc. sind unklar und werden mit zehn, einhundert, eintausend verwechselt. Manfred kann die Stellenwerttafel über 1000 hinaus nicht aufschreiben, größere Zahlen auch nicht fehlerfrei lesen.
Multiplikationsaufgaben löst Manfred mit der gleichen Fehlerstrategie wie in der vorangehenden Stunde, obwohl ihm das halbschriftliche Verfahren erläutert wurde.

4. Stunde

Mit Manfred wurde der BENTON-Test und der Embedded-Figures-Test (EFT für Kinder) durchgeführt, die Manfred sämtlich sehr langsam (reflektiert?) anging. Der EFT ergab eine Feldabhängigkeit (eine Standardabweichung unterhalb des Mittelwertes). Im BENTON-Test erzielte Manfred in beiden Ausführungen (Wahlinstruktion und Nachzeichnen nach zehn Sekunden) einen Grenzscore zwischen Minderbegabung und Schwachsinn. Diese Werte sind allerdings aufgrund möglicher Raumvorstellungsschwierigkeiten von Manfred nicht überzuinterpretieren.

Bei einem gezeichneten Würfel (linke Seite: 4, Oberseite: 5, Vorderseite: 6) konnte Manfred bestimmen, welche Zahlen nach räumlicher Veränderung des Würfels (Oberseite: 6, linke Seite: 4) sichtbar waren. Auf Befragen gab er an, daß er den Würfel einfach gedreht habe. Dies deutet darauf hin, daß seine Raumvorstellung sicherlich nicht gänzlich defizitär ist, zumindest das Defizit nicht im Operieren mit visuell vorgestellten Objekten liegt (wo dann?).
Aufgaben der Form 24 - 8, 124 - 8, 224 - 8; 7 - 5, 17 - 5, 27 -5 etc. kann Manfred nicht als verwandt erkennen und rechnet diese Aufgaben durch Rückwärtszählen jeweils einzeln aus.

6. Stunde

Manfred gelingt es, am Registerspiel dargestellte Zahlen auf den Abakus zu übertragen und umgekehrt. Sprachlich vorgegebene dreistellige Zahlen konnten von ihm dagegen nicht dargestellt werden.

Bei der schriftlichen Multiplikation rechnete er inzwischen richtig "von hinten", schlägt allerdings die Übertragszahlen immer noch den einzelnen "Teilfaktoren" zu und nicht dem Produkt.

7. Stunde

Der Konzentrations-Verlaufs-Test ergab eine gute bis überdurchschnittliche Konzentrationsleistung, wobei der Großteil der Fehler gegen Ende der Bearbeitungszeit gemacht wurde, was für eine Ermüdbarkeit bei längeren Aufgabenstellungen spricht. Manfred beanspruchte aber für diesen Test so viel Zeit, daß der entsprechende Wert in der Tabelle nicht mehr vorgesehen ist.

Bei Aufgaben zur schriftlichen Multiplikation machte Manfred einen neuen, interessanten, leider wieder falschen Lösungsvorschlag: Die in der Standardnotation gegebene Aufgabe 243 · 5 schrieb er noch einmal neu um, indem er die 5 unter die 3 setzte. Er rechnete (richtig) 5 · 3 = (15), löste den Rest aber dann als einfache Additionsaufgabe.

Beispiel: Manfred, 7. Stunde

$$\underline{243 \cdot 5} \longrightarrow \begin{array}{r} 243 \\ \cdot\ 5 \\ \hline 255 \end{array}$$

Es erscheint unwahrscheinlich, daß es sich um eine Konfundierung von Notationsformen handelt; gerade standardisierte Schreibweisen vermögen bei Kindern nämlich die richtigen Algorithmen assoziativ zu wecken, was sich dann in "typischen" Fehlern bei ungewohnter Schreibweise bemerkbar macht (LURIYA 1969).

Manfred beherrscht das kleine Einmaleins noch nicht auswendig, wodurch die Multiplikationsaufgaben zusätzlich mühsam werden.

11. Stunde

Diktierte Zahlen vermag Manfred immer noch nicht im Registerspiel oder am Abakus darzustellen (856 ⟶ 8056). Obwohl die Eltern angehalten waren, mit ihm das kleine Einmaleins der Zwei und der Drei (!) auswendig zu lernen, vermochte er Aufgaben dieser Art nur recht langsam zu lösen, und es hatte den Anschein, daß er nicht auswendig gelernt hatte, sondern durch Weiterzählen (rhythmisch?) sie sich erschließt.

Textaufgabe: "Manfred kauft ein neues Auto. Das Auto kostet 14.000 DM. 9.000 DM bezahlt Manfred sofort." Hierzu machte er etliche Vorschläge, die Zahl 14.000 (häufig als 1.400 gelesen) mit der Zahl 9.00 zu verbinden.

Beispiel: Manfred, 11. Stunde

a) $\begin{array}{r} 14000 \\ +\ 9000 \\ \hline 23000 \end{array}$ b) $14000 \cdot 9000$

c) $\begin{array}{r} 14000 \\ -\ 9000 \\ \hline 15000 \end{array}$

Eine Zeichnung der einzelnen 14 Tausendmarkscheine und das Durchstreichen von neun Tausendmarkscheinen half ihm, die Aufgabe (ansatzweise) zu verstehen, allerdings gelang die Umsetzung in die schriftliche Notationsform nicht. Er be-

gann vielmehr, die neugewonnenen Zahlen 9.000 und 5.000 auf beliebige Art und Weise zu verknüpfen. Er vermochte weder die Subtraktionsaufgabe aus der Situation heraus zu lösen, noch die Subtraktion schriftlich zu rechnen.

Beispiel: Manfred, 11. Stunde

$$\begin{array}{r} 9000 \\ -\ 5000 \\ \hline 4000 \end{array}$$

14. Stunde

Es gelingt immer weniger, Manfreds "rechnerisches" Problem genauer zu fassen. Seine Schwierigkeiten sind so vielfältig, daß sich sporadisch nur Detailprobleme herauskristallisieren:

- Manfred legt kein gleichbleibendes Verhalten an den Tag; phasenweise erweckt er den Eindruck, die schriftliche Subtraktion verstanden zu haben und anwenden zu können, indem er entsprechende Aufgaben relativ selbständig und richtig löst. In anderen Phasen der gleichen Stunde verfällt er in seine alten Fehlstrategien (z.B. Kommutativität der Subtraktion; Gedächnisverlust?).
- Additions- und Subtraktionsaufgaben werden grundsätzlich durch Weiter- bzw. Rückwärtszählen gelöst, wobei das Zählen selbst recht fehleranfällig ist.
- Verschiedene Zahlzerlegungen, etwa der Zehn, vermag er nicht anzugeben (mangelnde Beweglichkeit des Denkens?, was immer das ist).
- Das Dezimalsystem stellt offensichtlich ein Buch mit sieben Siegeln dar; Aufgaben der Form 3 + 6 und 103 + 6 erscheinen vollkommen entfernt liegende Aufgaben zu sein; 17 - 3 und 13 - 7 ergeben jeweils das Ergebnis 14.
- Die Aufgabe 1000 - 235 ergibt bei Manfred 1235. Er weiß, daß er subtrahiert hat und akzeptiert, daß 1235 größer als 1000 ist, dennoch sieht er darin keinen Widerspruch (Größen-Vorstellung?).
- Manfred bemüht sich, Aufgaben möglichst schnell zu lösen bzw. eine Lösung zu nennen. Dies zeigt sich besonders (schmerzlich) bei Sachaufgaben. Er verknüpft die in der Sachaufgabe vorgegebenen Zahlen extrem fix und hofft offensichtlich, die richtige Lösung auf diese Weise zu treffen (Vermutung: Er hat im Laufe seiner Schulzeit gelernt, zu sagen, wie er rechnen möchte, um dann zwar zu hören, daß dies falsch sei, aber auch, wie es richtig zu machen ist).

16. Stunde

Manfred ist nicht in der Lage, zwischen den Zahlen 4.100, 41.000, 40.100, 410 zu unterscheiden bzw. diese Zahlen zu schreiben oder zu lesen.

Zu Additions- und Subtraktionsaufgaben vermag Manfred selbst einfachste Sachaufgaben nicht selbständig zu formulieren. Beide Bereiche waren in den vorangehenden Stunden extensiv geübt worden, und es war der Eindruck entstanden, daß ein gewisses "Verständnis" vorgelegen hat.

"Das Fußballstadion von Bielefeld hat 36.387 Plätze. Zum Spiel sind 28.749 Zuschauer gekommen." Manfreds spontane Reaktion war (erwartungsgemäß), beide Zahlen zu addieren. Die Herausarbeitung der Fragestellung und eine Überschlagsrechnung scheiterten im wesentlichen an der bekannten Stellenwertsystemproblematik. Die Frage, ob denn noch ein einziger Zuschauer dazukommen könne, verneinte Manfred mit der Begründung, daß dann ja 38.749 Zuschauer im Stadion seien (!).

18. Stunde

Zählen in Zehnerschritten vorwärts von der Eins ab gelingt mühelos bis 191. Hier weiß Manfred nicht mehr weiter, aber es handelt sich nicht um die berühmte Hunderterschwelle, da er, nachdem diese Klippe überwunden ist, im Zahlraum bis 300 nur sehr mühsam und fehlerhaft weiterzählen kann. Bei Additions- und Subtraktionsaufgaben mit zehn ergeben sich außer Perseverationsfehlern (66 + 10 = 77, 99 - 10 = 88) keine Schwierigkeiten. Nahezu unlösbar dagegen sind Aufgaben, die eine Tausenderschwelle beinhalten, selbst wenn ein Abakus zu Hilfe genommen wird. Umwandlungen im Stellenwertsystem sind Manfred nicht möglich.

Die Beratungsstelle, die Manfred schon seit ca. zwei Jahren besucht, und die eine Spieltherapie (!) mit ihm macht, hat bei ihm den HAWIK-Test und den RAVEN-Test appliziert. Er schneidet beim RAVEN-Test (IQ: 77) deutlich schlechter ab als beim HAWIK (IQ: 90). Dies spricht dafür, daß Manfred einen Teil seiner Schwierigkeiten durch umweltabhängige Lernprozesse zu kompensieren vermag. Im (sprachfreien) RAVEN-Test ist ein Ausgleich über "Allgemeinwissen" nicht mehr möglich. Im HAWIK fallen seine schlechten Ergebnisse in den Subtests "Zahlen-Symbol" und "rechnerisches Denken" auf.

Diese Befunde widersprechen massiv den Gutachten am Ende der Grundschule. Nimmt man beide ernst, so liegt ein schwerwiegender Intelligenzabfall vor. Auf unsere Initiative hin wurde erneut ein EEG erstellt, um die Möglichkeit raumfordernder cerebraler Prozesse auszuschließen. Ein Vergleich mit den EEG-Aufzeichnungen aus der Zeit Manfreds vasomotorischer Kopfschmerzen sechs Jahre zuvor waren ohne Befund.

19. Stunde

Bei der Absprache über die Termine der nächsten Sitzungen zeigen sich Überschneidungen mit Manfreds Konfirmanden-Unterricht. Er selbst votierte sofort dafür, den Konfirmanden-Unterricht ausfallen zu lassen, da dort "so viel auswendig gelernt wird!". Dies bereitet ihm offensichtlich Schwierigkeiten.
Bei Aufgaben zur schriftlichen Addition hat Manfred inzwischen vergessen, ob diese Aufgaben "von oben nach unten" oder "von unten nach oben" gerechnet werden müssen, ob man "vorne" oder "hinten" zu beginnen habe. Da ihm keine Hilfestellung gewährt wurde, "löste" er die Addition von vorne nach hinten. Ähnliche Schwierigkeiten ergaben sich bei der Subtraktion, schriftliche Multiplikationen waren in dieser Stunde gar nicht lösbar.

Ein exploratives Gespräch sollte klären, was Manfred außerhalb des Schulbereichs für Interessen entwickelt hat. Er gab an, vornehmlich zu lesen oder fernzusehen. Vor allem beschäftige er sich mit Comics (Micky Maus u.ä.). Altersgemäße Bücher, selbst Karl May, scheint er nicht zu lesen, und den Titel des letzten Buches, das er vor ca. einem halben Jahr las, weiß er nicht mehr.

Die Symptome des Konzentrationsmangels, der immer offensichtlicher werdenden Antriebsschwäche und Initiativlosigkeit und die Gedächtnisschwäche lassen den Verdacht auf somatische Verursachungsfaktoren aufkommen. Eine Schilddrüsenunterfunktion (Hypothyreose) liegt z.B. bei Manfred im Bereich des Möglichen und muß deshalb medizinisch abgeklärt werden, was im Zusammenhang mit dem EEG geschehen kann.

25. Stunde

Es entwickelte sich ein längeres Gespräch über seine Person und seine Umwelt, seine Interessen, Wünsche, Aussichten und ähnliches. Hierbei stellte sich in erschreckender Deutlichkeit heraus, daß Manfred über keinerlei Bezugspunkte verfügt. Es scheint ihm relativ egal, was mit ihm passiert, er gibt an, keine Wünsche zu haben und auch keine berufliche Perspektive. Auf die Frage, ob er lieber weiter mit mir reden oder Mathematik oder etwas anderes machen wolle, konnte er sich zu keiner eindeutigen, weder positiven noch negativen Antwort durchringen. Es zeigte sich schon in den bisherigen Stunden, daß Manfred sich nicht in einer eindeutigen Weise derart äußert, daß er bestimmte Aufgaben nicht lösen kann oder möchte. Bevor er sagt "ich kann das nicht" oder "ich will das nicht", zieht er sich lieber zurück oder gibt unsinnige Lösungsvorschläge.
Er wurde heute gebeten, einmal den Ablauf eines Tages zu schildern, wie er ihn sich wünschte, wenn also etwa morgen der Tag so gestaltet würde, wie er es möchte, und nicht wie andere es wollten. Das Ergebnis war lediglich ein Aufguß des sich offensichtlich ständig wiederholenden Familien-Sonntags: Ausschlafen, dann mit der gesamten Familie (Vater, Mutter, Oma und er selbst) mit dem Auto spazieren fahren, anschließend Fernsehen, eventuell lesen und dann ins Bett gehen. Über weitere Interessen scheint er nach seinem Bericht nicht zu verfügen. Die Frage nach seinen Freunden konnte er nicht beantworten. Ob er nachmittags mit Freunden spielte, beantwortete er mit "manchmal". Nach mehrmaligem Nachfragen äußerte er, daß er ein- bis zweimal im Monat Freunde besuchte, oder Freunde ihn besuchten (der Wahrheitsgehalt dieser Aussagen scheint relativ zweifelhaft). Ab und zu führe er auch noch mit dem Fahrrad durch die Gegend, aber ohne sich mit Freunden zusammenzutun, eher plan- und ziellos. Zu Hause spiele er fast gar nicht und konnte diesbezügliche Fragen auch nicht konkretisieren. Seine Lektüre besteht nach seinen Aussagen vornehmlich aus "Heftchen".

Es verstärkt sich der Eindruck, daß es sich bei Manfred um einen Fall "geistiger Verarmung" im Sinne einer Isolierung und Abschattung stimulierender Reize handelt, deren Ursache allerdings nicht klar ist. Die Familie, in der er ohne Geschwister (aber mit der Oma) aufwächst, scheint einen hohen Grad an Sterilität zu besitzen, wobei der Vater durch eine organisierende Dominanz die freie Entfaltung zur Individualität des Sohnes zumindest nicht fördert. In den Gesprächen scheint Manfred keine Identität zu besitzen, zumindest keine, aus der sich Wünsche entwickeln ließen, die an der Realität überprüfbar wären. Die Lebenswelt erscheint für ihn vorgegeben und unveränderlich, er wirkt als hochgradig angepaßtes Kind (mit sämtlichen negativen Konnotationen), ohne Interessenlagen, die zum momentanen Zeitpunkt selbst Mädchen noch ausschließen (eigene Aussage). Er entspricht sicherlich in dieser Fom nicht einem durchschnittlichen Dreizehnjährigen. Seine vasomotorischen Kopfschmerzen wären danach durchaus als Reaktion auf seine Umwelt verständlich, wobei - sollten sich Tendenzen zu psychosomatischen Reaktionen nachweisen lassen - zu überdenken ist, ob seine Rechenschwäche nicht auch als Form der Opposition gedacht werden kann.

28. Stunde

In dem Eingangsgespräch der Stunde, die direkt nach den Osterferien stattfand, zeigte sich das generelle Verhalten von Manfred, Fragen nur mit einem ausweichenden Gemurmel, das alles oder nichts bedeuten kann, zu beantworten. Über den Urlaub, von dem er behauptete, er sei recht schön gewesen, berichtete er in völlig apathischem Tonfall und begann jeden Satz mit "naja". Seine Schilderungen enthielten kaum einen vollständigen Satz, nur abgehackte Statements, denen meist Subjekt, Prädikat oder Objekt fehlten.

Leichte Aufgaben zum Kopfrechnen konnte er lösen; wenn sie allerdings einen Hunderterübergang enthielten ($97 + 4 = \square$), stellten sie ihn vor massive Probleme. Er konnte sie weder mit Hilfe der schriftlichen Addition richtig lösen, noch am Abakus darstellen (für die Lösung dieser Aufgabe am Abakus mit Hilfestellungen wurden 15 Minuten benötigt).

Zahldarstellungen am Abakus gelangen bis zu Zehntausendern, sobald die Zahlen aber sechsstellig wurden, versagte Manfred (803.007 wird als 80.307 dargestellt und geschrieben).

Bei Sachaufgaben verfällt Manfred wieder in wildes Zahlenkombinieren. Die Aufgabe "Rolf wiegt 28 kg, Karl wiegt 12 kg mehr" führt zur Lösung $28 \cdot 12$. "Ein Fahrrad kostet 240 DM, 185 DM hat Rolf schon gespart" rechnet er als $185 + 240$.

Nach einigen Beispielaufgaben konnte Manfred zu einfachen Multiplikationsaufgaben (kleines Einmaleins) die Mengenplättchen entsprechend legen. So legte er z.B. zu der Aufgabe $6 \cdot 4$ tatsächlich die sechs Vierergruppen, auf die Frage aber, was denn als Lösung von $6 \cdot 4$ herauskäme, fing er an, an den Fingern abzuzählen und prompt eine falsche Lösung (25) zu produzieren. Offensichtlich vermochte er nicht, was er tut mit der jeweiligen mathematischen Fragestellung zu kombinieren.

Es verstärkt sich der Eindruck, daß Manfred (aufgrund von Konzentrationsschwächen?) nicht in der Lage ist, einem Gespräch über einen längeren Zeitraum zu folgen. Mehrmaliges Nachfragen zeigte, daß er schon zum Teil nach zehn oder 15 Sekunden die gestellte Frage nicht mehr weiß.

34. Stunde

Trotz ständiger Bemühungen ist eine Verbesserung nicht eingetreten. Lösungen zu diversen Aufgaben in der Stunde:

Beispiel: Manfred, 34. Stunde

708 + 302 1010	876 - 531 345	612 - 335 323	324 · 2 328	324 · 2 648	517 · 6 30635

Textaufgabe: Gestern, am 18.5., habe ich eine neue Hose gekauft. Ich hatte Glück und bin noch kurz vor 6.00 Uhr ins Geschäft gekommen. Die Hose hat 78 DM gekostet. Ich habe mit einem 100-DM-Schein bezahlt." Nach mehrmaligem fruchtlosen Kobinieren der Zahlen 18, 5, 6, 78 und 100 konnte mit Hilfestellung geklärt werden, daß sich die Frage wohl nur auf das Geld bezieht. Daraufhin löst Manfred:

1. ./.	2. 78 -100 880	3. 78 ·100 780	4. 100 - 78 100

Ein Gespräch mit Manfreds Mathematiklehrer ergab, daß Manfreds Vater unser Projekt als etwas sehr Anspruchsvolles hingestellt habe, weitere Informationen aber nicht gebe. Der Vater wolle darauf hinweisen, daß von seiner Seite viel für seinen Sohn getan würde, und daß es nun an der Schule sei, ebenfalls etwas zu unternehmen. In Mathematik sei Manfred ungenügend, aber auch in den anderen Fächern eher schwach, meist mangelhaft. Der Versuch der Schule, Manfred auf eine Sonderschule zu überweisen, scheitere am Widerstand des Vaters, der sich sperre, überhaupt eine Lernstörung seines Sohnes anzuerkennen. Versuche des Schulleiters und des Sozialpädagogen der Schule, Manfreds Vater die vorliegenden Schwierigkeiten zu erklären, seien erfolglos geblieben, mit der Konsequenz, daß dieser nicht mehr mit den Lehrern rede. Zu seinen Mitschülern habe Manfred praktisch keinen Kontakt, gehöre auch keiner Arbeitsgemeinschaft oder Clique an. Offenbar wisse er nichts mit seiner Zeit anzufangen. Auf Anregung des Lehrers müssen die Mitschüler Manfred helfen, die einzelnen Fachräume zu finden, die er nun nach drei Jahren Schulbesuch nicht allein finden würde.

36. Stunde

Manfred liest eine kurze Kindergeschichte, die er anschließend nacherzählen soll. Hierbei zeigt sich, daß er nur vereinzelte, unzusammenhängende Fakten memoriert hat, die Struktur der Geschichte, geschweige denn ihren Sinn, nicht zu reproduzieren weiß. Daraufhin wird er gebeten, die Geschichte ein zweites Mal vorzulesen; das Ergebnis bleibt unverändert.

Es scheint, daß Manfred Defizite sowohl im Langzeit- als auch im Kurzzeitgedächtnis hat, wobei diese Defizite weniger auf einzelne Fakten bezogen sind als vielmehr auf Zusammenhänge und Strukturen. Dies deutet darauf hin, daß es sich weniger um ein Problem des Gedächtnisses im engeren Sinne, sondern um eins der Informationsaufnahme und -verarbeitung handelt. Er vermag offensichtlich einzelne "Knoten" aufzunehmen, aber kaum "gerichtete Kanten" im Sinne von Relationen. Es zeigen sich keine Hinweise für das Vorhandensein von Schemata oder Rahmen (im Sinne von DAVIS 1980), mit deren Hilfe neue Informationen eingebettet werden können bzw. die als Suchstrategien für die Informationsaufnahme dienen.

Ein Gespräch mit dem Sozialarbeiter der Gesamtschule ergibt, daß die Schule bemüht ist, Manfred in eine für Lernbehinderungen spezialisierte Institution zu überweisen. Dies traf allerdings auf starken Widerstand bei Manfreds Vater. Manfred scheine zu Hause in hohem Maße behütet zu werden. Eine Klassenfahrt habe gezeigt, daß ihm jede Form der Selbständigkeit (Kofferpacken, Bett beziehen) fehle, jeder kleinste Handgriff müsse von anderen übernommen werden. Manfred (inzwischen fast 14 Jahre alt) werde jeden Morgen in die Schule gebracht und nachmittags wieder abgeholt. Aus diesem Grund sei die Familie in die Nähe der Schule umgezogen. Darüber hinaus habe der Vater darauf bestanden, daß in der Schule eine Telefonzelle installiert werde, da Manfred halbe Nervenzusammenbrüche bekam, als er zehn Minuten in der Halle auf seinen Vater habe warten müssen. (Dies wurde von Manfreds Vater bestätigt.) Die Schule sehe sich inzwischen außerstande, ihn in geeigneter Weise zu fördern, und müsse ihn deshalb abgeben.

40. Stunde

"Ich denke mir eine Zahl, und die Zahl ist um eins kleiner als 20." - "19."
"Richtig; meine Zahl ist um eins kleiner als 40." - "39."
"Gut; meine Zahl ist eins kleiner als 100." - "99."
"Schön; meine Zahl ist um eins kleiner als 1000." - "999."
"Schön; und eine neue Zahl. Meine Zahl ist um eins größer als 6899." - "7000."
"Nochmal, sie ist um eins größer als 6899." - "7000."
"Schreib mal 6899 (er schreibt: 6899). Und jetzt die Zahl, die um eins größer ist." - (30 Sekunden Pause) "7899? 7001?"
"Welche Zahl kommt denn vor 6899?" - "5000."
"Ich denke mir eine Zahl, und wenn ich sie verdopple erhalte ich 12." - "20."
(Nach mehreren Hilfestellungen und Veranschaulichungen kommt Manfred zum richtigen Ergebnis.)
"Ich habe eine Zahl, und wenn ich sie halbiere, erhalte ich neun." - "Fünf und vier."

Lösungen zu schriftlichen Aufgaben:

346	729	10.931	789	16	432
+ 413	+ 292	+ 263	- 453	- 9	- 158
759	1021	11.194	345	27	326

Mit Manfred wird (zum wiederholten Male) die Subtraktion geübt. Dies nimmt etwa 30 Minuten in Anspruch. Im Anschluß daran rechnet er einige Aufgaben fehlerfrei. Es schließen sich ca. acht Minuten geometrische Aufgaben an (Ungeschick in der Feinmotorik), abschließend werden einige Subtraktionsaufgaben gerechnet:

Beispiel: Manfred, 40. Stunde

561
- 234
333

Das "Diagnostikum für Cerebralschädigung" ergibt für Manfred einen hochauffälligen Wert. Bei diesem Sprach- und kulturfreien Lerntest (siehe Gert) vermag er nicht mehr als drei Figuren richtig zu produzieren und zu plazieren. Auffallen hierbei ist, daß im Verlauf der sechs Durchgänge bei Manfred kein Lernzuwachs stattfindet. Die Hypothese für sein Gedächtnisdefizit wird hierdurch bestärkt.

In einer Sondersitzung mit Manfreds Vater wird deutlich gemacht, daß wir weitere Förderungsmaßnahmen für nicht angezeigt halten, da in diesem Jahr kein Fortschritt zu beobachten war. Wir plädieren aus diesem Grund für eine sozialpädagogische Einrichtung, da u.E. Manfred auch in einer regulären Schule nicht optimal gefördert werden kann. Es erscheint uns nicht aussichtsreich, daß Manfred die 10. Klasse erfolgreich durchlaufen wird. Der Vater weist diesen Vorschlag zurück und beabsichtigt, seinen Sohn die 9. Klasse (!) wiederholen zu lassen. Auf unseren Einwand hin, daß Manfred dann ja keinen Schulabschluß, noch nicht einmal einen Hauptschulabschluß besäße, geht der Vater nicht ein.

In einer Beratungsstelle wird von einem Sonderschulrektor ein Gutachten aufgrund eines Tests erstellt, das Manfred als nicht sonderschulbedürftig einstuft, und einen weiteren Bes[illegible]n der Gesamtschule befürwortet (Auskunft des Vaters).

Manfred ist in die achte Klasse versetzt worden.

4. Bemerkungen

Die vorangehenden Fallbeispiele sind nicht ausgewählt worden, weil sie in irgendeinem Sinne repräsentativ für die Kinder in unserem Projekt sind, sondern weil in ihnen die Bandbreite der Rechenstörungen und ihrer Ursachen deutlich wird. Die anfänglichen Hoffnungen, schnell zu einer Kategorisierung der "Dyskalkulie" und ihrer Symptome zu kommen, verschwand mit der Anzahl der Kinder. Es erscheint dem individuellen Fall nicht angemessen, aufgrund der dünnen theoretischen Decke vorschnell mit einem Schlagwort gelabelt und stigmatisiert zu werden.

Vorliegende Diagnostika erwiesen sich als nur bedingt brauchbar und die Verfahrensweise nähert sich zunehmend den von KLIX/LANDER (1967) und GUTHKE (1972) vorgeschlagenen Prozeduren, Diagnose und Therapie in Lehr-Lern-Situationen zu verschachteln, d.h. die klinische Beobachtung des Kindes in der pädagogischen Situation, die Art und Weise seines dort erzielten Lernzuwachses sagt mehr über seine Lernfähigkeit aus als jedweder Test. Lernen läßt sich nur diagnostizieren in Situationen, in denen Lernen stattfindet und nicht nur (woanders) Gelerntes reproduziert wird.

DIE HEIMLICHE ORGANISATION VON AUFGABELÖSUNGSPROZESSEN IM MATHEMATIKUNTERRICHT EINER ACHTEN KLASSE

Jörg Voigt

> "In den immer wiederkehrenden Hantierungen, Worten und Gefühlen lassen wir uns gern nieder wie in einem vertrauten Nest, dem Alltagsnest, und halten dann dieses immer Wiederkehrende, nur auf Grund ganz bestimmter Bedingungen so Vorhandene, für etwas Unabänderliches: 'Das ist eben so.'" (duBOIS-REYMOND/SÜLL zum Schulalltag, 1974, 13)

0. Einleitung

Der scheinbar unumgängliche Einstellungsstop für Lehrer an Schulen bis zum Ende des Jahrtausends wird zur Folge haben, daß diejenigen Innovationen im Schulbereich ausbleiben werden, die bisher kontinuierlich über die jüngeren Lehrer in die Schule eingebracht wurden. Damit nicht der Unterrichtsalltag bis zum Jahre 2000 festgeschrieben bleibt und eine Friedhofsruhe in die Schulen einzieht (vgl. RUMPF in "Die Zeit" vom 01.10.1982), werden die Erkenntnisse der theoretischen Pädagogik und die Curriculumentwicklungen vermutlich verstärkt über die Lehrerfortbildung vermittelt. Wenn aber das Potential der Referendare und der jüngeren Lehrer fehlt, müssen sich die Innovationen gerade dann gegen im Laufe der Berufsjahre ausgebildete und nicht bewußte Unterrichtsroutinen von Lehrern durchsetzen. Die fehlende Beachtung alltäglicher und beharrlicher Unterrichtsmuster führte ja zum Teil schon zum Scheitern internationaler Curriculumbemühungen der 50er bis 70er Jahre.

In diesem aktuellen Rahmen soll der vorliegende Aufsatz ein Beitrag zu Analyse stabiler, stereotyper und verdeckter Mikroprozesse im Unterricht sein. Ziel des Aufsatzes ist einerseits die Entwicklung eines theoretisch-analytischen Begriffssystems, das Regelhaftigkeiten alltäglichen Mathematikunterrichts zu beschreiben erlaubt, und andererseits die Kritik an bestimmten Mustern und Routinen des traditionell fragend-entwickelnden Unterrichtsgesprächs im Mathematikunterricht. Ausschnitte aus dem Matnematikunterricht einer achten Klasse (Gymnasium) werden dabei als Illustrationen für ein Interaktionsmuster und für einige das Interaktionsmuster konstituierende Routinen von Lehrern und Schülern verwandt. Dieses konkrete Interaktionsmuster stellt eine typische Organisation von Aufgabelösungsseqenzen in Einführungssituationen dieses fragend-entwickelnden Mathematikunterrichts dar.

Die Interaktionsmuster und Routinen im Mathematikunterricht sind hier nicht als Teil von Biographie und Identität Gegenstand der Untersuchung, sondern werden auf ihren Anteil am reibungslosen Funktionieren des alltäglichen Unterrichtsgesprächs und auf ihre realen wie potentiellen Folgen für das Lernverhalten der Schüler hin analysiert.

Die Analyse muß sich theoretisch auf Forschungszweige stützen, die das alltägliche Handeln zum Gegenstand haben. Innerhalb der Fachdidaktik erweist sich das theoretisch-analytische Verständnis von Regelhaftigkeiten des alltäglichen Mathematikunterrichts als defizitär (siehe BAUERSFELD 1979). Aus den Sozialwissenschaften bietet sich die Phänomenologie von SCHOTZ an, weil sie besonders den Routineaspekt alltäglichen Handelns und Wahrnehmens hervorhebt. Bei den ersten Versuchen des Interpreten, anhand von Videoaufnahmen einige Routinen der Lehrer oder der Schüler im Mathematikunterricht zu identifizieren, zeigte sich, daß es nicht genügt, Regelmäßigkeiten der Kommunikation im Mathematikunterricht mit individuellen Routinen zu erklären, sondern daß darüber hinaus *interaktiv* konstituierte Ordnungen erfaßt werden müssen. Die sich auf die Arbeiten von SCHOTZ berufende Ethnomethodologie (GARFINKEL/MEHAN) bietet Beschreibungsmittel für die interaktive Organisation von Mikroprozessen in der Kommunikation an. Im deutschsprachigen Raum wurden die beiden Theoriestränge hauptsächlich innerhalb der Sozialwissenschaften rezipiert (siehe Arbeitsgruppe Bielefelder Soziologen 1973 und EICKELPASCH 1982). Da diese Forschungsrichtungen entsprechend dem Interesse der Disziplin die Konstitution *sozialer* Ordnungen im Blick haben, erfordert das fachdidaktische Interesse an der Konstitution mathematischer Bedeutungen zwischen den Beteiligten im Mathematikunterricht jedoch neben dem Rekurs auf die beiden Forschungsrichtungen die Entwicklung von auf das inhaltsspezifische Handeln bezogenen Beschreibungsmitteln. Deshalb werden die Funktion der Muster und Routinen im Mathematikunterricht und ihre Folgen unter fachdidaktischen Fragestellungen zu untersuchen sein.

Die Phänomenologie und die Ethnomethodologie gehen von der Annahme aus, daß Interaktionsteilnehmer Ordnung *schaffen*, um sich das Geschehen sinnhaft zu machen, und nicht einer Ordnung folgen. Damit ist das methodische Verfahren schon als ein *interpretatives Vorgehen* festgelegt. Es wird zu untersuchen sein, *wie* Lehrer und Schüler sich das Geschehen im Mathematikunterricht sinnhaft und verläßlich machen.

Als empirisches Material wurden in der Untersuchung Video- und Audioaufzeichnungen von dem regulären Mathematikunterricht mehrerer Schulklassen und von außerschulischen kollektiven Problemlöseprozessen der beobachteten Schüler an-

gefertigt. Die Aufnahmen wurden transkribiert, um systematische Interpretationen zu erleichtern. Die Auswahl der zu interpretierenden Szenen erfolgte u.a. nach zwei Aspekten:

- Unterrichtssituationen, die aus der Perspektive des Interpreten und der Beteiligten als "krisenhaft" empfunden werden, zeichnen sich für die Untersuchung dadurch aus, daß in ihnen die Beteiligten ihre wechselseitig unterstellten Normalvorstellungen von Mathematikunterricht anzeigen.

- Andere Unterrichtssituationen schätzt der Interpret als typisch für Prozesse ein, die als Interaktionsmuster oder Handlungsroutinen gedeutet werden. An diesen Beispielen versucht er seine Annahmen zu explizieren.

Die sequentielle Feinanalyse der ausgewählten Szenen stützt sich, kurz gesagt, zum Teil auf die "methodische Stufenleiter" von OEVERMANN und seinen Mitarbeitern (1979, 394ff). (Das Verfahren der Feinanalyse sowie die methodischen Probleme bei der Aufnahme und der Transkription werden in einer späteren, umfassenderen Veröffentlichung dargestellt.) Aus der sequentiellen Feinanalyse einer Szene ergaben sich erste Deutungshypothesen, z.B. zu der Frage, wie im Mathematikunterricht eine für die Schüler ungewohnte Aufgabe gelöst wird. Die Hypothesen wurden auf andere vergleichbar erscheinende Unterrichtsszenen angewandt, an ihnen bestätigt, verworfen oder geändert, bis beim vorläufig letzten Durchgang der Transkripte und Aufnahmen idealtypische Darstellungen der Interaktionsmuster und Routinen resultierten. (Eine Verallgemeinerung über den Mathematikunterricht einer einzelnen Klasse hinaus auf alle in dieser Studie beobachteten Klassen steht noch aus.) Eine Rückvermittlung an die beteiligten Lehrer führte zu weiteren Revisionen. Gleichzeitig und in einem weiteren Schritt wurden die Funktionen und Folgen der Regelmäßigkeiten untersucht. Als sehr hilfreich erwiesen sich zum einen die unterstützenden Analysen und theoretischen Erörterungen zusammen mit anderen Interpreten, mit H. Bauersfeld und G. Krummheuer sowie B. Kampmann und W. Rach aus der Arbeitsgruppe F1 am IDM, zum anderen die Werkstatt-Tagungen mit R.H. Grathoff (Bielefeld), W. Herrlitz (Utrecht), K. Hurrelmann (Bielefeld), R. Kokemohr (Hamburg) und J. Streeck (Berlin) aus den Disziplinen der Pädagogik, Pragmalinguistik und Soziologie.

Im folgenden wird an einem Transkriptausschnitt aus einer Unterrichtsaufnahme ein Interaktionsmuster rekonstruiert (2). Anschließend wird die Funktion dieses Musters unter verschiedenen analytischen Gesichtspunkten untersucht, parallel mit der Entwicklung eines theoretischen Modells für ein Interaktionsmuster (3). In derselben Zweigleisigkeit kann anschließend ein theoretisches Verständnis von Routine im Mathematikunterricht und Analysen konkreter Einzelhandlungen entwickelt werden (4). Einige Folgen des Mathematikunterrichts, der so verläuft, wie es im ersten Abschnitt rekonstruiert wurde, werden dann mit kritischem Blick untersucht (5).

1. Eine Episode aus dem Mathematikunterricht einer achten Klasse

1.1 Zur Vorgeschichte

Die achte Klasse eines Gymnasiums erlebt die zweite Stunde der Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Nachdem zuvor in der ersten Stunde über Versuche mit gleichwahrscheinlichen Ausgängen gesprochen worden war, forderte der Lehrer am Ende der ersten Stunde die Schüler auf, zu Hause die Ergebnisse mehrerer Serien von Reißzweckenversuchen zu notieren. In der zweiten Stunde sind die Ergebnisse einer Schülerin in einer Tabelle als absolute und relative Häufigkeiten auf der Tafel eingetragen worden.

bei 100 Würfen Anzahl ⊥	
60	60 % = 0,60
54	0,54
55	0,55
61	0,61
52	⋮
58	⋮
61	⋮
51	⋮
68	⋮
49	

Der Lehrer stellt fest, daß die Zahlen der ersten Spalte "von Zeile zu Zeile" betrachtet "relativ hohe Schwankungen" aufweisen und fragt die Schüler nach einem Verfahren, mit dem diese Schwankungen vermindert werden könnten. Während mehrere Schüler ihrer Phantasie freien Lauf lassen, greift der Lehrer ein Angebot der Schüler auf (zu den Transkriptionsregeln siehe S. 273):

465 S: wenn wir die Anzahl der Würfe erhöhen

466 L: jä, indem man hier also mal aufsummiert ne

Der Lehrer benennt die dritte Spalte der Tabelle mit "aufsummierte Häufigkeit", füllt die erste Zeile mit 0,6 aus und fragt die Schüler nach der relativen Häufigkeit des Ausfalls "⊥" in den ersten zwei Serien: "wie groß ist da die relative Häufigkeit' hundertvierzehn im Vergleich zu zweihundert Würfen". Er expliziert seine Absicht nicht, die er mit der Anfertigung der dritten Spalte verfolgt. Das Ergebnis (0,57) wird genannt und in die Tabelle eingetragen. Vom Lehrer aufgefordert: "was haben wir gemacht'", beschreibt ein Schüler die durchgeführte Rechnung:

490 Ax: addiert und dann geteilt.
491 L: ja, Mittelwert gebildet ne

Damit beginnt die Episode, deren Darstellung der Illustration des hier untersuchten Interaktionsmusters dienen soll.

1.2 Episode

491 L: ja, Mittelwert gebildet ne, so wie kommt man jetzt an die
492 Zeile hier ran' *(Ax ↑, Cl ↑, 8 sec, L zeigt in dritte Zeile*
493 *der Spalte 3)* müssen wir da jetzt machen' *(Fr ↑)* um an die
494 nächste Zeile ranzukommen' *(St ↑) .. (leise)* Stefan. + *(Cl ↓, Ax ↓)*
495 St: Mittelwert zwischen vierenfünfzig *(Fr ↓)* und fümmenfünfzig
496 NSS: was, nee *(Fr ↑, Ax ↑)*
497 L: nee. Axel *(Fr ↓)*
498 Ax: Mittelwert zwischen siebenfünfzig und fümmenfünfzig also null-
499 kommafünfsechs.
500 S: ach so
501 L: das wäre nullkommafünfsechs
502 S: ja
503 L: n anderes Verfahren' wäre' *(L zeigt auf die ersten drei Zah-*
504 *len in Spalte 1, Cl ↑)*
505 NS: (sechzig?)
506 L: Claudia'
507 Cl: hm, die drei zusammenfassen also hundertvierzehn plus fümmen-
508 fünfzig
509 L: ja. das sind dann'
510 S: *(leise)* hundertneunensechzig +
511 L: hundertundneunensechzig und die müssen wir dividieren durch'
512 *(Ax ↑, L zeigt auf Spalte 1)*
513 Ax: dreihundert
514 S: drei
515 S: durch drei
516 L: durch dreihundert ne'

517 S: ja.

518 L: hundertneunensechzig durch dreihundert hat einer nen Rechner da'

519 S: hier

520 L: hundertneunensechzig durch dreihundert *(Af ↑ (kurz))*

521 S: das is nullkommafünfsieben

522 L: genau'

523 S: nein .. nullkommafünfsechsdreidreidrei

524 L: *(schreibend)* nullkomma'

525 S: fünfsechsdreidrei

526 L: ja, was ist also zu dem ersten Verfahren von *(dreht sich zur*
527 *Klasse)* Axel zu sagen' *(Ax ↑, L geht herum)*

528 NSS: *(flüstern)*

529 Ax: is nich so genau.

530 L: jaa., warum funktionierte das nich so gut, woran liegt das' *(7*
531 *sec, SS flüstern)* warum funktionierte das nicht so' *(zeigt an*
532 *der Tafel auf Spalte 3, Zeile 2; 4,5 sec)* nja diese Zahl die
533 wir hier hatten .. *(Cl ↑ (zögernd))* die stammte von, wieviel
534 Würfen her'

535 S: *(Cl ↑)* zweihundert

536 L: *(zeigt in Spalte 3, Zeile 2)* und diese' .. von -

537 S: auch von hundert

538 L: von hundert. und du hast die jetzt gleich gewichtet ne' *(hebt*
539 *Zeigefinger über Kopfhöhe)* aber die zweihundert Würfe sind ja
540 wesentlich kräftiger ne, in ihrer Bedeutung, so. vier vierten
541 Wert *(geht an die Tafel, zeigt auf die 4. Zahl der ersten Spalte)*
542 einensechzig noch mal dazu' dann hätten wir zweihundert
543 und dreißig durch vierhundert' *(6 sec, L blickt abwech-*
544 *selnd auf die Tafel und in die Klasse und zeigt auf Cl)*

1.3 Interpretation der Episode

Die folgenden Interpretationen sind schon, neben der halbinterpretativen Transkription, interessenorientiert, nämlich gerichtet auf die Identifikation eines Interaktionsmusters in der Episode.

Es ist wichtig, daran zu erinnern, daß der Lehrer seine Absicht, die er mit der Anfertigung der dritten Spalte verband, nicht offenbarte. Auf der objektiven Informationsbasis, d.h. auf der Ebene der für die Schüler im Sinne bloßer Beschreibung eindeutigen Phänomene, nannte der Lehrer als Zweck der Anfertigung der dritten Spalte den Versuch, die Schwankungen der Zahlen in den ersten beiden Spalten zu vermindern, und beschriftete die dritte Spalte mit dem Etikett "aufsummierte Häufigkeit". Zum anderen wurde den Schülern gezeigt, wie die ersten beiden Zeilen der dritten Spalte ausgefüllt werden konnten: 0,6 übernahm der Lehrer kommentarlos von der zweiten in die dritte Spalte, 0,57 ergab sich unter dem Stichwort "Mittelwert" durch Addition und Division.

Der dann folgende Abschnitt von Zeile 491 bis 540 kann als eine *Episode*, d.h. als eine thematisch relativ abgeschlossene Interaktionssequenz aufgefaßt werden, da in ihm eine neue Aufgabe "Ausfüllen der dritten Zeile in der dritten Spalte der Tabelle" gestellt, gelöst und besprochen wird. Man kann davon ausgehen, daß auch die beteiligten Schüler und der Lehrer in diesem Sinne den vorliegenden Ausschnitt verstehen, da der Lehrer mit "so" und "jetzt" (491, 540) Beginn und Ende der Episode markiert.

> Die letzte Interpretation (wie andere) beruht auf Analysen aller Szenen des dokumentierten Mathematikunterrichts dieser Klasse. In ihnen strukturiert der Lehrer für alle Beteiligten erkennbar den scheinbar kontinuierlichen Fluß des fragend-entwickelnden Unterrichtsgesprächs mit Hilfe dieser *Marker* und außerdem mit dem betonten "ja", sofern er nicht explizitere Abgrenzungen von Episoden vornimmt.

Das sich hier andeutende traditionelle Prinzip, den mathematischen Stoff in Aufgaben zu gliedern, wurde schon von LENNÉ (1969) als Aufgabendidaktik beschrieben und z.B. von BROMME/HOMBERG (1981, 118ff) für den Bereich der Unterrichtsvorbereitung empirisch belegt.

Beide Fragen des Lehrers "wie kommt man jetzt an die Zeile hier ran'" und "müssen wir da jetzt machen' um an die nächste Zeile ranzukommen'" (491-494) zielen auf die Nennung des Verfahrens zum Ausfüllen der dritten Zeile, wobei die zweite Frage den *Tätigkeitsbezug* gegenüber dem reflektorischen noch stärker hervorhebt: "machen". Warum stellt der Lehrer eine zweite Frage? Wenn man unterstellt, daß er an der Klarheit seiner ersten Frage zweifelt - es melden sich erst zwei Schüler - und die Doppelfrage Ausdruck der "allmählichen Verfertigung der Gedanken beim Reden" (KLEIST 1970) ist, scheint die Interpretation plausibel zu sein, der Lehrer wandle ausgehend von einer eher strukturellen Betrachtung des Problems die erste Fragestellung in eine andere Form, damit sie von den Schülern mit einfachen sprachlichen Mitteln eindeutig beantwortet werden könne. Auf die zweite Fragen melden sich zwei weitere Schüler.

Vom Lehrer zur Antwort aufgefordert machen Stefan und Axel zwei Lösungsangebote:
- Mittelwert von 54 und 55 (495) und
- Mittelwert von 57 und 55 (498).

Jeder der beiden Vorschläge ist in seinem *algorithmischen Aspekt* dem rechnerischen Verfahren, das zur zweiten Zeile der dritten Spalte führte, ähnlich; jedoch fehlt jedem ein offensichtlicher Bezug zu einem über die technische Ausführung gehenden mathematischen Konzept, um dessentwillen die Tabelle angefertigt werden soll. Deshalb scheint der Gedanke, die Schüler würden im *Versuch-Irrtum-Verfahren* Antworten produzieren, nicht abwegig.

Beide Angebote der Schüler lehnt der Lehrer ab, da ihre Wahl der Anteile von den Würfen "1" nicht seiner Erwartung entspricht, ohne jedoch Gründe für seine Ablehnung zu nennen. Es fällt auf, daß der Lehrer einen Teil der Äußerung Axels wiederholt: "das wäre nullkommafünfsechs" (501). Durch Gebrauch des Konjunktivs drückt der Lehrer seine Ablehnung des Vorschlags aus, deutet durch die Rephrasierung, "null" betonend, möglicherweise gleichzeitig an, daß er die *Form* von Axels Folgerung akzeptiert, nämlich das Ergebnis als relative Häufigkeit auszudrücken, aber nicht das zahlenmäßige Ergebnis. Dieser subtile Umgang mit "halbrichtigen" Schülerantworten durch den Lehrer war öfters in seinem Unterricht rekonstruierbar.

Während der Lehrer ein anderes Verfahren fordert, deutet er gleichzeitig mit einer Hand auf die ersten drei Zahlen in der ersten Spalte. (Die Handbewegung ist möglicherweise Reflex eines inneren Wunschdenkens.) Dieser *non-verbale Hinweis* läßt die Schüler nun eher seine Antworterwartung erfassen. Claudia nennt auch die Zahlen. Sie beginnt ihre Äußerung mit "die drei" und nennt erst darauf die zum Teil schon addierten Zahlen. Folgt man in der Interpretation dem ethnomethodologischen Verständnis einer jeden Äußerung als eines "indexikalen Ausdrucks", dem ein Interaktionsteilnehmer erst u.a. auf der gemeinsamen Kenntnis eines situativen Kontexts (zu dem hier die Handbewegungen des Lehrers gehören) Bedeutung zuschreiben kann, was wiederum die Interaktionspartner erwarten, liegt die Vermutung nahe, daß Claudia den anderen Beteiligten unterstellt, sie wüßten schon, worauf sie selbst mit "die drei" hinweist. Sie hat dann auch keinen Anlaß, die einzelnen Zahlen explizit zu nennen, sondern kann sie in einer verarbeiteten Form präsentieren. Deshalb ist es wahrscheinlich, daß der nonverbale Hinweis des Lehrers wesentlichen Anteil an der Produktion von Claudias Äußerung hat.

Der Lehrer akzeptiert Claudias Antwort und fragt nach einem Ergebnis (509). Ein Schüler nennt die Summe der von Claudia genannten Zahlen (514). Durch Wiederholung bestätigt der Lehrer dieses Ergebnis, gibt als folgenden Schritt das Verfahren der Division vor und fragt nach dem Divisor (511). Axel nennt ihn (513). Der Lehrer fragt nach dem Quotienten (518). Ein Schüler nennt ihn auf zwei Stellen abgerundet (521). (Er benutzte einen Taschenrechner, der im normalen Betriebszustand automatisch Rechenergebnisse auf zwei Stellen gerundet im Display angibt.) Der Lehrer fordert ein genaueres Ergebnis (522). Ein Schüler nennt es sofort auf fünf Stellen gerundet (523). Der Lehrer schreibt es auf drei Stellen gerundet an die Tafel (524).

Im vorangegangenen Absatz wurden die Handlungen der Beteiligten protokollartig beschrieben. Durch diese Darstellung sollte auf die *Kurztaktigkeit* dieser Lehrer-Schüler-Interaktion (509-525) hingewiesen werden. Die Interaktionssequenz unterscheidet sich von der ersten interpretierten Sequenz (491-508) auch in anderen Qualitäten. Während dort ein Verfahren Gegenstand des Gesprächs war, fragt hier der Lehrer, die Operation vorgebend, Zahlen ab, so daß er auf den ersten Blick eine geringere kognitive Leistung vom Schüler verlangt. Während in dem ersten Unterrichtsausschnitt die Fragestellung des Lehrers anfangs relativ offen war, die Schüler mit ihren Antworten geringere Erfolgsaussichten hatten, die Lehrererwartung zu befriedigen, steuert der Lehrer hier *direkt* auf ein Ergebnis zu. Diese rekonstruierte Sequenz zeigt Ähnlichkeit mit dem von BAUERSFELD so genannten "Trichtermuster" (1978), das er mit "Handlungsverengung durch Antworterwartung" charakterisierte. Es scheint gerechtfertigt, diese Sequenz (509-525) als eine relativ abgeschlossene Sequenz, d.h. *Phase*, in der Episode zu kennzeichnen. In dieser Phase läßt der Lehrer die Schüler ein in Form und Inhalt vorab bestimmtes Ergebnis unter starker Lenkung berechnen. Es wären dann bislang zwei Phasen der vorliegenden Episode rekonstruierbar: die Aufgabe des Lehrers, Lösungsvorschläge der Schüler und Bewertungen (491-508) und die "Ergebnissicherung" (509-525).

Die nächsten Schritte in der Episode bilden wiederum eine abgeschlossene Phase: Der Lehrer erinnert an Axels Vorschlag und fordert die Schüler zur Stellungnahme auf (526-527). Axel selbst meldet sich und bewertet seinen Vorschlag als "nich so genau" (529). Es erscheint nicht möglich, aus dieser Antwort auf Axels inhaltliche Vorstellungen, die ihn so antworten lassen, zweifelsfrei zu schließen - das kann zum Teil seinen Grund in einem pragmatisch-taktischen Verhalten des Schülers haben. Sicherlich vermag Axel sein Verfahren nicht differenziert an den vom Lehrer verfolgten Weg vergleichend zu bewerten; denn er meldet sich nicht erneut, nachdem der Lehrer nach dem Grund für die Unangemessenheit von

Axels Verfahren fragt (530). Obwohl der Lehrer den Schülern relativ viel Zeit zum Nachdenken läßt, zum zweiten Mal nachfragt (531) und ihnen wiederum Zeit läßt und auch einige Schüler sich offen angeregt untereinander unterhalten, meldet sich niemand. Es ist deshalb zu vermuten, daß den Schülern eine tiefere Einsicht in die mathematische Bedeutung der Aufgabe und ihr Ergebnis fehlt oder sie zumindest nicht davon überzeugt sind, die offizielle Begründung geben zu können. Diese Phase (526-540) unterscheidet sich von den beiden früheren dadurch, daß der Lehrer (indirekt) nach dem Sinn der anfangs gestellten Aufgabe fragt und von den Schülern die Darstellung eines *rationalen Begründungszusammenhangs* fordert. Den Begründungszusammenhang deutet der Lehrer schließlich selbst an, wobei er zwei Zahlenangaben von den Schülern nennen läßt (532-540). Dabei fällt auf, daß er im größeren Umfang sprachliche Mittel verwendet, in diesem Fall die Metaphern Gewicht und Kraft. Er beendet die Episode mit dem Marker "so". Wie weit die Schüler eine tiefere Einsicht in die Aufgabe gewonnen haben, bleibt offen. Das ist nicht aus den folgenden Episoden rekonstruierbar, in denen der Lehrer weitgehend eigenhändig die dritte Spalte der Tabelle weiter ausfüllen wird.

2. ALA, ein Interaktionsmuster im fragend-entwickelnden Mathematikunterricht

Insgesamt lassen sich in der vorliegenden Rekonstruktion der Episode *drei Phasen* voneinander unterscheiden:

Phase 1: Konstituierung der Aufgabe mit Lösungsangeboten und Bewertungen (491-508)

Phase 2: Ergebnissicherung (509-525)

Phase 3: Auswertung der Ergebnisse (526-540).

Die drei Phasen bilden in ihrer Folge ein Interaktionsmuster im Mathematikunterricht, das hier Aufgabe-Lösungs-Auswertungs-Muster (ALA) genannt wird. Die erste Phase des Musters ist dadurch charakterisiert, daß der Lehrer eine Aufgabe stellt, die von den Schülern nicht eindeutig beantwortbar ist, und die Schüler, oft anderen als formallogischen Prinzipien folgend, Lösungsansätze anbieten, die der Lehrer direkt oder indirekt als richtig, falsch, hilfreich oder ähnlich bewertet. In der zweiten Phase wird von den Beteiligten ein offiziell geltendes Ergebnis gemeinsam produziert, indem ein bestimmter Ansatz entwickelnd verfolgt wird. In der dritten Phase werden die Aufgabe, die Lösung oder der Lösungsweg selbst zum Gegenstand des Gesprächs gewählt.

Diese kurze Charakterisierung des Interaktionsmusters ALA mag als eine zu weitgehende Abstraktion aus der interpretierten Szene und zu gewagte Deutungshypo-

these erscheinen. Die gewählte Szene dient nur zur Illustration eines typischen Interaktionsmusters in dem beobachteten Unterricht. Das Muster wurde 24 mal in den vier beobachteten Unterrichtsstunden der Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung rekonstruiert und zwar sowohl in Episoden, in denen z.B. ein neuer Sachverhalt erarbeitet oder die Bedeutung eines zentralen Wortes geklärt wurde, als auch in Episoden wie der obigen, in denen ein eher (aus Lehrersicht) nebensächliches Problem behandelt wurde.

3. Ein Modell des Interaktionsmusters

3.1 Das Interaktionsmuster als Analyseeinheit

Warum wird das Interaktionsmuster als Analyseeinheit für die Untersuchung von Unterrichtssituationen gewählt? Der Begriff des Musters hat in den Sozialwissenschaften für die Analyse schulischer Praxis einen hohen theoriestrategischen Stellenwert, da er die Verbindung zwischen Interaktionsprozeß und mentalen Prozessen faßt. Aber der Gegenstand, den das Interaktionsmuster bezeichnet, bietet ein spezifisches Problem. Das Interaktionsmuster wird immer von mehreren Individuen konstituiert, es gibt keinen unmittelbaren Anlaß vom *interaktiv* konstituierten Muster umstandslos auf eine entsprechende *mentale* Repräsentation beim Individuum zu schließen. Da der Didaktiker aber gerade an der Verbindung zwischen mentalen und interaktiven Prozessen interessiert ist, darf er die Janusköpfigkeit des Begriffs "Muster" hier nicht bestehen lassen. Wir schlagen deshalb vor, den Begriff "Interaktionsmuster" hier eingeschränkt auf bestimmte interaktive Regelmäßigkeiten zu verwenden und davon abgehoben den Begriff "Erfahrungsmuster" für bestimmte mentale (individuelle) Regelmäßigkeiten und den Begriff "Routine" für die Verbindung der beiden Ebenen zu verwenden.

Im folgenden wird das Interaktionsmuster als formale Analyseeinheit der Untersuchung vorläufig definiert. Als ein *Interaktionsmuster* soll eine Struktur der Interaktion zweier oder mehrerer Subjekte verstanden werden, wenn

- mit der Struktur eine spezifische soziale sowie inhaltliche Regelmäßigkeit der Interaktion rekonstruiert wird,
- die Struktur sich auf die Handlungen mindestens zweier Interaktionspartner bezieht und nicht als Summe der individuellen Handlungsstrukturen darstellbar ist,
- die Struktur nicht mit der Befolgung von vorgegebenen Regeln deduktiv erklärt werden kann und

- die beteiligten Subjekte die Regelmäßigkeit nicht reflektieren und sie nicht bewußt strategisch erzeugen, sondern routinemäßig vollziehen.

Ist die zweite Bedingung nicht erfüllt, wird von individuellen Routinehandlungen gesprochen. Im Fall des Fehlens der dritten Bedingung kann man z.B. eine Zeremonie nicht ausschließen, bei Nicht-Erfüllung der vierten Bedingung wird von einer absichtlich inszenierten Interaktion, z.B. im Theaterspiel bzw. in einer Verhandlung, gesprochen.

In dieser vorläufigen Definition wurde vermieden, das Interaktionsmuster wie eine soziale *Entität* zu beschreiben. Das Interaktionsmuster wird aus einer interaktionistischen und ethnomethodologischen Perspektive dargestellt, in der Regelmäßigkeiten in Interaktionen als von den Beteiligten interaktiv *vollzogene* Prozesse betrachtet werden.

> "Es wird eine Ebene festgehalten, auf der Prozesse Prozesse bleiben und nicht zu Entitäten erstarren, denen dann womöglich noch der Prozeß als 'Wirkung' zugeschrieben wird, aus dem sie abstrahiert wurden." (FALK/STEINERT 1973, 20f)

Bevor aber erläutert wird, wie nun ein Interaktionsmuster in dem hier vertretenen Verständnis als eines Prozesses von den beobachteten Unterrichtsteilnehmern produziert wird, sollen - diese Aufgabe vorbereitend - drei bekannte theoretische Ansätze skizziert werden, die sich ebenfalls mit Interaktionsmustern oder doch vergleichbaren Strukturen im Schulunterricht beschäftigen und bestimmte Forschungsrichtungen repräsentieren.

3.1.1 Das Ritual (GOFFMAN, WELLENDORF)

Der Begriff des Rituals wird in der sozialwissenschaftlichen Literatur in unterschiedlicher Weise benutzt. GOFFMAN bezeichnet mit "interaction ritual" (1967) rituelle Ordnungen in profanen Zusammenhängen, z.B. das Grüßen in der Öffentlichkeit (vgl. 1976). GOFFMAN interessiert sich für die standardisierten Mittel zur Organisation öffentlicher Ordnung, die durch ihre symbolische Kraft nicht nur Autorität aufrechterhalten, sondern auch das Vertrauen und die Verhaltenssicherheit der Teilnehmer stützen. Da GOFFMAN selbst den Begriff des Rituals sehr vieldeutig verwendet, wird eine schärfere begriffliche Differenzierung aus seinen Texten schwierig. Andererseits bietet die in GOFFMANs Analysen aufscheinende Sensibilität für normative Ordnungen in Mikroprozessen der Interaktion ein Vorbild für die Analyse von Unterrichtsprozessen.

Die Bedeutung von "Ritual" bei WELLENDORF (1973 und 1977) liegt vergleichsweise näher an dem Gebrauch dieses Wortes durch die Anthropologen:

> "'Ritual' bezeichnet typische Szenen, in denen der Zusammenhang einzelner Interaktionen und Handlungen mit dem szenischen Arrangement als ganzen symbolisch dargestellt wird. Die Darstellung bringt damit zugleich die generellen Bedingungen zum Ausdruck, unter denen die Individuen Mitglieder des Systems sind. Rituale machen diesen Zusammenhang sichtbar, indem sie die einzelnen Aktivitäten wie das System als ganzes auf eine situationsübergreifende Instanz beziehen. Da sie das System als ganzes symbolisieren, wird an den ihnen zugrunde liegenden Interaktionsmustern meist relativ starr festgehalten. Die Macht der rituellen Handlungen über die Individuen steckt im szenischen Mitvollzug, nicht in der reflektierenden Aneignung der dargestellten Werte und Ideen." (WELLENDORF 1973, 71f)

Als Beispiele für schulische Rituale nennt WELLENDORF Aufnahmefeier, Prüfungsritual und ähnliches. Die Verwendung des Begriffs "Ritual" erlaubt WELLENDORF, die Vermittlung zwischen schulischen Interaktionssituationen, dem sozialen System Schule und den Aspekten der Identität des Individuums sichtbar werden zu lassen.

> "Als Versuche, spezifische für das soziale System der Schule relevante Aufgaben zu lösen, bieten sie (die Rituale, J.V.) ... zugleich Lösungsvorschläge für bestimmte, mit der psychischen Struktur der beteiligten Individuen verbundene Probleme der Identitätsbalance an." (WELLENDORF 1973, 66)

Besondere Kennzeichen des Rituals sind seine fixierte zeitliche Struktur und die zeremonielle Beachtung der Details wie der gesamten Prozedur. Das Ritual erscheint somit aus interaktionistischer Perspektive als *Grenzfall* menschlicher Interaktion; die Bedeutung der die Situation vermittelnden Symbole erscheinen nicht änderbar, sondern sind vorgängig festgelegt.

Zum anderen ist das Ritual auch ein Grenzfall von beobachtbaren Interaktionsmustern im laufenden Unterrichtsgespräch, insbesondere in Situationen der Einführung neuer mathematischer Begriffe. Dort ist ein Interaktionsmuster, wie wir sehen werden, unterschiedlich ausgeformt, und die Analyse von Unterrichtssequenzen mit Hilfe des Idealtypus "Ritual" läßt weder *Abweichungen* (vgl. S. 191f) der einzelnen Sequenzen von dem Idealfall erklären, noch konstruktiv Möglichkeiten der Veränderung aufzeigen. Die Verwendung des Modells "Ritual" in empirischen Analysen verführt dazu, zur Erklärung der Verlaufsformen von Unterricht das "konstruierte Modell als Macht zu konstituieren, die letztere tatsächlich bestimmen kann" (BOURDIEU 1980, 63).

Ein weiteres Argument gegen die Verwendung des Typus "Ritual" in einer Untersuchung, die fachdidaktisch relevant zu sein beansprucht, liegt in der Verselbständigung des Rituals; denn es hat sich oft von seiner ursprünglichen inhaltlichen Funktion zu einer inhaltsneutralen Kommunikationshülle gewandelt.

3.1.2 Das sprachliche Handlungsmuster (EHLICH/REHBEIN)

Innerhalb der Pragmalinguistik haben EHLICH/REHBEIN (1977, 1979) das Modell "sprachliches Handlungsmuster" entwickelt, mit dem sie insbesondere auch Aufgabelösungssequenzen im Mathematikunterricht beschreiben (1977). EHLICH/REHBEIN betten das Modell des sprachlichen Handlungsmusters in eine *zweckrationale* Betrachtungsweise sprachlichen Handelns ein:

> "Wirklichkeitspartikel treten zu spezifischen Konstellationen zusammen, die in charakteristischen Relationen zu den Bedürfnissen der Handelnden stehen. Entsprechend beziehen die *Zwecke* sich auf die spezifischen Relationen zwischen Bedürfnissen und Konstellationen. Im Zweck werden Bedürfnis und Konstellation miteinander verbunden, so daß die Konstellation in Richtung auf das Bedürfnis hin verändert werden kann. Die Handelnden organisieren die Wirklichkeit also nach ihren Bedürfnissen, indem sie Zwecke ausbilden, die sie wissen und die ihre Handlungen im Vollzug determinieren." (1979, 245)

Die Handelnden realisieren nach EHLICH/REHBEIN einen spezifischen Zweck durch die Veränderung der Wirklichkeit, über Handlungswege, die aufgrund identisch oder ähnlich strukturierter Anordnungen der Wirklichkeitspartikel in Form von "Ablaufsystemen" (1979, 246) standardisiert sind.

> "Sprachliche Handlungsmuster, oder abkürzend gesagt, Muster, sind also die Formen von standardisierten Handlungsmöglichkeiten, die im konkreten Handeln aktualisiert und realisiert werden. Die Handelnden verwirklichen in ihrem Handeln ihre Zwecke. Die einzelnen Muster bilden *Potentiale für die Realisierung von Zwecken*, derer sich die Handelnden bei ihren Handlungen bedienen. Jedes Muster ist auf einen spezifischen Zweck potentieller Handelnder bezogen: es wird durch diesen Zweck strukturiert. Dieser Zusammenhang kann abkürzend auch so benannt werden: das Muster hat einen Zweck; auf ihn ist es funktional bezogen." (1979, 250)

Da in diesem Modell das Handlungsmuster durch den jeweiligen Zweck bestimmt ist, verwundert es nicht, daß die Muster nach den Zwecken benannt sind: Assertieren, Warnen, Versprechen und ähnlich (1979, 262ff). Weiterhin gehören nach Ansicht der beiden Autoren die sprachlichen Handlungsmuster zu den "gesellschaftlichen Gesetzmäßigkeiten":

> "Die Muster bestimmen als Organisationsformen gesellschaftlichen Handelns, als Resultat gesellschaftlicher Prozesse, durch ihre Struktur das individuelle Handeln." (1979, 250)

Die Kritik des "sprachlichen Handlungsmusters" soll nun im Hinblick auf die Entwicklung des Modells eines Interaktionsmusters für die vorliegende Untersuchung auf einen eher theoretischen und einen empirischen Aspekt beschränkt werden (zu einer umfassenden pragmalinguistischen Kritik vgl. STREECK 1980 und 1981, 22ff):

(1) EHLICH/REHBEIN beschreiben ein eigenes zweigliedriges Muster, das sie "Aufgabe-Lösungs-Sequenz" nennen (1977). Stimmig mit ihrem Modell schalten sie einer empirischen Analyse des Handlungsmusters die Analysen von Zielen der Institution Schule voraus (1977). Das Muster erscheint durch institutionelle Aspekte *determiniert*. Die Handelnden, Lehrer und Schüler, realisieren es vermöge ihres Wissens um das Muster. Das Augenmerk der sich anschließenden Mikroanalyse liegt auf der Explikation der Strategien, mit Hilfe derer die Beteiligten das Muster vollziehen. Infolge dieses *deduktiven* Verfahrens bleiben einige Aspekte jedoch unberücksichtigt:

a) Wenn ein Muster zunehmend standardisiert wird, ist es in der Regel für den Handelnden schwerer thematisierbar und auf seine Zweckorientierung rückbeziehbar, wie es am Grenzfall "Ritual" deutlich wird. SCHOTZ nennt diese inverse Beziehung zwischen Standardisierungsgrad und Thematisierbarkeit das "Paradoxon der Alltagsrationalität" (SCHOTZ 1971, 38). Ohne zu versuchen, sich interpretativ den subjektiv gemeinten Sinn der Handlungen zu erschließen, kann man nicht entscheiden, ob die Beteiligten *bewußt* die Ziele der Institution Schule verfolgen, wie es in den Darstellungen der beiden Autoren scheint, oder ob sich die Ziele der Institution Schule, ihre Werte und Ideen, womöglich "hinter dem Rücken" der Lehrer und Schüler durchsetzen (vgl. HÖHN 1980, 86ff).

b) Zum anderen ist fraglich ob eine Einzelhandlung, z.B. die das Muster initiierende Frage des Lehrers, *monofinal* mit dem das Muster bestimmenden Zweck erklärt werden kann. GRIFFIN/MEHAN (1981, 188f) z.B. weisen mit einer langen Aufzählung der Dimensionen auf die Vielfältigkeit der Funktionen einer einzelnen Äußerung hin. Sie können auch nicht eindimensional hierarchisch geordnet werden, wie EHLICH/REHBEIN es durch Unterscheidung in für das Muster konstitutive und das Muster begleitende Handlungen versuchen, um Handlungen einem Muster empirisch subsumieren zu können.

(2) EHLICH/REHBEIN nehmen an, daß die Handlungen der einzelnen Person von den gesellschaftlich ausgearbeiteten Mustern *determiniert* werden. Deshalb könnten nach der Initiierung des Musters die folgenden Handlungsschritte mit bestimmter Wahrscheinlichkeit vorhergesagt bzw. als Abweichungen vom Normalverlauf identifiziert werden (1979, 263). Im Hinblick auf die Analyse von Mustern im komplexen Unterrichtsgeschehen, wie des Musters ALA, scheint man jedoch nicht von solch festen Formen der Handlungssequenzen ausgehen zu können. Einerseits kann als Indiz für diese Annahme die Erfahrung gelten, daß der Autor des Musters ALA wohl als sehr regelmäßig wahrnehmbares, je-

doch nicht fortwährend "in Reinkultur" auftretendes Interaktionsmuster identifizieren konnte. Andererseits gibt es in der didaktischen Literatur hauptsächlich nur globale und vage Beschreibungen solcher Muster, sobald man sich auf die Beschreibung von realem Unterrichtsgeschehen einläßt: fragend-entwickelnder Unterricht, Sokratischer Dialog, Erarbeitungsmuster ... (vgl. GRELL/GRELL 1979, 49ff, HOPF 1980, 67ff oder THIELE 1981, 29ff). Dagegen spricht nicht, daß die für konstruktive Zwecke entwickelten Regelwerke der Unterrichtsorganisation in Form von Idealmustern eine feste und klare Abfolge einzelner Handlungsschritte vorsehen, wie z.B. in der Arbeit von COLLINS (9177).

Will man der *Variabilität* der Handlungssequenzen im Unterricht Rechnung tragen, muß eine eher phänomenologisch orientierte Analyse die Kontextabhängigkeit, die subjektive Sicht und die Kreativität der Handelnden berücksichtigen. Dies kann geschehen, indem man die Annahme aufgibt, das Muster sei den Beteiligten verfügbar, indem man die Produktion einer als musterhaft erachteten Interaktion *interpretativ* erschließt und, soweit das möglich ist, indem man die Genese des Interaktionsmusters klärt. So braucht die "traditionelle Entgegensetzung von Determinismus und Indeterminismus" (LUHMANN 1982, 47), die unbefriedigende Unterscheidung in institutionelle und individuelle Handlungsmuster (wie bei GOEPPERT 1977, 7) oder, noch anders gesagt, die Trennung "Interaktion als Ritual versus Interaktion als Verständigung" (ULICH 1976, 84) dann auch nicht als Problem zu erscheinen.

3.1.3 "Teaching cycles" (BELLACK u.a.)

BELLACK und seine Mitarbeiter (1966) haben in ihrer empirisch-quantitativen Analyse von Unterrichtsstunden Regelmäßigkeiten des Unterrichtsgesprächs beschrieben, indem sie die Metapher des Spiels verwandten: Sie nennen die Unterrichtsstunde ein Unterrichtsspiel ("classroom game"), die Teileinheiten der Stunde Teilspiele ("subgames"), die kleineren Äußerungssequenzen Spielzugkombinationen ("teaching cycles") und die einzelnen Äußerungen Spielzüge ("moves"). Zentral für die Spielmetaphorik ist der Begriff der *Spielregel* ("rules of the language game of teaching").

BELLACK und seine Mitarbeiter wie auch spätere Vertreter dieses Ansatzes wiesen in ihren vorwiegend deskriptiven Analysen die Standardisierung bestimmter Interaktionsstrukturen im konventionellen Frontalunterricht nach (vgl. "The persistence of the recitation", HOETKER/AHLBRAND 1969). Da hier auf eine umfassende Bewertung des Ansatzes von BELLACK u.a. verzichtet werden soll (vgl.

RUMPF 1975 oder NEUMANN/STIEHL 1976, 276ff), sollen lediglich zwei Aspekte hervorgehoben werden, um den Vorzug des Modells "Interaktionsmuster" in unserem Verständnis anzudeuten:

(1) Trotz des erklärten theoretischen Interesses der Forschergruppe, ihres Rekurses auf den WITTGENSTEINschen Gedanken des Sprachspiels und ihrer rollentheoretischen Oberlegungen sind ihre Analysen hauptsächlich *deskriptiver* Art. Die Theorielosigkeit, z.B. in der Begründung der Wahl der Kategorien, verhindert die Reflexion des Bezugs des Beschreibungssystems zu traditionellen Vorstellungen von Unterricht. Dieser Bezug kommt z.B. in der die Dominanz des Lehrers repräsentierenden Wahl der Kategorien zum Ausdruck. Nicht die subjektiven Unterrichtstheorien der Beteiligten, ihre Vorstellung von Normalverläufen des Unterrichts bilden eine Basis der Analyse, wie es z.B. in der Alltagsforschung gefordert wird, sondern das implizite Verständnis der Forschergruppe von Unterricht. Es bleibt offen, ob die postulierten Regelsysteme für die Lehrer und Schüler tatsächlich handlungsbestimmend sind oder das "Spiel" bloße Metapher bleibt.

(2) Die Forschergruppe vermag keine Bewertung des beobachteten Unterrichts zu geben. Es wird weder der historisch-gesellschaftlich-institutionelle Zusammenhang, in dem sich der beobachtete Unterricht befindet, angesprochen - sondern der Unterricht als *geschlossenes System* betrachtet - noch wird ein Bezug zu dem jeweiligen *Inhalt* des Unterrichtsgesprächs hergestellt, wie es unter fachdidaktischen Fragestellungen erforderlich erschiene. Damit ist ein grundsätzlicher Mangel vieler Unterrichtsbeobachtungssysteme aus der empirisch-analytischen Forschungstradition beschrieben: Sie haben nicht die inhaltliche Strukturierung und das Funktionieren einzelner Interaktionsprozesse im Unterricht im Auge.

Das nun zu entwickelnde Modell des Interaktionsmusters muß für das fachdidaktische Interesse insofern offen sein, als es im einzelnen Fall die Funktion eines Musters für die Strukturierung von Lernprozessen aufweisen läßt. Deshalb wird ein *interpretatives Verfahren* vorgeschlagen, das nicht nur die Oberflächenstruktur des Unterrichtsgesprächs darlegt, sondern insbesondere die mit dem Interaktionsmuster verbundenen kognitiven Anforderungen an die Schüler analysiert.

3.2 Zugzwänge und Spontaneität

Das Interaktionsmuster läßt sich nicht als "Summe" der Einzelhandlungen darstellen, da die Einzelhandlung unter direkter Einbeziehung der anderen Interaktionspartner erfolgt. Sie setzt bestimmte *"Zugzwänge"*, "Obligationen" oder noch

anders ausgedrückt "konditionelle Relevanzen" (KALLMEYER/SCHÜTZE 1976, 13f und SCHÜTZE 1975, II, 813ff) für die nächsten Handlungen der Interaktionsteilnehmer. Durch diese wechselseitigen Verpflichtungen erhält die Interaktion, insbesondere im schulischen Unterricht, *normative* Züge.

Beim alltäglichen Grüßen erwartet der Grüßende den Gegengruß, und der Gegrüßte erfüllt die dem Gruß implizite Verpflichtung zum Gegengruß. Lediglich die Weise der Erfüllung der Verpflichtung zum Gegengruß ist offen. Der Gegengruß kann freundlich, abweisend, formell etc. sein. Analog dem Muster des Grüßens empfinden nach unserer Interpretation die Unterrichtsteilnehmer in der ersten Phase des Musters ALA es als normal, daß der Schüler für die anfangs gestellte Aufgabe einen Lösungsversuch unternimmt, als unnormal jedoch, wenn der Schüler auf die Unklarheit der Aufgabenstellung verweist und weitere explizite Bestimmungen der Aufgabe vom Lehrer fordert, also den Anspruch der Lehrerfrage, sinnvoll zu sein, bestreitet.

Folgendes Beispiel (hier ausnahmsweise aus dem Unterricht eines anderen Lehrers) zeigt recht deutlich eine Verletzung dieser Verpflichtung und die Durchsetzung der Verpflichtung des Schülers zu der vom Lehrer erwarteten Antwort:

105 L: das reicht uns erstmal. wir können nicht alle Ergebnisse aufschrei-
106 ben das seht ihr ein ne. .. fällt' jemandem da schon irgendwas auf.

107 NS: was soll mir denn auffallen

108 L: was soll denn dir auffallen', das mußt du selber wissen. Björn,
109 fällt dir irgendwas auf'

Die metakommunikative Thematisierung durch den Schüler wird nicht erlaubt. Lehrer und Schüler geben einander die Frage nur abwechselnd zurück.

Auf der anderen Seite bestehen aber auch bestimmte Zugzwänge für den Lehrer. Die Schüler erwarten z.B. von ihm, daß er in der zweiten Phase des Musters ALA direkt *die* Lösung ansteuert und die Voraussetzungen der Aufgabe in einer Episode nicht ändert.

Eine Szene aus der fünften Stunde des uns schon bekannten Unterrichts beinhaltet die Verletzung dieser Verpflichtung in der zweiten Phase. Der Lehrer thematisiert eine bisher unbefragte Voraussetzung der Aufgabe. Er fragte vorher nach dem Unterschied zwischen dem Verfahren zur Festsetzung der Wahrscheinlichkeiten für Würfelergebnisse (idealer Würfel) und dem Verfahren im Zusammenhang mit dem Wurf einer Reißzwecke:

209 Fr: ja bei den Reißzwecken da waren .. eh die beiden Seiten, also
210 wo sie drauf fallen konnte, waren verschieden, aber -

211 L: möglich möglicherweise verschieden. jedenfalls ne', und
212 beim Würfel'

213 Fr: ja da sind sie alle .. sind sie dann alle gleich.

214 L: ja. .. sofern der Würfel nicht gezinkt ist. ne'

215 S: aber davon gehen wir ja aus.

216 L: ja haben wir also davon abgesehen gut. ja das heißt also
217 was für Betrachtungen stecken wir da rein' ...

Die Zugzwänge haben für den Entwicklungsprozeß der Interaktion vom Idealtyp ALA wesentliche Bedeutung:

- *Der Lehrer stellt eine nicht eindeutig bestimmbare Aufgabe;*
- *wegen der Unbestimmbarkeit der Aufgabe müssen die Schüler Antworten anbieten, die zum Teil willkürlich sind;*
- *wegen der Vielfältigkeit der Antworten drängt der Lehrer auf die Erfüllung seiner Antworterwartung, die Schüler müssen diesem Definitheitszwang folgen;*
- *der Lehrer thematisiert den Bedeutungshorizont der Aufgabe, da dieser (nach Meinung des Lehrers) bisher nicht handlungswirksam beachtet wurde.*

Insgesamt läßt sich ein Interaktionsmuster bisher vorstellen als ein Netzwerk von Handlungen mit relativ feststehender dialogischer Struktur und mit in den Handlungen implizit angezeigten Zugzwängen für nachfolgende Handlungen.

Wenn hier von "Zugzwängen" gesprochen wird, ist damit nicht die Vorstellung verbunden, das Interaktionsgeschehen sei mit einem unter bestimmten Anfangsbedingungen vorausberechenbaren physikalischen Prozeß vergleichbar. Vielmehr ist der Prozeß der Interaktion abhängig von den sich ändernden *Situationsbestimmungen* der Beteiligten (vgl. BLUMER 1973), somit insbesondere von den subjektiven Einschätzungen des Verpflichtungsgrades der Zugzwänge. Bringt beispielsweise ein Schüler einen unerwarteten und interessanten Gedanken in das Unterrichtsgespräch ein, kann der Lehrer die Situation als Gelegenheit für einen Exkurs nutzen.

Eine andere Situation, in der der Interpret das Muster ALA als unterbrochen auffaßt, wird im folgenden Ausschnitt der vierten Stunde des beobachteten Unterrichts geschildert. Der Lehrer bemerkt das mögliche Fehlen eines mathematischen Verständnisses bei den Schülern, bzw. wird auf sein unglückliche Wahl der Anzahl "100" aufmerksam. Er unterbricht die begonnene Auswertung (dritte Phase) einer Tabelle (vgl. Tafelskizze S. 175):

144 L: vierenfuffzig, sechzig Prozent, vierenfünfzig Prozent, einen-
145 fünfzig Prozent, fümmenfünfzig Prozent, einensechzig Prozent
146 oder jeweils auch nullkommasechseins, nullkommafünffünf und so
147 weiter, sind das Wahrscheinlichkeiten' *(...)*
148/149 *(Pause 7,5 sec, Cl +, Sn +, Ax +)*

150 NS: (..) (ich weiß nich?) *(Cl +, Sn +, Ax +)*

151 NS: *(leise)* auch nich *(Cl +, Sn +, Ax +)*

152 L: auch nicht. wieso, was sind denn das jetzt' *(Cl +, Sn +, Ax +)*

153 S: wahrscheinlich wahrscheinlich *(Cl +,*
154 *Sn +, Ax +)*

155 L: was sind denn das jetzt für Dinger' *(Cl +, Sn +, Ax +)*

156 S: *(Sn +)* ja das is, *(Cl +)* is eben nur .. umgewandelt, von von
157 dem auch is genau dasselbe eigentlich wie wie, ob man da jetzt
158 nullkommafümmenfünfzig Prozent oder, fümmenfünfzig Würfe von
159 hundert *(Ax +)*

160 L: na ja, ich meine fümmenfünfzig und nullkommafünffünf
161 sind natürlich noch gewisse Unterschiede *(Ax +)*

162 S: ja aber *(Ax +)*

163 L: und es *(Ax +)*

164 S: die Wahrscheinlichkeit *(Ax +)*

165 L: ja vielleicht mal nen
166 kleiner Einwand *(geht schnell zur Tafel)* wenn einer hier jetzt
167 *(Ax +)* nich jeweils bei hundert Würfen *(zeigt auf die erste*
168 *Spalte der Tabelle)* gezählt hätte sondern sagen wir mal
169 bei dreißig Würfen immer gezählt hätte, und hätte dann etwa fol-
170 gendes rausgekriegt bei dreißig Würfen

Das Muster ALA ist nur unterbrochen (160-...). In den nachfolgenden Sequenzen, die hier nicht beschrieben sind, wird der Lehrer nach Beendigung des Einschubs, der wiederum die Struktur ALA aufweist, die Auswertung der ersten Tabelle fortsetzen.

Es existieren in dem beobachteten Mathematikunterricht dieser Klasse noch weitere Fälle, in denen das Muster ALA nicht in Reinkultur konstruierbar ist. Das ist nicht verwunderlich, wenn man das Unterrichtsgespräch als einen sich entwickelnden interaktiven Prozeß versteht. Diese Fälle aufzuführen, sprengt den

Rahmen dieses Aufsatzes. Es lassen sich aber gewisse Regelmäßigkeiten in den so interpretierten *Abweichungen* feststellen. Es kommt häufiger vor, daß das Interaktionsmuster ALA zwischen zwei Phasen *ab*gebrochen erscheint, als innerhalb einer Phase, die im allgemeinen nur *unter*brochen wird, wenn der Erfolg der Phase gefährdet scheint. Insbesondere Interaktionssequenzen, die der Phase der Ergebnissicherung zugerechnet werden, zeigen kaum alternative Handlungsentwürfe. Die Phase der Auswertung wurde zum Teil als aufgeschoben rekonstruiert, z.B. wenn mehrere gleichartige Aufgaben gestellt und gelöst und ihre gemeinsame Struktur später zusammenfassend diskutiert werden. Die geringsten Regelmäßigkeiten konnten in der dritten Phase festgestellt werden.

Die Art der Abweichungen scheint darauf hinzuweisen, daß einerseits das Ziel der einzelnen Phase erreicht sein muß, bevor alternative mittelfristige Handlungsentwürfe realisiert werden, andererseits der Lehrer eine relativ komplexe Organisationsstruktur - den spezifischen Situationsgegebenheiten entsprechend ausformend und improvisierend - initiiert, auch über einzelne Episoden hinweg.

Die Beachtung von Abweichungen hat hinsichtlich der Modellbildung für die beobachteten Regelmäßigkeiten eine wesentliche Funktion. Gerade die sogenannten Abweichungen von der Realisation des Interaktionsmusters lassen z.B. nicht zu, das Modell der "Regel" zu verwenden, um die beobachteten "Regelmäßigkeiten" zu erklären. Ginge man davon aus, daß die Schüler und der Lehrer *in Befolgung von ihnen bekannten Regeln* das Interaktionsmuster realisierten, müßte man in einem infiniten Prozeß Extraregeln für Abweichungen, Metaregeln für die Anwendung von Regeln etc. annehmen, um das Modell der "Regel" schlüssig anwenden zu können. (COLLINS hat ein solches Regelwerk für den Lehrer im Sokratischen Dialog entwickelt (1977), zur sprachphilosophischen Kritik an der Verwendung des Regelbegriffs in den Humanwissenschaften vgl. BUBNER 1976, 175ff).

Die Abweichungen weisen auf *Improvisationen* hin. die gerade die Fähigkeit der Handelnden zeigen, das Muster zu realisieren, so paradox das klingen mag. Dies läßt sich an der Metapher des Kartenspielertricks illustrieren:

> "Der Zauberkünstler nützt Zufälle, die vorhergesagte Karte in dem Paket zu sehen, die Art des Zuschauers zu mischen, Kartenspielertricks und andere Ressourcen und läßt so den Zuschauer eine Serie von Manipulationen mit dem Kartenpaket vollziehen, die darin enden, daß die vorhergesagte Karte gefunden wird. Welcher Art diese Manipulationen sind, wieviele Manipulationen, wie die Karte gefunden wird, ja sogar ob überhaupt ein Trick benötigt wird, all dies ist völlig offen. Aber der Zuschauer hält *eine* Reihe von Manipulationen für *die* Reihe von Manipulationen, die von Anfang an intendierte Reihe. Er täuscht sich daher selbst. Für den Zauberkünstler besteht die Aufgabe darin, die 'vorhergesehene Karte zu finden' ... Woraus der Trick besteht, das ergibt sich erst bei der Durchführung des Tricks und

> auf keine andere Weise, zu keinem anderen Zeitpunkt, an keinem anderen Ort. Der Zauberkünstler weiß niemals im voraus, wie er im einzelnen vorgehen wird, er kann es nicht unabhängig von der Durchführung wissen." (SCHWARTZ 1976, 357)

Wir fassen in Anlehnung an die ethnomethodologische Perspektive die sogenannten Abweichungen von dem Idealverlauf des Interaktionsmusters als Zeichen für eine *interpretative Leistung*, für die *Kreativität* und *Spontaneität* der Interaktionsteilnehmer auf. Diese Spontaneität macht erst die Realisation einer musterhaften Interaktion in den unterschiedlichsten und prinzipiell unsicheren Situationen möglich.

> "So, what we have here are neither automatic rituals - repeated endlessly and mechanically, nor instantaneous creations -, emerging uniquely upon each occasion of interaction. These are negotiated conventions, spontaneous improvisations on basic patterns of interaction." (GRIFFIN/MEHAN 1981, 205)

Um ein Hin und Her zwischen Zugzwang und Spontaneität oder anders gesagt zwischen den Polen "Determinismus und Indeterminismus" (LUHMANN 1982, 47) zu vermeiden, müssen wir also die *subjektive Wahrnehmung* musterhaften Verhaltens, die Deutung von Zugzwängen durch die Lehrer und Schüler analysieren. Von welcher Art sind die "basic patterns of interactions" und wie sind sie als Grundlage für Improvisationen bei Lehrer und Schüler mental repräsentiert?

3.3 Die Erfahrungsmuster und der "working consensus"

Wir machten Zugzwänge für den normativen Charakter von Interaktionsmustern und damit für ihre Stabilität verantwortlich. Da die Zugzwänge im Unterricht im allgemeinen nicht explizit ausgedrückt werden, sondern von dem Unterrichtsteilnehmer erst interpretativ erfaßt werden müssen, bevor sie überhaupt handlungsentscheidend wirken können, ist für das Modell des Interaktionsmusters die Möglichkeit des Teilnehmers von großer Bedeutung, das Unterrichtsgeschehen auf dem Hintergrund seiner privaten Ordnungsvorstellungen und seiner subjektiven inhaltlichen Vorverständnisse zu interpretieren. Wir nennen die subjektiven Vorstellungen über *gängige* Unterrichtsverläufe und die darauf bezogenen *selbstverständlichen* inhaltlichen Vorstellungen, also die Rezepte, Faustregeln, das Kochbuchwissen etc., *"Erfahrungsmuster"*. Das Erfahrungsmuster beinhaltet demnach ein bestimmtes Verständnis vom Gegenstand der Interaktion und ein bestimmtes Verständnis vom Interaktionsverlauf, das in der Ethnomethodologie "Normalform" (vgl. CICOUREL 1973, 176ff und 1975) genannt wird.

In der Artificial-Intelligence-Forschung werden Erfahrungsmuster z.B. mit den Begriffen "script" (SCHANK/ABELSON), "frame" (MINSKY) oder "microworld" (LAWLER)

beschrieben, in der Alltagsforschung als "subjektive Alltagstheorie" (HEYMANN 1982, HURRELMANN 1980). Diese Konzepte können jedoch nicht umstandslos übernommen werden, da sie vornehmlich zur Beschreibung oder Erklärung individueller Handlungen entwickelt worden sind. Wir brauchen für das Modell des Interaktionsmusters dagegen Beschreibungsmittel, die auf die Interaktion bezogen (siehe "working consensus") und von kontextsensitiver Natur (siehe "Spontaneität" und "Diffusität") sind. Diese Aspekte werden in dem Begriff "subjektiver Erfahrungsbereich" (BAUERSFELD in diesem Band) berücksichtigt. Es wird trotzdem der Begriff "Erfahrungsmuster" verwandt, um verglichen mit dem Begriff "subjektiver Erfahrungsbereich" auf ein als *selbstverständlich geltendes* und *stereotypes* Verstehen hinzuweisen.

Beide Aspekte, Verlauf und Gegenstand der Interaktion sind hier nur *analytisch* getrennt. Ein Erfahrungsmuster entsteht durch wiederholte als ähnlich erlebte oder vermittelte Erfahrungen, und es entsteht vermutlich um so eher, je größer die Betroffenheit ist, mit der das Subjekt diese Erfahrungen erlebt. Durch die Situationsgebundenheit der Erfahrungen und durch die Situationsgebundenheit ihrer Aktualisierung werden die vertrauten ganzheitlichen Erfahrungen nicht automatisch vom Subjekt nach analytischen Gesichtspunkten getrennt verfügbar gehalten. Beispielsweise beschreibt BAUERSFELD (1982) an der Fallstudie von einer Gruppenarbeit einiger Schüler den starken Zusammenhang zwischen sozialer Ordnung in der Interaktion und den inhaltlichen Lösungsversuchen der Schüler.

Die Aktualisierung eines bestimmten Erfahrungsmusters aus der Menge aller verfügbaren ist an bestimmte (subjektiv wahrgenommene) Gegebenheiten der Situation gebunden. Das Erfahrungsmuster ermöglicht dem Subjekt eine "schnelle" Bestimmung des Geschehens, oder anders gesagt, die "Reduktion situativer Komplexität" (LUHMANN), im Rahmen seiner aktuellen Situationsbestimmung. Es macht darüber hinaus die Handlungen der Interaktionspartner erwartbar, orientiert die eigenen Handlungen und bildet die Grundlage für die "Renormalisierung" der Interaktionsszene, wenn Widersprüche auftauchen. - In den letztgenannten Fällen, bei sogenannten Brüchen, werden die Erfahrungsmuster von den Beteiligten ausgedrückt (wenn auch nur zum Teil explizit und mit normativem Anspruch), da die wechselseitige Unterstellung, man würde das Geschehen auf dem Hintergrund ähnlicher Erfahrungsmuster bestimmen, sich nicht als gültig erwies. Gerade solche Szenen bieten dann dem Interpreten einen Zugang zu den Erfahrungsmustern der Beteiligten, insbesondere des Lehrers, da dieser institutionell abgesicherte Möglichkeiten zur Durchsetzung seiner Normalvorstellungen vom offiziellen Unterricht besitzt.

GRELL/GRELL (1979, 49ff) beschreiben allgemein und ohne empirische Grundlage Erfahrungsmuster von Lehrern aus dem fragend-entwickelnden Unterricht. Wir werden versuchen, für das Interaktionsmuster ALA die entsprechenden Erfahrungsmuster soweit zu skizzieren, wie die Interpretationen von Unterrichtsszenen tragen.

In der ersten Phase der ausgewählten Unterrichtsepisode, aus der das Muster ALA abstrahiert wurde, nimmt der Lehrer es beispielsweise als selbstverständlich an, daß der Schüler auf seine mehrdeutige Frage "sinnvoll" antwortet. Diese Vorstellung des weiteren Verlaufs des Unterrichtsgesprächs ermöglicht erst dem Lehrer, "sorglos" Aufgaben zu improvisieren, ohne überaus große Aufmerksamkeit auf Klarheit und Bestimmtheit seiner Fragestellung zu richten. Auf der anderen Seite unterstellen die Schüler in dieser Phase, daß sie ihre Antworten nicht im folgenden Schritt begründen müssen, sondern daß der Lehrer durch Bewertung der Schüleräußerung ihren Wahrheitsgehalt rückwirkend entscheidet. STREECK gebraucht für diese Funktion der Schüleräußerung den Begriff "verbales Probehandeln":

> "Vom Schüler wird die Obernahme der Verantwortung, für die Qualität (den Wahrheitsgehalt) seiner Aussage geradezustehen, nicht erwartet. Sprechen im Unterricht wird damit auch im Hinblick auf die ihm zugrundeliegende Interaktionslogik zum verbalen Probehandeln." (STREECK 1975, 250)

Ein Beispiel für ein Erfahrungsmuster bildet die Vorstellung der Schüler, alle angegebenen Zahlen einer Mathematikaufgabe müßten in die richtige Lösung eingehen. Dieses Wissen wirkt insoweit handlungsorientierend, als zuweilen Schüler im Versuch-Irrtum-Verfahren alle in einer Aufgabe genannten Zahlen miteinander verknüpfen und diese Tätigkeit nur an intuitiv verfügbaren inhaltlichen Vorstellungen oder an spezifischen Tätigkeitserfahrungen aus ihrem Mathematikunterricht kontrollieren. Innerhalb meiner Untersuchungen wurde mehreren Kleingruppen eine Aufgabe gestellt, die eine redundante Zahlenangabe enthielt, sonst aber relativ leicht zu lösen war. Das Fehlschlagen des beschriebenen Lösungsmusters erzeugte unter den Schülern höchste Verwirrung.

Dieser Fall, daß an das Erfahrungsmuster geknüpfte Erwartungen radikal enttäuscht werden und das Subjekt handlungsunfähig wird, ist sicherlich die Ausnahme. LUHMANN hält unsichere Erwartungen für sehr viel bestandsfester:

> "Sichere Erwartungen brechen zumeist schon mit der ersten Enttäuschung zusammen. Unsichere Erwartungen sind, so paradox das zunächst erscheinen mag, psychologisch stabiler. Bei ihnen wird nämlich das Gegenteil gleich miterwartet, ohne daß die Erwartung selbst deswegen aufgegeben würde. Sie wird normiert, stereotypisiert und so auf verschiedene Weise gegen Widerlegung immun gemacht. Enttäuschungserklärungen sind so in sie eingebaut, daß eine Enttäuschung im Einzelfall kein Problem bietet, sondern die Erwartungsstruktur insgesamt bestätigt." (1968, 78)

Daß trotzdem bestimmte Erwartungen in experimentellen Situationen radikal enttäuscht werden können, weist auf die Bewährtheit dieser Erwartungen und damit auf die Stereotypisierung des Mathematikunterrichts hin.

Die automatischen Erwartungen des einen Interaktionspartners werden aus der Beobachterperspektive zum Teil zu Zugzwängen für den anderen. Das Subjekt deutet und befolgt Zugzwänge auf dem Hintergrund seines situationsspezifisch aktualisierten Erfahrungsmusters. Die Zugzwänge müssen jedoch nicht als "Zwänge" empfunden werden. In der Regel werden sie wie selbstverständlich befolgt, so daß eine *Koordination* der Handlungen in Gestalt eines Interaktionsmusters stattfindet, ohne daß man sagen könnte, eine Person koordiniere.

Ein von außen betrachtet musterartiger und reibungsloser Unterricht setzt damit eine gewisse Passung der situationsspezifisch aktualisierten Erfahrungsmuster der Schüler und des Lehrers voraus. GOFFMAN verwendet für ein solches abgestimmtes, aber oft nur scheinbar harmonisches Verhältnis den Begriff *"working consensus"* (1959, 9ff, vgl. auch GARFINKEL 1967, 24ff, STREECK 1980, 150ff).

> "We have then a kind of interactional *modus vivendi*. Together the participants contribute to a single over-all definition of the situation which involves not so much a real agreement as to what exists but rather a real agreement as to whose claims concerning what issues will be temporarily honored." (GOFFMAN 1979, 9f)

Dieser Begriff wird hier in der Weise erweitert, daß er auch und besonders die gegenseitige, nicht hinterfragte Unterstellung einer geteilten Situationsbestimmung bezüglich der Bedeutung von kommunizierten *Inhalten* umfaßt. Abweichend von z.B. HARGREAVES, der auch den Begriff "working consensus" verwendet, um Unterrichtsprozesse zu beschreiben (1975, 82 und 132ff), wird hier von wechselseitigen Unterstellungen und daraus abgeleiteten Verpflichtungen gesprochen und nicht, wie es HARGREAVES vorschlägt, von einer teilweisen Übereinstimmung der subjektiven Sinnzuschreibungen, damit die mögliche Spannung zwischen unterschiedlichen Sinnzuschreibungen des Lehrers und der Schüler schon auf der theoretisch-begrifflichen Ebene in der Schwebe bleibt.

KRUMMHEUER beschreibt in diesem Band verschiedene Aspekte des working consensus unter dem Namen "Arbeitsinterim" und setzt den Begriff in Beziehung zu identitätstheoretischen Überlegungen und Beschreibungen institutioneller Bedingungen des Mathematikunterrichts. Während er den working consensus als situativ herzustellende Übereinkunft charakterisiert, soll hier gemäß dem Interesse der vorliegenden Studie der konventionale Aspekt betont werden.

Durch den working consensus erhalten die Zugzwänge den Charakter von *Konventionen*, die zum Teil aufgrund ihres tentativen Charakters und ihrer Gebundenheit an einen Verständigungsprozeß in der aktuellen Situation nur kurzfristig Bestand haben, und die zum Teil, nicht zuletzt aufgrund institutioneller Bedingungen, längerfristig in Kraft bleiben. Da der working consensus auch in dem Sinne situationsgebunden ist, daß für verschiedene Phasen des Unterrichts verschiedene Zugzwänge gelten, sind *kommunikative Signale* wie Marker und "Modulationshinweise" (KRUMMHEUER 1982, 44ff) als erfolgreiche Mittel zur raschen Verständigung in der Interaktion notwendig.

Für das Interaktionsmuster ALA könnte der working consensus interpretativ vielleicht so beschrieben werden:

Zur Episode: Schüler und Lehrer gehen von der Abgeschlossenheit der Episode aus, d.h. die Episode hat durch die anfangs gestellte Aufgabe ein bestimmtes Thema, das mit der Lösung der Aufgabe vorläufig abgeschlossen sein wird. Die Schüler vertrauen insbesondere darauf, daß der Lehrer die Aufgaben in der Episode nicht wesentlich ändert, wie an der Szene auf S. 189f deutlich wurde.

Zur Phase 1 (A): Der Lehrer erwartet, daß die Schüler auch dann Lösungsversuche anbieten, wenn die Aufgabenstellung für einen rationalen Lösungsprozeß nicht hinreichend geklärt ist, und daß die Schüler das von ihm Gemeinte "schon" verstehen werden. Sollte auf Anhieb keine "verwertbare" Schülerantwort erscheinen, vertraut der Lehrer darauf, daß die Schüler mit weiteren Hilfen eine zur erwarteten Lösung führende Antwort geben werden. Auf der anderen Seite deutet der Schüler die Lehrerfrage als die Initiierung einer neuen Episode, zu deren Beginn der Schüler Lösungsangebote unterbreiten und sich bezüglich der Gültigkeit eines Angebots abwartend verhalten kann, oder mit anderen Worten, der Schüler erwartet die oben beschriebene Lehrererwartung. Die Mitarbeit des Schülers in Form des verbalen Probehandelns basiert auf seinem Vertrauen in die endgültige Klärung der Bedeutungen von Fragen und Antworten durch den Lehrer. In dieser Phase ist sein Anteil am working consensus ein Entwurf ins Ungewisse. Seine Sinnorientierung ist beherrscht von der Frage, was als nächstes zu tun sei.

Zur Phase 2 (L): Ist erstmal eine Schülerantwort als hilfreich vom Lehrer bewertet worden, gilt es, bis zu einer vom Lehrer akzeptierten bedeutungsdefiniten Lösung und ihrer Formulierung zu gelangen. Der Lehrer erwartet nun keine alternativen Lösungen oder Lösungswege, sondern die Verfolgung des durch die zuletzt akzeptierte Antworte vorgezeichneten Weges. Ein dem nicht entsprechender Beitrag wird negativ sanktioniert, er wird in Unterschied zur ersten Phase

als Anzeichen mangelnder Fähigkeit des Schülers bewertet. Der Schüler erwartet analog eine weitere Klärung der Aufgabe in Form der offiziell geltenden Lösung.

Zur Phase 3 (A): Ist die als geteilt geltende Lösung erarbeitet, wird sie innerhalb eines umfassenderen Zusammenhangs ausgewertet. Die Schüler müssen damit rechnen, daß sie ihre in der ersten Phase produzierten Antworten (bzw. die der Mitschüler) unter Kenntnis des offiziellen Ergebnisses reflektieren sollen. Der Lehrer unterstellt, daß der einzelne Schüler in Kenntnis des offiziellen Ergebnisses zu einer rationaleren Betrachtungsweise - jedenfalls eher als in der ersten Phase - fähig ist. Die Erwartung dieser Erwartung führt zu einem vorsichtigen Antwortverhalten des Schülers.

Insgesamt läßt sich bisher ein Interaktionsmuster vorstellen als ein Netzwerk von Handlungen und expliziten Zugzwängen für nachfolgende Handlungen, wobei die Zugzwänge auf dem Hintergrund von Erfahrungsmustern handlungsentscheidend wirken, deren Verhältnis in Form des working consensus ein abgestimmtes, musterartiges Handeln der Beteiligten erlaubt.

3.4. Die inhaltliche Strukturierung im Vollzug des Interaktionsmusters

Ein Interaktionsmuster im Mathematikunterricht bezieht sich auf einen bestimmten Inhalt, auf ein bestimmtes Thema: einzelne Teilthemen werden von den Interaktionsteilnehmern als relevant eingestuft, andere als irrelevant, die Entwicklung eines Themas im Unterrichtsgespräch erscheint vorstrukturiert usw.. Dabei stellt das Interaktionsmuster ALA einerseits eine Lösung für die gemeinsame Behandlung des Themas im fragend-entwickelnden Unterrichtsgespräch dar (3.4.1), zugleich erfahren auch die Interaktionsteilnehmer das Thema in der für das Interaktionsmuster ALA charakterisierten Weise (3.4.2):

3.4.1 Zur strategischen Bedeutung des Interaktionsmusters ALA für die unterrichtliche Behandlung einer mathematischen Aufgabe

Das Muster ALA ist *eine* bestimmte Organisation des unterrichtlichen Handelns innerhalb der fragend-entwickelnden Einführung neuer mathematischer Wissensbestände, genauer: innerhalb einer relativ abgeschlossenen Episode, die die Behandlung einer Aufgabe zum Gegenstand hat. Einzelne Aspekte der Aufgabe werden nur insoweit für das offizielle Unterrichtsgespräch relevant, als sie dem Ziel der unterrichtlichen Konstitution bestimmter mathematischer Begriffe, dem Ziel der intuitiven Heranführung an eine mathematische Betrachtungsweise oder ähnlichem dienlich sind. Die Entwicklung des durch die Aufgabe eröffneten Themas wird vom Lehrer gesteuert, damit u.a. diese Ziele möglichst (rasch) erreicht

werden, d.h. in der Realisierung des Interaktionsmusters ALA wird eine/die Lösung der gestellten Aufgabe unter Beteiligung der Schüler erreicht, und zwar ohne daß die für einen individuellen Lösungsprozeß notwendige Kompetenz der Schüler oder andere Bedingungen wie beispielsweise die Eindeutigkeit von Aufgabe und Aufgabenstellung vorausgesetzt werden müssen.

Um die letzte Behauptung zu differenzieren, kann man die Unterschiede in der Struktur von Interaktionen im Mathematikunterricht und von Interaktionen im außerschulischen Bereich bzw. i anderen Fachunterricht aufzeigen. Nach KALLMEYER/SCHÜTZE (1976) gilt als eine Teilaufgabe zur *Sicherung wechselseitigen Verstehens* bzw. *wechselseitiger Verständlichkeit* in "natürlichen sozialen Interaktionsszenen" (1976, 1), daß die Interaktionspartner eine spezifische inhaltliche Strukturierung nach dominanten Gesichtspunkten durch Einbettung in umfassendere Sinnzusammenhänge *vorgreifend* konstituieren: "die Beteiligten müssen wissen, was die jeweilige Äußerung 'soll', worauf jemand 'hinauswill'" (1976, 12). Während dann im außerschulischen Erfahrungsraum im allgemeinen ein Nachfragen zur Sicherung wechselseitigen Verstehens dient, würde für den Schüler im Unterricht das Zeigen von Nichtverstehen *selbstdiskriminierend* wirken. Es geht in einem Unterricht, der nach dem Muster ALA abläuft, nicht in erster Linie um ein wechselseitiges Verstehen oder ein gemeinsames Verständnis der Aufgabe, sondern - zumindest in den ersten beiden Phasen - um die Konstitution eines gültigen Wissens, d.h. *der* Lösung. Dies geschieht im traditionellen Unterricht, wie zahlreiche empirische Untersuchungen (BELLACK u.a. 1966, HOETKER/AHLBRAND 1969, STREECK 1979) belegen, in Form eines durchgängigen dreischrittigen Ablaufschemas: Der Lehrer stellt eine Frage, deren gültige Antwort er kennt; ein Schüler beantwortet die Frage; der Lehrer bewertet die Antwort. Dem dritten Schritt, der Bewertung, kommt hinsichtlich der *Konstitution der offiziellen Lösung* die entscheidende Funktion zu. Während der Lehrer nicht einfach etwas vorträgt, sondern die Schüler aktiv am Prozeß der Wissensvermittlung beteiligt sind, werden qua Bewertung aus den Beiträgen der Schüler diejenigen Aussagen ausgesondert, die (nicht) als Wissen gelten sollen (vgl. STREECK 1979, 250). Bei der traditionell fragend-entwickelnden Struktur des Mathematikunterrichts kann der Schüler letztlich nur ahnen, worauf der Lehrer "hinauswill".

Im Mathematikunterricht scheint darüber hinaus der Unterschied zwischen der Kompetenz des Lehrers und der des Schülers verglichen mit anderen Unterrichtsfächern ungleich größer hinsichtlich der Möglichkeit zur Lösung einer Aufgabe aus einem neuen Gebiet. Im Mathematikunterricht ist es schwieriger an außerschulischen Erfahrungen und einer außerschulischen Sprachpraxis der Schüler anzusetzen. Das liegt an dem logisch durchstrukturierten Fach Mathematik sowie an

der strengen Formalisierung der mathematischen Sprache. Wohl bietet das Fach Mathematik aufgrund dieser Eigenschaften die Chance, daß der Schüler durch logisches Schließen zu der vom Lehrer erwarteten Lösung einer neuen Aufgabe gelangt. Die Chance wird aber nicht genutzt, wenn schon die Aufgabe nicht eindeutig bestimmt ist und explizite Orientierungen durch den Lehrer im fragend-entwickelnden Unterricht von der Struktur ALA fehlen.

Das Interaktionsmuster ALA gilt dann insbesondere mit seinen ersten beiden Phasen als die Struktur einer Interaktion, in der eine real nicht vorhandene oder genutzte mathematisch relevante Kompetenz des Schülers im Sinne des *"als ob"* vorausgesetzt wird und in der trotz des "als ob"-Charakters die vom Lehrer in Form und Inhalt erwartete Lösung unter Beteiligung der Schüler rasch erreicht wird. Ist die Lösung in den ersten beiden Phasen konstituiert, bildet dann die Unterstellung, damit hätten die Schüler die gewünschten Einsichten gewonnen oder doch zumindest den verfahrungsmäßigen, technischen Teil der Aufgabe verstanden, die Grundlage für die weitere Diskussion der Aufgabe in der dritten Phase (vgl. auch die Analysen von KRUMMHEUER zum Begriff Arbeitsinterim in diesem Band).

In der eingangs dargestellten Unterrichtsszene deutet der Lehrer bei Beginn der dritten Phase diesen Zusammenhang mit "also" selbst an:

526 L: ja., was ist also zu dem ersten Verfahren von *(dreht sich zur*
527 *Klasse)* Axel zu sagen'

Die Unterstellung, die Schüler "wüßten schon", läßt dann die Mühe einer differenzierten und klaren Explikation der Bedeutung der Aufgabe subjektiv dem Lehrer überflüssig erscheinen.

3.4.2 Zur Bedeutung des Interaktionsmuster ALA für inhaltliche Vorstellungen der Beteiligten

Wenn als Hauptfunktion der ersten beiden Phasen des Interaktionsmusters ALA die Konstituierung eines Produkts, nämlich der mathematischen Lösung, bezeichnet wurde, schließt dieses nicht aus, daß im Vollzug des Interaktionsmusters Lernprozesse der Schüler stattfinden und beabsichtigt sind. Im Zusammenhang mit der Diskussion des Begriffs "Erfahrungsmuster" wurde darauf hingewiesen, daß der Interaktionsteilnehmer nicht nur eine Vorstellung von dem normalen Ablauf der Interaktion besitzt, sondern zugleich ihren *Gegenstand* in bewährter Weise bestimmt.

Der Schüler braucht in den ersten beiden Phasen trotz der relativen Unbestimmtheit der Aufgabenstellung sich nicht an einem größeren Sinnzusammenhang zu orientieren und systematisch vorzugehen.

In der ersten Szene z.B. kann er erfolgreich sein, wenn er versucht, Analogieschlüsse zwischen der aktuellen und der vorangegangenen Episode zu zienen, also den Mittelwert von noch zu bestimmenden Zahlen aus der Tabelle andeutet oder wie Claudia auf weitere "heimliche" Hinweise des Lehrers achtet. Die als erste antwortenden Schüler scheitern womöglich nur daran, daß sie die Analogie zu weit ziehen, indem sie gestützt durch die frischen Erfahrungen mit dem Begriff Mittelwert nach einem *Paar* von Zahlen suchen.

Der Lehrer fragte semantisch betrachtet nach einem Lösungs*weg* (491-494); aber die antwortenden Schüler begnügen sich mit der Angabe zweier Zahlen und der Rechenoperation. Der Lehrer wendet dagegen nichts ein, verstärkt es sogar (501, 503). Es scheint zwischen den Handelnden ein implizites Einverständnis als Teil des working consensus darüber zu geben, was in einer solchen Situation als Antwort auf die Frage nach dem Lösungsweg gilt, nämlich die Angabe relevanter Zahlen und der Rechenoperation. Der Lehrer handelt so, als ob er dann eine solche Antwort als *Indikator* für die Vorstellung von dem (nicht) erwarteten Lösungsweg nimmt. Er beginnt die Phase der Ergebnissicherung, nachdem Claudia die relevanten Zahlen nannte.

In der *Sprucharmut* der ersten Phase können private inhaltliche Vorstellungen der Schüler gedeihen, ohne daß sie gegebenenfalls ausgeräumt werden. Das Verhalten des Lehrers in dieser Phase weist möglicherweise auf ein traditionelles Verständnis von Schulmathematik des Lehrers hin, das BERNSTEIN (1975) mit dem Prinzip des "collectionscode" oder LENNÉ (1969) mit dem Begriff "Aufgabendidaktik" beschreibt. Das zu vermittelnde mathematische Wissen wird als fertig, in sich geschlossen und hierarchisch organisiert begriffen und daran habe sich die Kommunikation im Mathematikunterricht auszurichten (vgl. BUSSMANN in diesem Band), subjektive Vorstellungen der Schüler seien jedenfalls nicht primär Gegenstand der Kommunikation. PFEIFFER (1981) weist in einer empirischen Studie zur sozialen Organisation von Wissen im Mathematikunterricht u.a. nach, daß diese von LENNÉ geäußerte Einschätzung der Situation des Mathematikunterrichts noch heute Gültigkeit besitzt.

Die mathematische Aufgabe im Interaktionsmuster ALA ist für den Schüler von einer für diesen Mathematikunterricht spezifischer Art. Das zeigt sich auch, wenn man nach der Funktion der zweiten Phase in der Vorstellung des Schülers fragt. Pointiert und scheinbar paradox ausgedrückt bestimmt die in der zweiten

Phase entwickelte Lösung die anfangs gestellte Aufgabe, deren Folge sie ist. Da der Schüler die vom Lehrer im allgemeinen ad hoc formulierte Aufgabe allein aufgrund seiner bisher erworbenen Erfahrungen nicht eindeutig bestimmen kann, muß er zur *retrospektiven Bestimmung* auf Kontextelemente des Handlungsarrangements achten. Dazu zählt dann im besonderen die vom Lehrer ratifizierte Lösung bzw. der ratifizierte Lösungsweg. Der Schüler bleibt nicht mehr im Ungewissen, sondern erkennt jetzt, worauf der Lehrer "hinauswollte", auch dann, wenn der Lehrer selbst bei offenen Initiierungen einer Episode keine präzisen Vorstellungen davon besaß. Erhalten diese Erfahrungen der Schüler im Mathematikunterricht dann den Charakter der "Mausefalle" (SCHOPENHAUER)?

> In der dritten Phase schließlich problematisiert der Lehrer ein von Axel vorgeschlagenes, alternatives Lösungsverfahren. Axel kann jedoch seinen Fehler nicht in der vom Lehrer als wichtig erachteten Bedeutung offenlegen. Er expliziert nicht die "Logik" seines Verfahrens, sondern vergleicht es mit dem offiziellen Rechenweg, indem er angibt, sein eigenes Verfahren sei "nich so genau" (529), als ob die Genauigkeit des Zahlenergebnisses oder der Wahl der Zahlen, die er bis auf eine "getroffen" hat, das Kriterium für die Bewertung des Verfahrens sei.

Der abschließenden Diskussion des Musters ALA vorgreifend, läßt sich festhalten, daß die Schülerbeiträge Anzeichen für ein *sinnreduzierendes* Umgehen mit mathematischen Aufgaben sind. Wieweit die Hilfen des Lehrers in der dritten Phase hinsichtlich eines einsichtsvolleren Handelns der Schüler erfolgreich sind, hängt davon ab, ob und wie ein Schüler dann seinen privaten Lösungsprozeß und die damit verbundenen inhaltlichen Vorstellungen reorganisiert, nachdem er schon weiß, wie er technisch die Aufgabe hätte bewältigen können.

3.5 Das Interaktionsmuster unter institutionellen Bedingungen

Es wäre zu einfach, wollte man die beobachteten Regelmäßigkeiten im Mathematikunterricht auf dem Hintergrund bestimmter Zielvorstellungen kritisieren, ohne den Anteil des Musters ALA am Funktionieren der *Institution* Schule zu berücksichtigen. Dem Mathematikunterricht sind schulische *Aufgaben* institutionell vorgegeben. Zu ihnen zählen die zeitlich und inhaltlich sequentierte Vermittlung von einem vorab bestimmten Wissen und die systematische Beurteilung der mathematischen Leistungen der Schüler.

Das Muster ALA wird deshalb daraufhin zu untersuchen sein, welche Teilaufgaben auf welche Weise übernommen werden. In seiner Realisation werden in jeder Episode u.a. die folgenden Funktionen ausgefüllt:

(1) Es wird ein bedeutungsdefinites Ergebnis herausdestilliert. Insbesondere in der zweiten Phase wird hauptsächlich ein vom Mathematiklehrer gemäß seiner kurz- oder mittelfristigen Planung angestrebtes Ergebnis interaktiv konstituiert, teilweise bis in die Einzelheiten der Formulierung, ohne daß der Lehrer in zeitlichen Verzug gerät. Das Ergebnis kann dann z.B. an der Tafel festgehalten werden.

(2) Es wird die Aufgabe unter rationalen Gesichtspunkten betrachtet. Dies geschieht (relativ isoliert) in der dritten Phase auf der Grundlage eines als gültig ratifizierten Ergebnisses. Hier wird der ideale Lösungsweg teilweise skizziert; alternative Wege, die der Lehrer anderen Ergebnissen unterstellt, werden als falsch bewertet.

(3) Die Grundlage für spätere Prüfungssituationen wird geschaffen. Die Schüler werden befähigt, eine ähnliche Aufgabe zu lösen, ob algorithmisch durch Memorieren des technischen Verfahrens, das in Phase 2 vorexerziert wird, oder/und durch Reflexion in aktiver Interpretation der rationalen Begründungen in der Phase 3.

(4) Die Schüler sind an der offiziellen Kommunikation beteiligt. Sie werden durch die Kurztaktigkeit des Frage-Antwort-Bewertungs-Schemas ständig in der Spannung gehalten, auf die aktuelle Frage des Lehrers zu reagieren (LENNÉ verwandte für diese Form des Unterrichtsgesprächs die Formulierung "suggestiv gesteuerter Lehrervortrag aus dem Munde des Schülers").

(5) Schülerleistungen werden bewertet, in Phase 1 ihr spontaner Ansatz - Indikator bildet der Lösungsvorschlag -, in Phase 2 ihre Fähigkeit, einen Ansatz schrittweise bis zum Ergebnis auszuführen - Indikator bildet die Kohärenz der Schüleräußerung mit dem gültigen Verfahren - und in Phase 3 ihre Einsicht in den Bedeutungshorizont des mathematischen Problems.

Die Erfüllung der skizzierten Funktionen, die sicherlich auch anders getrennt hätten dargestellt werden können, sind, obgleich den Beteiligten im schulischen Alltag selbstverständlich, doch *institutionell abgesichert*. Aufgrund seiner Machtmittel kann ein Lehrer seine Geltungsansprüche bezüglich Richtigkeit durchsetzen. Aus diesem Grund hat ein Interaktionsmuster im Unterricht verglichen mit weniger institutionalisierten Zusammenhängen einen besonderen Charakter, wie z.B. auch empirisch an der relativ feststehenden dialogischen Struktur mit der ungleichen Verteilung von Dialogrollen abgelesen werden kann. Die Einlösung der Verpflichtungen, die Befolgung der Zugzwänge sind im schulischen Interaktionsmuster relativ rigide gesichert, was besonders in Konfliktfällen deutlich wird:

Zu (1) und (2): Kraft seiner ihm zugeschriebenen Kompetenz grenzt der Mathematiklehrer nicht gewünschte Äußerungen im allgemeinen als mathematisch unangemessen, als falsch aus. Im Hinblick auf die Möglichkeit des Lehrers, Sozialchancen über die Notengebung zu verteilen, erscheint ein öffentliches und möglicherweise nur intuitiv begründetes Widersprechen für den Schüler gefährlich. Es kann als sein persönliches Versagen bewertet werden. Der Zwang zur abschließenden, eindeutigen Bedeutungszuschreibung wird aber auch von den Schülern ausgeübt. Nicht zuletzt ihr Interesse an der Verwertung der Unterrichtserfahrungen für Prüfungssituationen läßt sie fragen, "was denn nun richtig sei". Bleibt die positive Bestätigung aus, besteht für den Lehrer die Gefahr, daß die Schüler unruhig werden, ihrem Unmut Luft machen und das möglicherweise indirekt durch Disziplinlosigkeit zum Ausdruck bringen.

Zu (3): Der Mathematiklehrer kontrolliert die geforderten Lernerfolge anhand weiterer Aufgaben, insbesondere in der der Einführung folgenden Übungsphase, in Test- und/oder Klassenarbeiten.

Zu (4): Schweigt ein zur Antwort aufgeforderter Schüler, bewertet der Lehrer dieses Verhalten in der Regel als persönliches, inhaltliches Versagen des Schülers oder als der Schülerrolle inadäquates Verhalten und sanktioniert es negativ, wie umgekehrt. Das Zeigen von Nichtverstehen durch den Schüler wirkt also selbstdiskriminierend. (Das bleibt natürlich grob gesagt, da wir hier die Differenzierung der Schüler mittels Zuschreibung individueller Eigenschaften durch den Lehrer, die Bedeutung situativer Merkmale u.ä. nicht berücksichtigen.)

Zu (5): Die Aufgabe der Bewertung von Schülerhandlungen bildet einen Aspekt der Lehrerrolle, wie sie in der Institution Schule definiert ist. Die Erfüllung dieser Aufgabe ist ebenso institutionell abgesichert, in unserem Fall durch den Zwang zur Erteilung mündlicher Zensuren.

Das Interaktionsmuster im Mathematikunterricht hat zusammengefaßt somit auch eine *Funktion* für die Institution Schule. Schüler und Lehrer verfolgen sie in den einzelnen Unterrichtssequenzen in Form von bestimmten Zugzwängen. Sie werden jedoch nicht nur vor dem Hintergrund von den Individuen eigentümlichen Erfahrungsmustern erzeugt und wahrgenommen, sondern sind eher intersubjektiven Zuschnitts und nicht so weit wie der working consensus aushandelbar. *Institutionelle Absicherungen* lassen den Lehrer und die Schüler auch im Konfliktfall den wechselseitigen Verpflichtungen in der Regel nachkommen. Es muß aber ausdrücklich betont werden, daß das einzelne Interaktionsmuster wie das Muster ALA wohl im Rahmen schulisch institutionalisierter Interaktion betrachtet werden

muß, nicht jedoch in seiner spezifischen Ausprägung aus den institutionellen Rahmenbedingungen einfach deduzierbar ist. Wir werden stattdessen im folgenden versuchen, die Realisation des Interaktionsmusters und "seine" Stabilität auf Routinen des Lehrers und des Schülers zurückzuführen.

4. Routinen im Mathematikunterricht

4.1 Die routinehafte Hervorbringung des Interaktionsmusters

In dem Modell des Interaktionsmusters wird nun angenommen, daß der Handelnde die ein Interaktionsmuster kennzeichnenden Aspekte in einer Situation *routinemäßig* wahrnimmt bzw. als Handlung routinemäßig vollzieht. Allerdings braucht nicht vorausgesetzt zu werden, daß das Interaktionsmuster dann als ganzes beim Handelnden irgendwie mental repräsentiert sei, daß die Handelnden in Anwendung des Wissens um das Interaktionsmuster dasselbe produzierten. Vielmehr wird ein Interaktionsmuster durch schulische Alltagsroutinen des Wahrnehmens, Erwartens und Handelns *Schritt für Schritt interaktiv* realisiert. Es erscheint aus der Beobachterperspektive als ein Netzwerk von Routine-Deutungen, -Erwartungen und -Handlungen der beteiligten Subjekte. Das Interaktionsmuster als ganzes bleibt eine in der Analyse kontruierte Struktur. Den Zusammenhang zwischen den Routinen und dem Interaktionsmuster beschreibt der Begriff der *Routinesituation*.

In der Sozialphänomenologie wird analytisch zwischen problematischen Situationen und Routinesituationen für das im Alltag handelnde Subjekt unterschieden (vgl. SCHOTZ/LUCKMANN 1979, 148ff). An einer Momentaufnahme aus dem Interaktionsfluß betrachtet, behandelt das Subjekt in unserem Mofell die für das Interaktionsmuster relevanten Aspekte der Situation routinemäßig, während andere Aspekte der Situation ihm problematisch erscheinen und seine ganze Aufmerksamkeit auf sich ziehen können. Zum Beispiel ist für den Schüler die inhaltliche Ausrichtung seines Antwortentwurfs an der gedeuteten Antworterwartung des Lehrers in der ersten Phase des Musters ALA ein Problem, das Spontaneität, unter Umständen sogar kreative Leistungen erfordert; aber es bleibt für den Schüler eine Selbstverständlichkeit, seine Antwort an der vom Lehrer angedeuteten Antworterwartung zu orientieren, d.h. nicht die Routinehandlung selbst, sondern die situationsadäquate Ausführung dieser erscheint problematisch.

Das Subjekt bestimmt und erwartet die aktuelle Situation, das *"Nahfeld"* der Interaktion, auf dem Hintergrund seines Erfahrungsmusters, das er damit gleichzeitig aktualisiert. Das Erfahrungsmuster fungiert dann sowohl als bewährte Auslegungs- wie Anweisungsschablone.

> "In diese Routinen gehen verdichtete Wahrnehmungsmuster und Erklärungsraster als ständiger kontrollierender, legitimierender und sinngebender Bezugspunkt des tatsächlichen Verhaltens ein." (HURRELMANN 1980, 48)

Diese routinemäßige Situationsbestimmung erscheint dem Subjekt umso verläßlicher und notwendiger, je weiter die Interaktion in einer Episode fortgeschritten ist, d.h. je eher für das Subjekt der bisherige Verlauf als musterhaft bestimmbar wird und je offensichtlicher die Zugzwänge werden. Damit wird erklärbar, warum ein vom Interpreten prognostiziertes Interaktionsmuster aus seiner Sicht eher zu Beginn einer Episode als in der späteren Entwicklung abbricht:

> "Vieles spricht ... dafür, daß ein schrittweise erst sich verfestigender Interaktionsprozeß vorliegt, in dem jeweils ein Einsatz den nächsten bestimmt, so daß in jedem Prozeßstadium ein anderer Verlauf als der beschriebene möglich ist, wenn auch mit ständig abnehmendem Freiheitsgrad." (BAUERSFELD 1978, 163)

Da der Lehrer im fragend-entwickelnden Unterrichtsgespräch den Fortgang der offiziellen Interaktion zum Teil plant, wird die Spanne der Interaktion, die der Lehrer routinemäßig retrospektiv und zeitlich vorgreifend bestimmt, vermutlich größer sein als die Spanne für den Schüler. Manches deutet darauf hin, daß das Nahfeld für manchen Schüler schon durch Beginn und Ende einer Episode oder sogar einer Phase im Muster ALA begrenzt ist, also sein Erfahrungsmuster in dieser Hinsicht "begrenzter" ist.

Die Angemessenheit einer von dem Erfahrungsmuster "nahegelegten" Routinehandlung wird von Handelnden nicht hinterfragt, als bewährte Handlung bleibt sie ihm selbstverständlich. Trotzdem sind das Erfahrungsmuster und die Routinehandlung für ihn deshalb nicht zwangsläufig durchsichtig:

> "Das Unbekannte wird nicht auf das Bekannte reduziert, sondern nur auf das vermeintlich Bekannte, das in Wahrheit Diffuse und Verschwommene, dessen Bekanntheit lediglich unterstellt wird." (LEITHÄUSER u.a. 1977, 64)

Gerade diese Diffusität des Routinewissens erlaubt, in unterschiedlichen Situationen situationsadäquat und doch gleichartig zu handeln. Und da die Routine konstitutives Merkmal des Interaktionsmusters ist, gilt für dieses Analoges (siehe S. 192f). Die Routinen können sich sogar hinter dem Rücken der intentionalen Handlungsorientierung der Subjekte durchsetzen, "bleiben dem Handelnden prinzipiell in der Regel verborgen, können mitunter deren bewußter Situationsdefinition und Handlungsplanung zuwiderlaufen." (SCHÖTZE 1975, II, 590, vgl. auch das Konzept "latente Sinnstrukturen" von OEVERMANN u.a. 1976).

Um aber nicht die große Bedeutung der Routine für den Schulalltag zu verleugnen - schon das Wort "Routine" hat in der Praxis einen negativen Beigeschmack (vgl. MEYER 1980, 50) -, müssen die positiven *Funktionen* der Routine beachtet werden:

Orientierungsfunktion: Die Routine ermöglicht selbstverständliches Handeln, ohne das in weiten Bereichen nichts funktionierte. Ihre Angemessenheit wird vom handelnden Subjekt nicht problematisiert, sondern durch das unbefragte Ausführen als gültig unterstellt. Die routinemäßige Kanalisierung der Entscheidung bewirkt eine Abschirmung des Routinehandelns. Der routinemäßig Handelnde entscheidet nicht zwischen Handlungsentwürfen. Die Orientierungsfunktion ist damit indirekt gegeben.

Sicherheitsfunktion: Die Routine läßt Situationen sofort und sicher bewältigen. Ihr ist die Lösungsgarantie beigefügt. In den routinisierten Handlungen "lassen wir uns gerne nieder wie in einem vertrauten Nest, dem Alltagsnest" (duBOIS-REYMOND/SÖLL 1974, 13).

Entlastungsfunktion: Die Routine entlastet den Handelnden. Sie befreit ihn von permanenten Entscheidungszwängen. Dies geschieht durch die unbefragt verfügbare Orientierung und durch die selbstverständliche Sicherheit und Vertrautheit des Ablaufs. Die Routine erlaubt dem Handelnden, seine Aufmerksamkeit auf andere Dinge zu richten.

Stabilisierungfunktion: In bezug auf das Subjekt wirkt jede Ausführung der Routine stabilisierend auf die Routine zurück. (Sie wirkt selbstverstärkend.)

Interaktive Funktion: In bezug auf Interaktionen hilft die Routine, die prinzipielle Ambivalenz und Doppeldeutigkeit der Interaktionssituationen zu überwinden, weil sie in dauerhaften Handlungsformen ihre Stabilität auch für andere Interaktionsteilnehmer wahrnehmbar macht. Sie bildet die Grundlage für intersubjektive Verständigung, indem jeder der Interaktionsteilnehmer unterstellt, der Partner bringe das Routinewissen in gleicher Weise zur Anwendung, so daß dieser aus der Vielfalt der Interpretationsmöglichkeiten das tatsächlich Gemeinte erfassen und zukünftige Handlungen antizipieren könne. Und gerade für den "schwachen" Schüler machen die Routinehandlungen des Lehrers den Unterricht verläßlicher.

Für das Interaktionsmuster ALA konnten *charakteristische* Routinen häufig identifiziert werden. In der Rekonstruktion des Musters ALA an der zu Beginn dargestellten Szene wurde schon eine mögliche Routine der Schüler genannt, nämlich die Regel, eine Lösung in der ersten Phase nur durch Angabe von relevant erachteten Zahlen und der Operation anzubieten. Man kann dieses Verhalten als *Sprach-*

armut werten, weil keine Sinnzusammenhänge konstruiert werden, sondern der Tätigkeitsbezug und die Quantifizierung im Vordergrund stehen, ein begrifflich-systematisches Verstehen also umgangen wird. Möglicherweise ist gerade dadurch die Routine erfolgreich: sie belastet den Schüler nicht mit einer tieferen Einsicht in die Problemstellung bzw. den Lehrer nicht mit einer sorgfältigen Explikation des Problemzusammenhangs und läßt doch andererseits zu, daß der Lehrer in der dritten Phase einen Sinnzusammenhang über die Zahlenangaben und Rechenschritte konstruiert. Die Spracharmut der Phase 1 ist dann als Teil des working consensus - also als Teil einer Verständigungspraxis, die sich durch Ausschalten der Gefahr der Explikation von grundsätzlichen Verstehensdifferenzen auszeichnet -, Voraussetzung der Phase 1, wie sie zugleich als Unfähigkeit ihre Folge ist.

4.2 Weitere Szenen aus dem Mathematikunterricht

Im folgenden wird eine Auswahl weiterer Routinen dargestellt, die zum Teil einen wünschenswerten Lernprozeß der Schüler ersetzen bzw. ihm zuwiderlaufen. Sie wurden unter der Frage rekonstruiert, wie Schüler und Lehrer mit unvertrauten Aufgaben im Unterricht umgehen und wie sich der Definitheitszwang im offiziellen Unterrichtsgespräch realisiert. Es werden vier Ausschnitte aus dem Mathematikunterricht der achten Klasse ausgewählt, in denen die Routinen besonders auffällig werden.

1) Vor der folgenden Szene kündigt der Lehrer die Beschäftigung mit einem für die Schüler neuen Begriff, dem Begriff "Wahrscheinlichkeit", an. Er läßt die Schüler zunächst beliebige Sätze bilden, in denen das Wort "wahrscheinlich" vorkommt.

48 L: ja ... was will man damit, damit ausdrücken', *(Cl +)* wahrscheinlich wird es heute regnen, wahrscheinlich wird X *(Name einer heimischen Fußballmannschaft)* trotzdem absteigen *(Jö +, Ut +)*

51 NS: *(leise)* wahrscheinlich wird Schalke absteigen. *(L lächelt, Jö →, Ut →, Cl →)*

53 L: Jörg *(Ut +, Cl +)*

54 Jö: ja also, ich glaube, das ist eine Vermutung, die aber durch einige Punkte doch begründet wird

56 L: ja' .. warum sagt man denn nicht, mit, mit Sicherheit wird es 57/58 heute regnen' *(Ax + (kurz), Th +, Gemurmel, Cl +)* oder', 59 mit Sicherheit wird es heute nicht regnen. *(Ut +, L leise)* 60 Ute. + *(kratzt sich am Kopf, lächelt, Ax +, Cl +, Th →)*

61 Ut: das weiß man nicht *(Th →)*

62 Cl: das weiß man ja nicht *(Th →)*

63 L: weiß man nicht., *(Th ↓)* ne', ja

64 S: wahrscheinlich

65 L: wovon hängt das denn

65a ab' *(Ax ↓)*

66 NS: von'er Wahrscheinlichkeit. *(Ax →)*

67 NS: tja. *(Ax →)*

68 NS: Zufall *(Ax →)*

69 NS: vom Wetter wahrscheinlich *(Ax →, SS lachen)*

70 L: wovon hängt das ab' *(St ↓, Ax →, L zeigt auf Ax, wird ernst,*

71 *St ↓)*

72 NS: vom Meteorologen, von den Wolken

73 Ax: vom Wetter *(SS lachen)* ...

74 L: vom Wetter. ja' *(lachend, zeigt auf S)*

75 NS: Zufall

76 St: nja, es ist Zufall oder -

77 L: jaha, sehr wichtiges Wort, Zufall. *(unterstreicht die Bedeutung*

78 *mit einer Handbewegung)*

79 St: ja oder Wahrscheinlichkeit

80 L: Zufall *(stockend)*

80a hängt das offenbar ab. ↓

An dieser Szene können mehrere Routinen exemplifiziert werden. Der Lehrer stellt eine offene Frage (48-50) (Initiierung der ersten Phase). Man kann ihm nicht unterstellen, daß er eine mathematisch relevante und differenzierte Antwort von den Schülern erwartet. Vielmehr liegt es nahe, seine Frage als einen improvisierten und vorläufigen Versuch zu interpretieren. SMITH/GEOFFREY beschreiben diesen Aspekt von Lehrerhandlungen in Anlehnung an HILGARDs Konzept des *"provisional try"* folgendermaßen:

> "In essence, much of the teacher's behavior needs to be analyzed as a tentative gambit, a trial that becomes a permanent part of the structure only as it meets certain criteria such as 'being interesting', 'promoting learning', and so forth." (SMITH/GEOFFREY 1968, 103)

Wenn auch die erklärte Absicht des Lehrers war, auf solche Weise "den Schülervorstellungen größeren Raum zu geben", so werden doch die mit diesem Verfahren eröffneten Optionen nicht eingelöst. Die Vorstellungen der Schüler werden nicht (rational) problematisiert. Jörgs Antwort z.B. erscheint schlüssig, allerdings, da sie deterministische Aspekte betont, in grundsätzlich anderer Art, als der Lehrer erwartet (54-55). So jedenfalls versteht der Lehrer die Antwort, wie man seiner Reaktion entnehmen kann. Er engt mit neuen Fragen den Horizont der möglichen Antworten stärker ein. Die Lehrerroutine, offene Fragen zu stellen und anschließend auf eine ganz bestimmte Antwort zuzusteuern, ohne von Beginn an geeignete inhaltliche Orientierungen zu bieten oder doch ohne sie in Reaktion auf Schülerantworten zu entwickeln, trägt hier nur zu einem *pragmatisch taktischen Verhalten* der Schüler bei.

Die Antworten der Schüler werden zunehmend beliebiger, willkürlicher und sinnloser. (Ihr Verhalten erinnert an das Verhalten der Kandidaten in der Fernsehsendung "Die Montagsmaler".) Sie folgen einer Routine, die man Versuch-Irrtum-Verfahren nennen könnte. Sie geben in der entspannten Atmosphäre dieses auch durch ihr scherzhaftes Benehmen kund. Sie probieren assoziativ und in rascher Folge vielfältige Deutungen aus, nicht um die "Sache" festzustellen, sondern um herauszufinden, was der Lehrer gerade erwartet, *was* "Sache sein *soll* und *wie* sie gesagt sein soll (vgl. MONZINGER 1981). Die Schüler sind gemäß des working consensus von der Verantwortung für ihre Beiträge entbunden. Deshalb braucht die Sicherheit, mit der Schüler nicht eindeutige Fragen beantworten, nicht zu verwundern.

Wie gelangen aber die Schüler zu der erwarteten Antwort, die wohl inhaltlich schon gegeben war (61-62), nur noch nicht in der erwarteten Fassung? Der Lehrer fordert sie hier suggestiv auf, einen Satz (65) zu ergänzen. Die Routine des suggestiven Hinweises mit Lösungsgarantie war schon in der eingangs dargestellten Szene, als der Lehrer non-verbal auf die relevanten Zahlen wies, rekonstruiert worden. Hier offenbart sie aber deutlich ihren *sinnreduzierenden* Charakter; denn obgleich der Lehrer semantisch betrachtet nach einem Grund für den Regen fragt: "hängt ab", machen er und der dann erfolgreiche Stefan Gebrauch von einer gemeinsamen Sprachpraxis, genauer von dem Wissen um die geläufige Redewendung "etwas hängt vom Zufall ab" (siehe Duden 2 - Das Stilwörterbuch 1972 unter dem Stichwort "abhängig"). Entsprechend kann man von einer Schülerroutine sprechen, nämlich das Achten auf situative Merkmale des Handlungarrangements zum Zweck der situationsadäquaten Deutung der Antworterwartung des Lehrers.

Wie beliebig die Antwort für den Schüler ist, zeigt sich auch in seinem Nachschieben einer zweiten Antwortmöglichkeit (79). Sein zweites Angebot, der willkürliche Versuch, die Aufgabe mit der Ankündigung des neuen Themas zu verbinden, läßt auch auf eine besondere Form des Versuch-Irrtum-Verfahrens schließen, nämlich die taktische *Verwendung von Wörtern und Wendungen*, die der Lehrer als signifikant andeutete, ohne daß sich der Schüler der Bedeutung der Wörter sicher ist (vgl. auch "Mittelwert" in der eingangs dargestellten Szene). Diese Routine ist dann erfolgreich, wenn entsprechend auch der Lehrer diese Wörter als Erkennungszeichen für ein dahinter vermutetes Verständnis nimmt. Der Schüler gebraucht diese Worte nicht, um etwas zu bezeichnen, sondern um den Eindruck zu erwecken, er habe das Bezeichnete verstanden. Hier wird diese Handlungsweise als Taktik sichtbar, weil sie erfolglos bleibt.

Bei dieser Kritik darf aber nicht die mögliche positive kommunikative Funktion der Routine übersehen werden, daß nämlich der Schüler tentativ den "Lehrercode" übernimmt. Mit Hilfe dieser Routine wird in einer Einführungssituation sehr schnell eine gemeinsame Sprache entwickelt, die nicht oberflächlich bleibt, sofern der Lehrer die von den Schülern den Worten versuchsweise zugeschriebenen Bedeutungen zu verstehen sucht. Dies kann gelingen, sofern der Lehrer z.B. den Kontext des Gebrauchs der Worte berücksichtigt und eventuell nachfragt, also das Wort nicht als alleinigen Indikator für Verstehen nimmt, den Schüler nicht als "black box" behandelt, sondern sensibel differenzierte Vorstellungen über die mentale Aktivität des Schülers situativ entwickelt, soweit das bei Stofffulle, Klassengröße und Handlungsdruck möglich ist.

2) Ein Beispiel für ein konstruktives Umgehen mit der Schülerroutine, der tentativen Verwendung des Lehrercodes, bildet folgende Szene aus der ersten Stunde der Unterrichtseinheit. Die Szene ist nach dem Modell ALA der dritten Phase entnommen. Zweck der Episode ist die begriffliche Beschreibung der intuitiven und vorläufigen Vorstellungen der Schüler zum Ausgang eines Zufallexperiments.

180 St: ja, B könnte höher setzen, eh, da die Wahrscheinlichkeit,
181 daß B gewinnt höher ist da mehr eh uneinfarbige Felder vor-
182 handen sind als einfarbige

183 NS: mein ich nämlich auch *(L hört gespannt zu)*

184 St: ist die Wahrscheinlichkeit natürlich größer, daß eine nicht-
185 einfarbige eh Fläche nach oben kommt.

186 NSS: *(mehrere Schüler bewerten den Vorschlag, B setze höher, als*
-190 *unsinnig)*

191 L: ja, die Wahrscheinlichkeit ist größer', sagst du, was meinst
192 du damit' *(Ax +, (kurz), Jö +, Uw +)*

193 NSS: *(Gemurmel)*

194 L: was meinst du damit, die Wahrscheinlichkeit ist größer' *(Jö +,*
195 *Uw +)*

196 St: ja, also daß, also eine Fläche, wenn man jetzt würfelt'

197 L: ja.

198 St: also keine einfarbige Fläche, daß wenn man die Würfel, daß
199 die Wahrscheinlichkeit da höher ist., es sind ja nur zwei ein-
200 farbige und zwei nicht einfarbige

201 L: nee, vier

202 St: eh, vier

Auffällig ist die Verwirrung Stefans, als der Lehrer nach der Bedeutung seines Ausdrucks "die Wahrscheinlichkeit ist größer" fragt. Die selbstverständliche Unterstellung des Erfolgs seiner Routine erweist sich als problematisch, das Lehrerhandeln entspricht nicht seinem Erfahrungsmuster, trotzdem wendet er die Routine kurz darauf wieder an:

205 L: jetzt hast du ja hier was von Wahrscheinlichkeit. *("heraus-*
206 *kitzelnde" Handbewegung)* gesagt .. *(Jö +)* kannst du das mal
207 so 'nen bißchen genauer formulieren, was du damit meinst
208 Stefan.

209 St: also, ja das is der Zufall eh, is also *(Ax +)* das eh das
210 nicht einfarbige eh eine nicht einfarbige Seite kommt, das
211 is da, daß da, dort die Wahrscheinlichkeit größer ist *(Jö →, Ax →)*

212 L: ja' *(Jö →, Ax →)*

213 St: einfach weil die Chancen eh *(Jö →, Ax →)*

214 L: Chancen, ja, gut *(lächelt, Jö →,*
215 *Ax →)*

216 St: ungleich sind. *(Jö +)*

217 L: ja' *(Ax +)*

Der Ausdruck "das ist Zufall" oder "das hängt vom Zufall ab" taucht in dem Unterricht wiederholt in solchen Situationen auf, in denen Schüler ihre eigenen Beiträge weiter explizieren sollen, jedoch Schwierigkeiten haben, der Forderung

gerecht zu werden. Die Funktion des Gebrauchs dieses Ausdrucks liegt dann vermutlich nicht allein in der Beschreibung eines Sachverhalts, sondern hauptsächlich in dem kommunikativen Versuch, anzudeuten, eigentlich meine man ja dasselbe. Es ist, als ob der Schüler dem Lehrer eine "Losung" gibt, damit es weiter ginge. Wie diese Losung entstand, wurde oben beschrieben. In der vorliegenden Szene wird besonders deutlich, wie hartnäckig der Lehrer nachfragen muß, bis der Schüler anfängt, "einfach" (213) seine eigenen Worte zu gebrauchen. Das mag mit der Besonderheit des Faches Mathematik zusammenhängen. Sein Gegenstand sind ideelle Gebilde, die nur gedanklich zugänglich sind. Andererseits ist seine Sprache so streng formuliert, daß die Bedeutung der mathematischen Vokabeln unter Mathematikern nicht fortwährend situativ ausgehandelt werden muß.

3) In der ersten Szene wurde die Lehrerroutine, Suggestivfragen zu stellen, rekonstruiert. In der folgenden Szene läßt sich die Suggestivfrage als ein Mittel zur Lösung eines didaktischen Problems aufweisen. Die Äußerungsfolge, die der dritten Phase des Musters ALA zugeordnet werden kann, stammt aus der zweiten Stunde der Unterrichtseinheit. Sie wiederholt sich in dieser Form fünfmal, immer dann, wenn die prospektive Bedeutung eines Wahrscheinlichkeitswertes den Gegenstand des Unterrichtsgesprächs bildet, in diesem Fall die Zahl 0,57:

794 L: bedeutet
795 das wenn sie das also zehntausendmal macht *(SS lachen)* daß dann
796 genau fünftausendsiebenhundert mal', dieser Versuchsausfall da is'
797 *(Ax +, Sf +, L sieht lächelnd in die Klasse, 5 sec)*
798 wenn die Wahrscheinlichkeit tatsächlich exakt nullkommafünfsieben
799 is, wird das bedeuten' .. wie hoch, fünftausendsiebenhundert mal
800 bei zehntausend, *(Th + (zögernd))* ist dieser Versuchsausfall,
801 *(zeigt mit dem Daumen auf die linke Tafel)* kann man so etwas
802 sagen -, *(Cl +)* Thomas *(Ax +, Sf +)*

803 Th: nja so ganz genau nie .. *(L bedeutet Th mit den Händen, lauter*
804 *zu sprechen)* also ganz genau kann mans nie' sagen.

805 L: sondern' *(zeigt ein ernstes Gesicht)*

806 Th: es hängt ja immer vom Zufall ab (.)

807 L: ja aber', trotzdem'

808 Th: aber es ist ziemlich genau. *(L lächelt kurz)*

809 L: so etwa fünftausendsiebenhundert mal ne', ja.

Die Wahrscheinlichkeit wird zumindest bis zur zehnten Klasse im Unterricht nicht streng axiomatisch eingeführt. Vielmehr gilt die Herstellung der Verbindung zwischen mathematischem Modell und beobachteten Regelmäßigkeiten in

der Wirklichkeit als ein wesentliches Ziel des Unterrichts in Wahrscheinlichkeitsrechnung. Um in der Einführung der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu einer ersten für den Schüler sinnvollen Definition der Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis zu gelangen, muß das *empirische* Gesetz der großen Zahl thematisiert werden: die relative Häufigkeit für das Eintreten eines bestimmten Ereignisses wird vermutlich umso näher bei einem bestimmten Wert liegen, je öfter das Experiment wiederholt wird. Das mathematische Korrelat zum empirischen Gesetz, das *Gesetz der großen Zahl*, kann erst im späteren Verlauf des Unterrichts behandelt werden. Der Lehrer steht deshalb vor dem Problem, ein empirisches Prinzip im Unterricht behandeln zu müssen, ohne jedoch die mathematischen Mittel zu seiner Präzisierung verwenden zu können.

Die Äußerungsfolge erweckt den Anschein einer "inszenierten Dialektik". Der Lehrer stellt suggestiv eine Frage (794-802), die eine Verneinung provoziert (803-804). Er fordert dann den Schüler wiederum suggestiv auf, den in der Antwort bisher nicht genügend entwickelten Aspekt hervorzuheben (805/807). Der Schüler antwortet entsprechend (808). In seiner Rephrasierung bietet der Lehrer die "Synthese", die verbindliche Aussage (809). Die Äußerungsfolge erscheint als "inszeniert", da der Lehrer die möglichen Antworten eindeutig vorstrukturiert; sie verläuft scheinbar dialektisch, da nicht die Logik der Sache, sondern die Logik der Interaktion mit ihren jeweiligen Zugzwängen maßgeblich wirkt. Das szenische Mitvollziehen der Äußerungsfoge ersetzt hier möglicherweise für einige Schüler die individuelle Auseinandersetzung mit dem empirischen Gesetz der großen Zahl.

4) Zu Beginn des Musters ALA in unserem Modell stellt der Lehrer eine relativ mehrdeutige, offene Frage. Wir haben festgestellt, daß Schüler und Lehrer mit Hilfe verschiedener Routinen die Mehrdeutigkeit reduzieren. Trotzdem kann ein Schüler noch gänzlich unerwartete Beiträge liefern, die den Mitschülern sinnvoll, gegebenenfalls schlüssig vorkommen können. Wie geht der Lehrer mit ihnen um? An folgenden Ausschnitten wird eine der möglichen Lehrerroutinen rekonstruiert, die in solchen Situationen handlungsrelevant werden. Darüber hinaus offenbaren die Ausschnitte, daß der Lehrer auch strategisch mit der Versuch-Irrtum-Routine der Schüler umgehen kann. Die hier (zum Teil zusammengefaßte) Szene stammt aus der vierten Stunde der Unterrichtseinheit. Die Aufgabe bezieht sich auf drei Scharfschützen, die auf einen Bankräuber mit der Trefferwahrscheinlichkeit 0,8; 0,7 und 0,5 schießen.

257 L: so. ja. und mit welcher Wahrscheinlichkeit trifft wenigstens
258/259 einer' *(8 sec)* wie könnte man das hier jetzt herausfinden -
260 *(lächelt, Uw ↑, Cl ↑, 4 sec)* Uwe

261 Uw: (es gibt?) da vielleicht son Durchschnitt daraus machen ..
262 also .. das alles zusammenrechnen nullkommaacht plus nullkom-
263 masieben plus nullkommafünf und dann durch drei teilen' ...

264 L: ja -, wäre zumindest ne Möglichkeit - *(lächelt)* äh .. kannst
265 das mal begründen, warum das nach deiner Meinung richtig is - ...

266 Uw: ja man sucht da ja son Mittel, denn der be, beste Schütze, der

267 L: jaa'

268 Uw: is die Wahrscheinlichkeit natürlich größer als beim kleinen

269 L: ja

270 Uw: bei dem schlechten Schützen mein ich .. + und das kann na-
271 türlich sein daß n der schlechte trifft oder daß n n der beste
272 trifft und deshalb
273 sollte man ein Mittel *(S hustet)* (..) finden.

Lehrer und Schüler stellen darauf gemeinsam fest, daß die Wahrscheinlichkeit für mindestens einen Treffer größer als 0,8 sein muß und Uwes Vorschlag auf einen kleineren Wert führt.

309 L: was is zu deinem Ansatz zu sagen *(lächelt)*

310 Uw: chaotisch.

311 L: ja - chaotisch will ich nich sagen ne .. liegt zunächst mal nahe
312/13 aber .. siehst ein daß offenbar nicht

314 Uw: mhm

315 L: nicht ganz brauchbar is
316 ne' .. gut. ja hat einern andern Vorschlag. *(Th +, Ch +)* wie wa
317 daran gehen können *(5 sec, schaut Th an)*

318 Th: (vielleicht könnte man?) eh, die beiden Wahrscheinlichkeiten
319 so zusammenziehen, (..) und dann -

320 L: also die drei,
321 addieren

322 Th: ja

323 L: bitte dann' .. zwei .. *(lacht)* also die Wahr-
324 scheinlichkeit is zwei. *(SS lachen und murmeln, 7 sec, L deutet*
325 *auf St)* bitte

326 St: von hundert Schüssen treffen zweihundert

327 L: *(wendet sich zu Th)* von hundert Schüssen treffen zwei-
328 hundert *(SS lachen)* wie kommt er *(deutet auf St)* dărauf ..

Lehrer und Schüler stellen gemeinsam fest, daß die Wahrscheinlichkeit für mindestens einen Treffer kleiner als eins sein muß.

346 L: also Zahlen zwischen null und eins, was andres ist
347 sicherlich kaum sinnvoll insofern ist natürlich ne Addition
348 *(deutet zur Tafel)* hier, nich mehr sinnvoll ne' + *(S lacht, Cl +)* gut. Claudia

351 Cl: *(unsicher)* vielleicht kann man die Differenz von dem ganzen
352 äh .. nullkommaacht und nullkommasieben die Differenz äh äh

353 L: was würde dabei als Ergebnis herauskommen -

354 NS: (mhm mhm das mit den Nenner?) ...

355 L: auf jeden Fall ne Zahl welche'

356 Cl: *(leise)* wenn wa die zusammenrechnen is weniger als nullkomma-
357 acht

358 L: aha, kann das sein'

359 Cl: nee (doch nich?)

360 L: ne. *(schaut in die*
361 *Runde)* also das haut nich hin

Die drei Vorschläge der Schüler sind zweifellos matehmatisch falsch. Wichtig erscheint hier, daß der Lehrer sie nicht auf konstruktive Weise ablehnt, indem er z.B. die Mängel der *Ansätze* hervorhebt. Er lehnt sie im Hinblick auf den gültigen Lösungsbereich ab. Der Schüler ist jeweils aufgefordert, seinen Ansatz fortzuführen, bis er schließlich zum (offensichtlich?) falschen Ergebnis gelangt. Vergleichbar mit der entsprechenden Phase im sokratischen Gespräch führt der Lehrer die Schüler in die Aporie. Es wird vorgeschlagen, die Bankräuberszene mit Urnenversuchen zu simulieren.

Die Routine, Lösungsansätze der Schüler an der Lösungserwartung messend abzulehnen, kann als Mittel zum Zweck der Motivierung für eine folgende Phase gelten. Sie kann indirekt die Grenzen des Versuch-Irrtum-Verfahrens der Schüler aufzeigen. Auf der anderen Seite wird das Lösungsverhalten der Schüler nicht konstruktiv orientiert. Die Schüler bleiben darauf verwiesen, wiederum einen neuen Ansatz vorzuschlagen, bis der Lehrer eine Antwort als hilfreich akzeptiert oder selbst wesentliche Hinweise gibt, also die Phase 2 beginnt.

4.3 Genese von Routinen

Abschließend zum Thema Routine sei die Genese der Routinen und der mit ihnen verbundenen Erfahrungsmuster kurz angesprochen (vgl. SCHOTZ/LUCKMANN 1979). Ihre Beachtung unterstützt eine erhoffte Verwirklichung von Innovationen im Mathematikunterricht. Da empirische Aussagen zur Genese von Routinen beim augenblicklichen Stand des Projekts nicht vorliegen, aufgrund seines Designs auch nur andeutungsweise zu erwarten sind, sollen hier die Betrachtungen auf theoretisch-analytische Differenzierung beschränkt bleiben (vgl. dagegen MEHAN 1979). Die Genese von Routinen kann auf unterschiedliche Weisen eingeleitet werden:

(1) Wenn sich eine Handlung, eingebettet in bestimmte Deutungsprozesse immer wieder adäquat zur *Bewältigung* von Interaktionen erweist, können sich eine Routine und mit ihr das entsprechende Erfahrungsmuster ausbilden, sogar schon als Verselbständigung der ersten intensiv erlebten Interaktionsformen (beispielsweise beim ersten Zusammentreffen von einer Klasse mit ihrem Lehrer). Dies geschieht umso eher, je verträglicher der Handlungstyp mit weiteren subjektiven Erfahrungen, Werten usw. ist. Die ehemals bewußt erfahrene Verhaltensweise und die damit verbundenen Deutungsprozesse werden durch *wiederholte* Aktualisierung habitualisiert und eingeschliffen.

> "Die Erfahrungen büßen ihren Charakter der 'Wohlumschriebenheit' immer mehr ein und können in den Hintergrund des ganz und gar Vertrauten, Selbstverständlichen des Erfahrungsablaufs versinken." (SCHOTZ/LUCKMANN 1979, 274)

Obwohl sich die Routine grundsätzlich biographisch ausbildet, stellt sie nicht nur eine individuelle Problemlösung dar, sondern ist besonders im Schulbereich zum weitaus überwiegenden Teil in Form traditioneller Problemlösungen *sozial* abgeleitet, wobei die typischen Deutungsweisen und Orientierungen mit übernommen werden.

(2) Verhaltensrezepte können im Hinblick auf übergeordnete Pläne *explizit* auf sprachlicher Ebene vermittelt werden. Ihre Ausführung muß jedoch auch hier erst "eingeübt" werden, bis sie zur Routine werden. Dieser Fall ist m.E. für die oben rekonstruierten Routinen und Erfahrungsmuster weniger wahrscheinlich.

(3) Routinen können sich aber auch *verdeckt* bilden, z.B. Lehrerroutinen in Anpassung an soziale Vorbilder während der beruflichen Sozialisation oder schon vorher über die *Internalisierung* der Schülerrolle. (Beispielsweise ist das "Lehrerecho" schon ein bei Lehranfängern beobachtbares Phänomen.) Dabei werden die mit der Situation in assoziativer Weise verbundenen typischen Deutungsprozesse und Orientierungen mit übernommen, ob sie selbst in

den Griff des Bewußtseins kommen oder nicht. Der frühe Zeitpunkt der Genese einiger Routinen mag dann *ein* Grund für die notwendige Langfristigkeit der Durchsetzung von Innovationen im schulischen Unterricht sein.

Die soziale Vermittlung der Routinen schlägt sich nieder in dem "Prinzip der dirigentenlosen Konzertierung" (BAUERSFELD 1982, 28), das als Phänomen auch in der freien Gruppenarbeit von Schülern an mathematischen Aufgaben bei Abwesenheit des "Dirigenten" Lehrer beobachtbar ist. Dort vollziehen beobachtete Schüler eben die gleichen Routinehandlungen wie im Mathematikunterricht. Der Lehrer bleibt virtuell anwesend, zum Teil übernimmt ein Schüler seine Rolle.

Die Koordination von routinisierten Aktivitäten im Unterricht ist Produkt einer sozialen Vermittlung von Deutungs- und Orientierungsschemata und Handlungstypen. Die Koordination von Handlungstypen findet ihren Ausdruck im Interaktionsmuster, die Koordination von mentalen Aktivitäten im working consensus.

Gerade der beobachtete Mathematikunterricht mit seinem ziemlich genau vorhersagbaren Rhythmus von Handlungserwartungen bietet einen fruchtbaren Boden für die sich reproduzierenden Routinen. Die Chance für die Ausbildung von Routinen und das routinemäßige Handeln in Situationen ist gerade dann groß, wenn die Handelnden vorabbestimmte Ergebnisse erzielen müssen, unter großem Handlungsdruck stehen, und wenn die Informationsbeschaffung und -verarbeitung für reflektierte Entscheidungen einen hohen Aufwand erfordert (vgl. UHLICH 1982, 87). Diese Merkmale treffen auf den fragend-entwickelnden Mathematikunterricht zu.

5. Potentielle Folgen des Interaktionsmusters ALA

Es wurde am Beispiel des Musters ALA gezeigt, daß ein Interaktionsmuster neben der Strukturierung und Kontrollierung *sozialer* Situationen insbesondere der reibungslosen Behandlung *inhaltlicher* Probleme im offiziellen Unterrichtsgespräch dient. Wenn wir jetzt im folgenden unter fachdidaktischer Perspektive zusammenfassend nach den Nachteilen einer Interaktion von der Struktur ALA fragen, bleiben intentionale Aspekte der Lehrerhandlungen unberücksichtigt. Wohl kann ein Lehrer seinen Anteil an der Strukturierung des Unterrichtsgesprächs mit der erklärten Absicht rechtfertigen und legitimieren, er verfolge bestimmte Ziele, die hier unthematisiert blieben. Da sich aber "unter seiner Hand" eine Routinepraxis durchsetzt und das Interaktionsmuster und die damit verbundenen Routinen diese Praxis ständig wirksam reproduzieren, ist es legitim, unabhängig von den Absichten des Lehrers nach den potentiellen Folgen dieser Praxis für das Lernverhalten der Schüler zu fragen.

Es wird ausdrücklich darauf hingewiesen, daß der einzelne Lehrer hier nicht bewertet werden soll. Seine Anleitung von *geglückten* Lernprozessen fand gerade in Situationen statt, die hier zum großen Teil nicht aufgeführt wurden. Die in diesem Sinne nicht repräsentative Auswahl von Szenen geschah nur, um auf typische Strukturen des traditionellen Unterrichtsgesprächs im Mathematikunterricht hinzuweisen. Die Szenen wurden also als illustrative und repräsentative Beispiele für das Interaktionsmuster ALA und für einige Routinen verwandt und sind daher keine Grundlage für die Bewertung des Lehrers. (Der Lehrer hat eine jahrzehntelange Praxiserfahrung.)

Die Vorstellung, daß Objekte ihre Bedeutung für das Subjekt durch den Kontext ihres Gebrauchs und nicht durch eine formale Logik erhalten, ist für uns leitend. Darin stimmen viele Autoren überein (vgl. WITTGENSTEIN, SCHOTZ, GARFINKEL, BLUMER und auch FREUDENTHAL 1973, II, 559ff). Die Schüler eignen sich (1) die mathematischen Wissensinhalte und (2) die Prozeduren des Umgangs mit ihnen hauptsächlich in der unterrichtlichen Interaktion an, weshalb die Bedeutung der Inhalte und der Umgang mit ihnen stets in gewisser Weise die Interaktionssituationen widerspiegeln, in denen sie vermittelt wurden.

(1) Das geteilt geltende Wissen und die subjektiven Vorstellungen der Schüler

Als Phänomen wurde eine gewisse *Spracharmut* in den besprochenen Szenen festgestellt. Sie war auch charakteristisches Merkmal der Kleingruppenarbeit der beobachteten Schüler, denen nach den Unterrichtsaufnahmen Problemaufgaben gestellt wurden. Ebenso wurde oben auf die taktische Bedeutung vager, tentativer Äußerungen im offiziellen Unterrichtsgespräch hingewiesen: Spracharmut als Teil des working consensus. Die mangelnden Kommunikationsmöglichkeiten tragen nicht dazu bei, daß ein in der zweiten Phase entwickeltes und als geteilt geltendes Ergebnis als Ausdruck identischer Bedeutungszuschreibungen interpretiert werden kann. Vielmehr ist es möglich, daß Schüler ein in der ersten Phase geweckte und gänzlich anderes Verständnis von dem Sinnzusammenhang der Aufgabe entwickeln, das in der dritten Phase nicht mehr umstrukturiert wird.

Es mag den Schülern beispielsweise genügen oder nur möglich sein, das *technische Verfahren* zur Entwicklung des Ergebnisses zu kennen, während sie ihre Aufmerksamkeit nicht auf die Bedeutung der Aufgabe hinsichtlich eines über die einzelne Episode hinausgehendes Interesses an der Aufgabe richten. KRUMMHEUER (1982) hat am Beispiel des Mathematikunterrichts einer achten Klasse grundsätzlich verschiedene Verstehensleistungen der Beteiligten rekonstruiert und die Präferenz eines "algorithmischen Rahmens" der Schüler sowohl empirisch belegt

wie theoretisch mit Hilfe eines Identitätskonzepts erklärt. FREUDENTHAL (1973, I, 133ff) wies bereits auf die Gefahr der algorithmischen Rahmung hin.

In welchem Maße das Unterrichtsgespräch in der dritten Phase des Musters ALA mit ihrer semantisch reicheren Sprache die subjektiven Vorstellungen der Schüler gegebenenfalls verändert, bleibt wegen der Kurztaktigkeit des Unterrichtsgesprächs fraglich. Möglicherweise wird diese Phase von Schülern als ein mit neuen Anforderungen beginnender neuer Erfahrungsbereich betrachtet. Während der Lehrer die dritte Phase für wesentlich hält, mag ein Schüler sie als bloßes Ritual verstehen, da er schon zu wissen meint, "wie es geht". Vorläufiges Auswerten der beobachteten Kleingruppen von Schülern lassen jedenfalls festhalten, daß in den Kleingruppensitzungen keine nachträgliche begriffliche Problematisierung einer gelösten Aufgabe stattfand. Diese Beobachtungen offenbaren weiterhin mathematisch falsche Vorstellungen der Schüler zum Wahrscheinlichkeitsbegriff, die nicht durch den Unterricht revidiert wurden.

Das Muster ALA stellt zusammengefaßt die Struktur einer Interaktion im Mathematikunterricht dar, in der im wesentlichen ein als geteilt geltendes Ergebnis konstituiert wird, ein geteiltes Verstehen jedoch nicht gesichert ist.

(2) Die geteilt geltende Aufgabenlösung und die Problemlösefähigkeit der Schüler

Wenn man den Aufgabelösungsprozeß in Form des Musters ALA mit für ideal erachteten Problemlöseprozessen z.B. bei POLYA (1949) oder BIERMANN u.a. (1977) vergleicht, fällt auf, daß hier bestimmte *Problemlösefähigkeiten* nicht gefordert und deshalb auch wahrscheinlich nicht entwickelt werden. Da schon die Aufgabe für die Schüler nicht klar umrissen ist, werden in den ersten beiden Phasen des Interaktionsmusters ALA keine Pläne konstruiert, die zur Lösung der Aufgabe führen könnten: Das Interaktionsmuster ersetzt die mentale Konstruktion von Plänen.

Oben wurden einige "heuristische" Methoden genannt, die Schüler anwenden. Sie werden nicht langfristig verfolgt, sondern dienen situativ der Lösung der heimlichen Aufgabe, die Lehrererwartung in der aktuellen Situation herauszufinden und sie zu erfüllen. Die Hilfen des Lehrers sind entsprechend nicht prozeßorientiert, sie zielen darauf, daß der Schüler möglichst sicher und möglichst rasch die erwartete Lösung nennt, bzw. einen für die Lösung verwertbaren Beitrag liefert. Die Schüler eignen sich also bestimmte nicht wünschenswerte Routinen des Umgangs mit ungewohnten mathematischen Aufgaben *im szenischen Mitvollzug* des Interaktionsmusters an, aber nicht in reflektierter Einstellung zur Aufgabe.

In der dritten Phase wird der Lösungsprozeß zum Teil problematisiert. Sie bietet für den Schüler die Gelegenheit, seinen eigenen Lösungsprozeß zu reflektieren und dabei wünschenswerte Fähigkeiten des Problemlösens zu erwerben oder zu festigen. Wie wir gezeigt haben, kann ein Schüler jedoch auch im Unterricht "überleben", wenn er diese Möglichkeit nicht nutzt. Hier findet möglicherweise eine Differenzierung der Schüler statt, die dann unter dem Etikett "mathematische Begabung" gehandelt wird. Die Bedingungen während der dritten Phase sind auch nicht günstig für individuelle "Rückschau" (POLYA 1949). Der Zusammenhang zwischen Intuition und Rationalität wird vom Lehrer nicht mit den Schülern entwickelt. Die Problematisierung bleibt am erwarteten Lösungsprozeß ausgerichtet, setzt nicht an denjenigen Vorstellungen der Schüler an, mit denen sie ihre Lösungen produzieren.

Nach der umfangreichen Studie von HOPF (1980) erfolgt der gängige Mathematikunterricht als Frontalunterricht und nach der fragend-entwickelnden Methode bzw. dem Frage-Antwort-Unterricht in engen Schritten. Wenn er dabei so ähnlich verläuft, wie es mit dem Muster ALA beschrieben wurde, kann es nicht verwundern, daß in empirischen Untersuchungen häufig festgestellt wird, daß Schülern genügende Fähigkeiten fehlen, um ungewohnte mathematische Aufgaben zu lösen (siehe BAUERSFELD 1982, BURNETT 1981, KRAUSE/REINERS-LOGOTHETIDOU 1981, NÄGERL u.a. 1973 und 1975).

Aber: Ist die Kritik an dem beobachteten Mathematikunterricht berechtigt, da der Lehrer keine Problemaufgaben im engeren Sinne stellte und er auch nicht einen Lösungsprozeß im Sinne POLYAs initiieren wollte? Wäre es nicht statt einer Kritik notwendig, auf spezielle Unterrichtsgelegenheiten zu verweisen, in denen explizit Problemlösefähigkeiten vermittelt werden? Die Fragen sind berechtigt, wenn man annehmen darf, daß die Schüler ihre wiederholten Erfahrungen mit dem Lösen ungewohnter Aufgaben in Einführungssituationen des Mathematikunterrichts dann radikal umorganisieren, wenn der Problemlöseprozeß selbst Thema des Unterrichts wird. Aufgrund von Untersuchungen zur Bereichsspezifität formaler Denkstrukturen (vgl. SEILER 1973, TURIEL 1982) muß man eher davon ausgehen, daß die Schüler ihre Erfahrungen nicht in dem Maße reorganisieren, sondern sich die Erfahrungen in verschiedenen, voneinander getrennten "subjektiven Erfahrungsbereichen" (BAUERSFELD in diesem Band) niederschlagen und je nach den Erfordernissen neuer Situationen bereichsspezifisch abgerufen werden.

6. Allgemeine Folgerungen für eine Lehrerfortbildung

Konstruktive Vorschläge zur Verbesserung von Mathematikunterricht lassen sich sicherlich nicht allein auf der Ebene der Interaktionsmuster und Routinen ansetzen. Der Vorschlag, generell Routinen im Mathematikunterricht auszumerzen, ist weder vertretbar noch durchführbar. Ein Mathematikunterricht ohne Routine wäre

> "zwar ziemlich spannend, aber auch entsprechend schwer zu ertragen. Bestenfalls wären die Leute ständig am Rande der Erschöpfung, schlimmstenfalls würden sie ihren Verstand verlieren." (BERGER/BERGER 1976, 13)

Der Vorschlag, geeignete Lehr*techniken* als Ersatz für beobachtete Routine im Rahmen der Lehreraus- und -fortbildung einzuüben, greift zu kurz. Denn ein konstitutives Merkmal der Lehrerrolle ist nach HURRELMANN das hohe Maß

> "an Bereitschaft und Fähigkeit ..., die eigenen Wahrnehmungsperspektiven und Situationsdefinitionen sowie auch die Muster und Regeln ihres Entstehens reflexiv zu erfassen und die des Partners ansatzweise nachzufollziehen." (1980, 49)

Da die Routinen auf dem Hintergrund von subjektiven Erfahrungsmustern fallspezifisch entstehen und sich verfestigen, sollte eine Lehrerfortbildung, die auf ein sensibleres, reflektierteres Lehrerhandeln zielt, an von den Lehrern erlebten oder vermittelt erfahrenen *"Fällen"* ansetzen. Sie sollte die Routinen und die mit ihnen verbundenen Erfahrungsmuster der beteiligten Lehrer herauszuarbeiten helfen, wie es hinsichtlich der Erfahrungsmuster zum Beispiel unter dem Stichwort "subjektive Alltagstheorie" geschieht (siehe HEYMANN 1982 und HURRELMANN 1980), diese Erfahrungsmuster mit Rekurs auf didaktische Wissensbestände problematisieren, *fallspezifisch alternative Handlungen* aufzeigen und die Folge der Bemühungen am alltäglichen Unterricht beobachten. Der Erfolg einer solchen Lehrerfortbildungsmaßnahme hängt wesentlich von einer bereits vorhandenen Unzufriedenheit des Lehrers ab, d.h. von seiner Bereitschaft, sich verunsichern zu lassen und mit alten Gewohnheiten zu brechen, und von seinem Vertrauen zu dem Fortbilder. Es wird andererseits wesentlich von der Fähigkeit des Fortbilders abhängen, die geeignete Balance zwischen Verunsicherung und Bestätigung zu finden, insbesondere dann, wenn Routinen mit der Identität des Lehrers eng verknüpft sind.

Hinsichtlich der Verwirklichung einer experimentellen Lehrerfortbildung in diesem Rahmen beschrieb dieser Aufsatz einen ersten Schritt meiner Arbeit, die Entwicklung einer analytischen Begrifflichkeit zur Rekonstruktion der im "Habitus" (BAUERSFELD 1982) verdeckten Regelhaftigkeiten im Mathematikunterricht und zur Klärung ihrer Funktionen sowie der potentiellen Folgen.

HANS BUSSMANN

VOM MENSCHENBILD IN DER GEGENWÄRTIGEN MATHEMATIKDIDAKTIK

oder:

ÜBER DIE BEDINGUNGEN MATHEMATISCHER FÄHIGKEITSPROZESSE (1)

0. Frage nach dem Horizont

Das Vorhaben, die wissenschaftstheoretischen und philosophischen Implikate derjenigen Forschung innerhalb der Mathematikdidaktik mit einiger Schärfe herauszuarbeiten, welche sich mit den Bedingungen der Ermöglichung mathematischer Fähigkeiten beschäftigt, stellt ein schwieriges Unterfangen dar. Denn die epistemologischen und menschenkundlichen Problemhorizonte dieser noch jungen Wissenschaft treten viel weniger als in jeder anderen, schon etablierten Wissenschaft - etwa der Physik (2) - offen zutage, und sie bleiben zumindest hinter den jeweiligen methodischen Verfahrensweisen bei der Übernahme von Kognitions-und Lernpsychologien in der Mathematikdidaktik oder gar einfach unreflektiert hinter fertiger Mathematik latent angesiedelt.

Die Problemhorizonte für eine reflektierte Verbesserung des realen Mathematikunterrichts in der Schule, die teils vage, teils deklamatorisch aus den untersuchten Werken hervorschimmern, lassen sich daher auch nicht einzig aus der Mathematik oder gänzlich in der Mathematikdidaktik selbst begründen, sondern sie setzen für ihren Aufbau sowie die daraus entspringenden Konsequenzen eine gegenseitige Offenlegung und gegebenenfalls nachfolgende Verständigung unter den mathematikdidaktischen Forschern über das Sinnverständnis dieser Horizonte voraus.

Eine kritische Revision (3) der untersuchten Werke von einem Horizont aus, der nach den Bedingungen der Ermöglichung mathematischer Fähigkeitsprozesse fragt, kann somit auch nicht in den Grenzen eines Bezugsrahmens verortet werden, der dieses Sinnverständnis als genügsam umschlossen betrachtet

durch Fragen wie:

> Welche didaktischen Prinzipien lassen sich aus der Äquilibrationstheorie PIAGETs für die Stoff-Vermittlung im Mathematikunterricht ziehen?

Oder: Welcher der drei BRUNERschen Repräsentationsmodi ist beim Beibringen etwa der Definition "Teilmenge" für diese Altersstufe der geeignetste im Sinne einer reibungslosen Inkorporation eben dieses Begriffes?

- der dieses Sinnverständnis als genügsam umschlossen betrachtet durch deklamatorische Forderungen wie:

> Der Lehrer soll nie mit der fertigen Mathematik beginnen, sondern beim Kenntnisstand des Schülers! (Um dann den Kenntnisstand doch wieder mit Mitteln fertiger Mathematik zu beschreiben.)

Oder: Im Unterricht muß der Mathematisierungsprozeß mehr im Vordergrund stehen als die Stoffvermittlung! (Um dann in Beispielen - zaghaft genug und selten explizit - diesen Prozeß als ein unorganisches Übereinander von zwar kleingeteilter, aber fertiger Mathematik und übergestülpter Lerntheorie darzustellen.)

Oder: Der Lehrer muß im Dialog herauszufinden versuchen, was der Schüler vom Stoff schon aufgenommen hat. (Um dann im Dialog das schon und das noch nicht Aufgenommene doch wieder als einfachen Unterschied zweier Stoffzustände zu betrachten und dem Schüler entsprechend diesem Unterschied lediglich die Mitteilung machen zu können, er sei noch nicht so weit.)

Eine leistungsfähige Kritik an den untersuchten Werken vom Horizont der "Befähigung zu etwas für ein Leben nach der Schule" aus wird also eine Kritik sein müssen, die diese stofflich orientierten Fragen und Deklamationen überschreitet und nicht im Hinblick auf das argumentiert, was das mathematikdidaktische Werk sagt, sondern auf das, was ein solches Werk nicht sagt bzw. von bestimmten Implikaten insgeheim sich sagen und somit die Bedingungen der Gestaltung von Unterrichtswirklichkeit setzen läßt.

Das Vorgehen nun der hier vertretenen Forschungs-Methodologie,nämlich: durch Offenlegung eines Horizontes die Sinnhaftigkeit mathematikdidaktischer Forschungen für die Verbesserung des realen Mathematikunterrichtes zu befragen, kann selbst zu keiner Zeit wertneutral sein. Und kein anderes Vorgehen einer anderen Methodologie kann es sein: In ihrem bewußten oder nicht bewußten Rückgriff auf diejenigen Bedingungen, welche z.B. Mathematikunterricht überhaupt möglich machen, entrinnt keine der oft wertneutral sich gebenden Methodologien (z.B. der Curriculum-Methodologien zum Mathematikunterricht (4)) der in ihrer Fragestellung enthaltenen Normenproblematik. Zu wählen bleibt ihnen zwischen einem Rekurs auf die Unbegrenztheit von vorausgesetzten und selbst wieder zu begründenden Axiomen; dem Abbruch des Begründungsverfahrens durch dogmatische Setzung; einem aussagenlogischen Zirkel oder der wissenschaftstheoretischen Selbstvergessenheit einer sich immunisierenden Schrebergartenmentalität.

Der im folgenden aufgespannte Horizont, dessen Sinnhaftigkeit offengelegt, aber nicht weiter hinterfragt wird, setzt als die Norm jeglichen unterrichtlichen Tuns das Ziel, das Erkennen selbst zum Lerngegenstand werden zu lassen. Insofern es also einem Unterricht gelingt, durch Erziehung zur Reflexivität über den eigenen Erkenntnisprozeß das Erkennen selbst zu Erfahrung für den Schüler werden zu lassen, wird im Mathematikunterricht nicht einfach gelernt, sondern es wird gewußt, daß und wie gelernt wird. Die Reflexivität über den eigenen Erkenntnisprozeß bringt Einsicht hervor; reflektiertes Lernen strebt nach Einsicht, weil es sich während des Prozesses über jeden einzelnen Gedankenschritt Klarheit verschaffen will.

1. Ein Menschenbild als Horizont

Was den Wunsch nach Realisierung eines solchen reflexiven Lernens durch die Geschichte der Didaktik hindurch am Leben erhalten hat, ist nichts als die Überzeugung gewesen, daß ein Unterricht, der simultan zum Gegenstand, der erkannt werden soll, auch die Instrumente des Erkennens in das Zentrum seiner Bemühungen rückt, sich mit der Zeit überflüssig machen wird und an seinem Ende Aufklärung steht. Unterricht in solcher Vollendung vermag es also, die vergesellschafteten Individuen aufzuklären über das, was sie

wollen würden, wenn sie nur erst wüßten, was sie überhaupt vernünftigerweise wollen könnten.

Wie bereits einleitend angedeutet, ist der Standpunkt zu solchen aufklärerischen Organisationsprinzipien erkennenden Unterrichts(5) keinesfalls wertneutral. Er ist normativ in dem Sinne, als er sein Menschenbild am kritischen, mit Urteilskraft(6) ausgestatteten Erkenntnissubjekt bemißt.

Was also geistesgeschichtlicher Didaktik noch eine Selbstverständlichkeit war - daß jegliche Unterrichtstheorie und Unterrichtspraxis von einem Menschenbild her zu verantworten und mithin nicht wertneutral sei - wird hier erneut aufgegriffen und in folgenden Maximen (7) vertreten:

- Die Instanz der Vernunft wird als Legitimationsbasis für Wertentscheidungen anerkannt.

- Vernunftsvermögen ist jedem individuellen Erkenntnissubjekt schon frühzeitig und unabhängig von seiner gesellschaftlichen Klassenlage zueigen.

- Die Geltungsreflexion von Vernunft besitzt für den Bereich objektiver wissenschaftlicher Erkenntnis Bedeutung und kann nicht in die Privatsphäre des Wissenschaftlers verlagert werden.

- Genese und Gebrauch von Vernunft manifestieren sich in der reflexiven Analyse des Erkennenden auf seinen Weltbezug und das Erkenntnissubjekt entdeckt hierin seine Vernunft als instanzgebend für die Konstruktion dieser Welt.

In schärftstem Gegensatz zu diesen Maximen, daß nämlich Genese und Gebrauch von Vernunft sich in der reflexiven Analyse des individuellen Erkenntnissubjektes auf seinen Weltbezug manifestieren, steht der Durchsetzungsanspruch des historischen und des dialektischen Materialismus. (8)

Der Mensch - so eines der Kernargumente des Histodiamat - werde ja gar nicht als KANTisches Vernunftswesen mit einem stehenden und bleibenden Ich, das das Korrelat aller Vorstellungen ausmacht, geboren, sondern, wie MARX und ENGELS es zutreffend zu sehen vermeinen: "... erst durch die Beziehung

auf den Menschen Paul als seinesgleichen bezieht sich der Mensch Peter auf sich selbst als Mensch."

Konsequent ersetzt dann auch der Marxismus-Leninismus die reflexive Analyse des individuellen Erkenntnissubjekts durch das System der kollektiven Tätigkeit, in der die Konstruktion der gegenständlichen Welt sowie die Erkenntnis und Kommunikation über diese Welt in unmittelbarer Einheit von Produkt und Prozeß vorhanden sind. Als Produkt stellt die kollektive Tätigkeit in kristalliner Form die Erfahrung und Erkenntnis von Generationen dar - was auch für mathematisches Wissen gilt.

Indem aber ein mathematisches Wissen vom Erkenntnissubjekt produziert wird, werden simultan die Bedingungen für die Reproduktion des Erkenntnissubjektes und damit für die weitere Produktion mathematischen Wissens geschaffen. Nicht nur, daß der ursprüngliche Herstellungszusammenhang mathematischen Wissens in dessen kodifizierter Form abhanden gekommen ist, sondern darüber hinaus wird auch tradiertes mathematisches Wissen als Kultur gleichsam wieder zur Natur. Und indem sich die individuellen Reflexionsfunktionen des Erkenntnisapparates dieser "Natur" als eines natürlich Gegebenen bemächtigen, weil sie die sozio-ökonomischen Determinanten ihrer eigenen Geschichte außer Acht lassen, werden andere mögliche Strukturen mathematischen Wissens ausgeblendet, nicht erfaßt. Die Kraft der reflexiven Analyse - so der Histodiamat - bleibt allein bei sich selbst, bleibt eine Flamme, die sich auf Dauer selbst verzehren muß. Die schlagkräftigste Waffe mathematischer Fähigkeit: die Reflexion, die reflektive Abstraktion, das "Sich-ins-Verhältnis-setzen-Können" zur Natur durch Konstruktion mathematischer Begriffe, kehrt sich gegen das zwar konstruierende, aber geschichtslose Leben selbst. Es werden nämlich in diesem Prozeß Normen geschaffen, die andere mögliche Bedingungen des Lebens ausblenden. Erst das Erkennen der Tatsache, daß sich die reflexive Analyse im sozio-ökonomischen Rahmen abspielt und von ihm her seine prägenden Strukturen und Grenzen erfährt, macht den Weg frei für ein wirklich humanes Oberleben.

Das Problem der Selbstverwirklichung des individuellen Vernunftsubjektes, das seine Bedingungen zur Selbstverwirklichung aus der reflexiven Analyse auf seinen Welthezug bezieht, wandelt sich um in das Problem, wie in der kollektiven Tätigkeit sozusagen ein soziales Subjekt Gegenstand seiner

eigenen Entwicklung wird dergestalt, daß untergeordnet auch die individuelle Selbstverwirklichung vorangetrieben wird.

Hierzu ist aus der Sicht des Autors folgendes zu bemerken: Wenn es nun in der Tat gelänge, Formen (9) der kollektiven Tätigkeit zu finden, die sich bei allem Wandel gesellschaftlicher Tätigkeiten durchhielten und die als formgebendes Sein das Bewußtsein bestimmten, dann müßte die Schaffung einer Mathematik möglich sein, deren Inhalte nicht allein durch die Vereinigung der reinen Formen des Denkens und Anschauens, sondern konstitutiv durch die kollektive Tätigkeit determiniert wären. An mathematischen Begriffen müßte dann gezeigt werden (10), wie die kollektive Tätigkeit ebenso wie die reine Verstandestätigkeit zum einigen Inhalt mathematischer Begriffe wird dergestalt, daß, indem mathematisches Wissen vom sozialen Subjekt produziert wird, simultan dazu nicht nur die Bedingungen für die Reproduktion des individuellen Erkenntnissubjektes bereitgestellt werden, sondern auch die Bedingungen für die Reproduktion und Produktion der Gemeinschaft der Erkenntnisfähigen.

Dieser Existenzbeweis für eine Mathematik, die inhärent in ihren abstrakten Strukturen zugleich die Strukturen ihrer kollektiven Tätigkeit enthielte, steht seit ENGELS' (11) Antidühring aus. Gleichwohl bleibt dieser Anspruch des historischdialektischen Materialismus auf die Schaffung einer sozialen Mathematik ein interessantes Programm, da

- eine solche Mathematik die gesellschaftliche Isolation der heutigen Mathematik durchbrechen würde;
- eine solche Mathematik die gesellschaftliche Relevanz mathematischen Tuns sui generis liefern würde;
- eine solche Mathematik die oft eingeklagte Verbindung zwischen Mathematik und deren Entstehungszusammenhang bzw. Anwendung herstellen würde;
- eine solche Mathematik für Schüler ihre gesellschaftliche Relevanz und Nützlichkeit simultan zum Mathematisierungsprozeß erfahren ließe.

Der Stand in der einschlägigen Literatur (12) sowie auch die Kluft zwischen wissenschaftstheoretischem Anspruch und didaktischer Realisierbarkeit exponierter Stellen (vgl. etwa Vortrag und Demonstration von J. LOMPSCHER auf der Bundestagung 1982) lassen eine zeitnahe Programm-Realisierung nicht erwarten.

2. Reflexive Analyse als mathematikdidaktischer Ansatzpunkt

Die Methode der reflexiven Analyse kann zur Weltbewältigung führen, und demgemäß darf sie zum strukturierenden Prinzip für Unterrichtsprozesse werden. Die Methode wird also wesentlich darin gesehen, daß das Erkenntnissubjekt seinen Weltbezug reflektiert und in dieser Reflexion auf seinen Weltbezug entdeckt es seinen Verstand und seine Vernunft als diejenige Instanz, welche für das Konstruieren dieser Welt verantwortlich ist. (13)

Von diesem Menschenbild her ergibt sich ein mathematikdidaktisch fruchtbarer Ansatzpunkt. Die mathematischen Entitäten sind Produkte eines mit Vernunft ausgestatteten Erkenntnissubjekts, und mit der Thematisierung nicht so sehr dieser Produkte und einer Betrachtung von der kristallinen Form der Vernunft her als vielmehr der Genese und der Bedingungen der Ermöglichung dieser Genese des Vernunftgebrauchs rückt ein Wandel in das mathematikdidaktische Blickfeld: Es ist der Wandel des subjektiven Erkenntnishorizonts eines Schülers als dialektisches Verhältnis von Konstruierendem und Konstruiertem in der Genese.

Und insofern es einem Mathematikunterricht gelingt, diejenigen Bedingungen bereit zu stellen, welche diesen Wandel möglich machen, wird das Erkennen zum Lerngegenstand für den Schüler. Und indem der Schüler Mathematik konstruiert, erfährt er nicht nur etwas über die Struktur dieser Mathematik, sondern zugleich auch etwas über seine eigene Lernvergangenheit und seine neue Lernzukunft. Er erfährt den Wandel seines Erkenntnishorizontes.

Es ist hier nicht der Ort, die bis heute bekannten Bedingungen in extenso zu schildern. Indem hier nur angedeutet wird, daß die mathematischen Begriffe die Instrumente des Verstandes sind, mit deren Hilfe Erkenntnis konstruiert wird, ist kursorisch der Weg andeutbar, den der Erkenntnisprozeß einnimmt. Sehr oft ist es nämlich für die Schulmathematik möglich, in

der gelebten Erkenntnis vorbewußt fungierende mathematische Begriffe anzutreffen. Ihre enaktive Aufbereitung ist der erste didaktische Schritt, um den Schüler durch gegenständliche Handlung (14) auf den Weg der Reflexion zu bringen. Ziel dieses Reflexionsprozesses ist es, die enaktive, verschiedenartige Erfahrung des gelebten Begriffs auf dem Boden einer abstrakten Synthesis in einem Bewußtsein zu konstruieren. (15) Die explizite Formulierung von Fragen, das Aufstellen von Hypothesen, die Zusammenfassung der brauchbaren Hypothesen durch Analogie-Bildung - alles dies sind weitere Schritte der Konstruktion zur Synthesis in einem Bewußtsein, was wir eben als "Begriff" überhaupt bezeichnen. Der erworbene Begriff einer Sache ist das Erkenntnisinstrument, unter dessen Einsatz neue Erfahrung strukturiert (=erkannt) wird. Und der Erwerb der Techniken, die den Prozeß der Begriffsgenese leiteten (Fragen stellen; Analogieschlüsse vollziehen), sind allgemeine, fächerübergreifende Heurismen des Erkenntnisgewinns. Diese Leistungen des Erkennens anzustreben ist Aufgabe eines jeden aufklärerischen Unterrichts.

3. Bedingung der Ermöglichung reflexiver Analyse im Mathematikunterricht

3.1 Die unter Punkt 2 genannten Bedingungen der Initiierung, Lenkung und Oberprüfung des Erkenntnisprozesses (der reflexiven Analyse) kann man im weitesten Sinne als materiale Bedingungen bezeichnen. So stellt z.B. die enaktive Aufbereitung eines fungierenden Begriffs eine solche materiale Bedingung bereit. Materiale Bedingungen sind notwendig, aber nicht hinreichend für die Ermöglichung von Erkenntnisgenese.

In der durch die pragmatische Kürze des hier veröffentlichten Artikels bedingten Blickverengung soll nunmehr die unter Punkt 2 aufgerissene Thematisierung der Phasen genetischer Begriffsbildung und deren materialer Bedingungen verlassen und das Hauptaugenmerk auf eine nahezu hinreichende Bedingung der Ermöglichung vom Begriffsbildungsprozeß (von der reflexiven Analyse) gerichtet werden. Es ist dies der "mit Verantwortlichkeit geführte Dialog". Synonyme Ausdrücke hierfür sind: herrschaftsfreier Diskurs, sokratischer Dialog, interaktives Lehrer-Schüler-Gespräch.

Der Lehr-Lern-Dialog zeichnet sich vor allem durch eine gewisse Entlastung von unmittelbaren Handlungszwängen aus: z.B. dem Zwang, eine mathematische Aussage sofort und formalistisch auf ihren Wahrheitsgehalt zu überprüfen. Vielmehr ist jeder Dialog zunächst darauf aus, Geltungsansprüche für Aussagen zu problematisieren, um dann diese Geltungsansprüche argumentativ einzulösen. (16) Dieses Prinzip der argumentativen Einlösung von problematisierten Geltungsansprüchen liegt jedem Diskurs zum Grunde: Es läßt sich nicht weiter hinterfragen. Denn wer diese Rechtfertigung gerechtfertigt sehen will, hat dieses Grundprinzip schon akzeptiert. Unter Wahrung dieses Prinzips gelingt es, nicht nur die Wahrheit mathematischer Aussagen am Ende eines Dialoges begründet einzusehen, sondern auch schon die Tendenz in Richtung auf diese Wahrheit durch die argumentative Einlösung problematisierter Geltungsansprüche begründet einzusehen.

Dieses Grundprinzip des sokratischen Diskurses mit seinem Prinzip der argumentativen Einlösung problematisierter Geltungsansprüche wird nun als - eine - Bedingung der Ermöglichung mathematischer Fähigkeitsprozesse gesetzt. (Sie ist eine von vielen anderen, eine neben vielen materialen und ideellen Bedingungen.) Dies deswegen, weil mit dem Geltungsanspruch im Diskurs das Versprechen zweier mit Vernunft begabter Wesen geleistet wird, für die Konsequenzen seiner gegenständlichen und gedanklichen Operationen einzustehen; weil der Geltungsanspruch im Diskurs verstanden wird als die wechselseitig zugestandene Bereitschaft, für alle mit Vernunft eingebrachten Aussagen ebenso vernünftig Rede und Antwort zu stehen.

Einem so begründeten wechselseitigen Vernunftgebrauch im Diskurs geht jede subjektive Willkür ab. Es ist im Diskurs nicht in das Ermessen des je einzelnen gestellt, sich vor seiner und der Vernunft des anderen zu verantworten oder nicht. Verantwortlichkeit vor der Vernunft ist kein zusätzlicher Luxus, von dem die Diskurspartner je nach ihnen günstig erscheinender Dialogsituation absehen könnten, sondern Grundvoraussetzung jeglicher Kommunikation überhaupt. Einer Kommunikation, innerhalb derer nicht nur Vernunftsurteile gegenseitig anerkannt und wechselseitig aufgenommen, sondern auch Irrtümer wechselseitig eingestanden und vernünftig korrigiert werden. Somit wird es möglich, die eigene und die partnerschaftliche Vernunftsorganisation zum Gegenstand von auf Verbesserung gerichteten Betrachtungen zu machen.

3.2 Die didaktischen Konsequenzen aus dem wechselseitig im Diskurs zugestandenen Prinzip, für eingebrachte Vernunft Geltungsansprüche zu erheben, sind besonders für die Initiierungsphasen von mathematischen Fähigkeitsentwicklungsprozessen weittragend. Denn wenn der Schüler fühlt, daß er vom Lehrer im Diskurs mit seiner (vielleicht zwar noch unvollkommenen, aber fungierenden) Vernunftorganisation grundsätzlich angenommen wird, und wenn der Lehrer bereit ist, seine Vernunftorganisation um die des Schülers willen zu verändern, dann erst kann der Schüler die Kraft seiner reflexiven Analyse einbringen. Dann erst kann er mit der Betrachtung beginnen, wie er sich durch Mathematikunterricht verändern kann, wie er seine mathematischen Fähigkeiten aufbauen kann, die ihm Einsichten in und Konstruktion von Strukturen seiner Umwelt ermöglichen.

Im wechselseitigen Annehmen der Vernunfturteile liegt der Schlüssel (17) für gegenseitiges Verstehen im Diskurs: So wird z.B. bei Initiierungshasen der Bedeutungshof für mathematische Begriffe gemeinsam von Lehrern und Schülern im Gespräch geschaffen, und aus der gemeinsamen Teilhabe an diesem Bedeutungshof heraus erwächst kontrolliertes Fremdverstehen.

Der verantwortliche Diskurs ist zwar nur eine vieler Bedingungen der Ermöglichung mathematischer Fähigkeitsprozesse, aber dennoch eine - fast - hinreichende: Lehrer und Schüler verstehen sich untereinander, und sie können sich zugleich über die angemutete Denkleistung verständigen, die es anzunehmen und weiterzuentwickeln gilt.

Im folgenden sollen einige Verkürzungen, die durch das Fehlen oder die Einschränkung der Bedingung "verantwortlicher Diskurs" in mathematikdidaktischen Werken bewirkt werden, exemplarisch dargestellt werden.

4. Der Diskurs als Ermöglichung mathematischer Fähigkeiten

4.1 Das wechselseitig im Dialog zugestandene Prinzip des verantwortlichen Vernunftgebrauchs ermöglicht gegenseitiges Verstehen. In diesem gemeinsamen Verständnis ist der Schüler nicht mehr gezwungen, immer wieder neue Techniken und Strategien zum Abbau des Wissens - und damit auch Herrschaftsgefälles - zwischen sich und dem Lehrer als Repräsentanten kodifizierter Mathematik zu ersinnen. Vielmehr getraut sich der Schüler - und der Diskurs bietet Freiraum dazu - seinen Verstandesgebrauch, seinen kognitiven Level zur Disposition zu stellen. Wenn gegenseitiges Verstehen heißt, wechselseitig teilhaben können am Verstandesgebrauch des anderen, dann ist die Initierungsphase genetischer Lernprozesse notwendig an den Dialog gebunden.

4.2 Das Fehlen der Dialogform als Bedingung der Ermöglichung für die Genese mathematischer Fähigkeiten wurde an mehreren mathematikdidaktischen Werken untersucht:

4.2.1 Vorrede zu einer Wissenschaft vom Mathematikunterricht. München/Wien 1978. (18)

4.2.2 Kritische Stichwörter Mathematikunterricht. München 1979. (19)

4.2.3 Grundfragen des Mathematikunterrichts. Braunschweig 1978. (20)

4.2.4 Didaktik der Mathematik. Braunschweig 1978. (21)

4.2.5 Einführung in die Mathematikdidaktik. Paderborn 1980. (22)

4.2.6 Fachdidaktik Mathematik. Wien-München 1981. (23)

4.2.7 Research in Mathematics Education. Reston 1980. (24)

Die Kriterien für die Auswahl der Werke waren simpel: Erscheinungsdatum nicht länger als 4 Jahre zurückliegend sowie Buchtitel mit Relevanz auf mathematikdidaktische Theorie und Praxis.

Ad 4.2.1 Zum Werk "Vorrede" ist zu sagen, daß nicht nur die Bandbreite seiner behandelten Thematik einen ungewöhnlichen Interessenhorizont für den Leser eröffnet, sondern daß auch das Prinzip des verantwortlichen Diskurses explizit genannt und als bedingungsetzend für die Entwicklung mathematischer Fähigkeiten anerkannt wird.

"Verantwortlichkeit" als typisch anthropologische Determinante für Erkenntnisgenese ist für den Verfasser der "Vorrede" kein präambulatorischer Luxus, der seinem Buch die höheren Weihen verleiht. Vielmehr ist sie bestimmend für jegliches menschliche Tun; also auch für unterrichtende und auch für lernende Tätigkeiten. Sich vor Verwantwortlichkeit scheuen ist nach der "Vorrede" gleichbedeutend mit Unentschlossenheit, die dazu führt, sich in der individuellen Erziehungssituation des realen Mathematikunterrichts vor Schwierigkeiten gedrückt zu haben, denn:

> "... mit dem Aufsichnehmen und Tragen von Verantwortlichkeit muß es im Kleinen anfangen" (a.a.O., S. 45).

Neben der Determinante "Verantwortlichkeit" existieren noch andere, und nicht vom fertigen Gegenstand und seiner rationellen Inkorporierung bzw. Reproduktion befragt das Werk "Vorrede" mathematikdidaktische und mathematikunterichtliche Tätigkeit her, sondern von typisch humanspezifischen Faktoren für menschliche Entwicklung. Ein solcher Faktor z.B. ist die Legitimierung einer Unterrichtsmethode vom Respekt her, der dem lernenden Wesen Mensch zu zollen ist:

> "Ich habe nicht bewiesen, daß was ich will, besser ist ... . Ich habe mich zum Anwalt einer Methode gemacht, ..., weil ich an das Recht des lernenden Kindes glaube, als lernender Mensch behandelt zu werden" (a.a.O., S. 47f).

Kraft reflexiver Analyse hat das menschliche Bewußtsein Geschichte: seine eigene Geschichte. Bestimmbar ist diese Geschichte nicht innerhalb eines curricularen Turmbaues, an dessen Spitze die Mathematikdidaktiker ein Menschenbild gesetzt haben, das dem entspricht, was sie selbst gerne geworden wären, wenn ihre erwachsene Vision von Mathematikunterricht in ihrer eigenen Jugend nicht versäumt worden wäre, und von dem aus sie ständig in deduktiver Weise bemüht sind, in lückenloser Folgekette Feinlernziele für den

alltäglichen Mathematikunterricht abzuleiten. Bestimmbar ist die Reflexivität des Bewußtseins im Prozeß, den das kindliche und jugendliche Erkennen in der geschichtlichen Ausübung von Urteilskraft nimmt. Und dieser Prozeß und seine Konstituenten bestimmen in Wirklichkeit das Bildungsideal:

> "Was man vom Bildungsziel her begründen könnte, wäre vielmehr die Weise, wie der Lehrstoff dargeboten und erworben wird" (a.a.O., S. 44).

Die "Vorrede" gibt eine Antwort auf die Frage nach dem Wie: es ist der sokratische Dialog.

> "Wie ich die sokratische Methode und die Methode der Nacherfindung (in dem Werk »Mathematik als pädagogische Aufgabe«, H.B.) auseinandersetzte, konnte ich sie nur von einem Menschbild her begründen; ich verurteilte die Systemdogmatik als einen falschen Glauben, weil er meinem Menschbild widerspricht. Was dem erwachsenen Mathematiker recht ist - seine eigenen Begriffe zu erfinden und die anderer nachzuerfinden, Mathematik nicht als einen Sachbestand, sondern als eine Tätigkeit zu üben, ein Feld zu erkunden, Fehler zu machen und von seinen Fehlern zu lernen, - das soll dem Lernenden von Kindesbeinen an billig sein" (a.a.O., S. 47).

Nicht die Konfrontation mit fertiger Mathematik bringt die Fähigkeit des Mathematisierens hervor, und deswegen verurteilt die "Vorrede"

> "den erwachsenen Mathematiker, der als Didaktiker dem Lernenden nicht nur vorschreibt, WAS er zu lernen hat, sondern auch auf welchem haarklein vorgezeichneten Wege, und ihm alle Seitensprünge, die ja zu Fehlern verführen könnten, verbietet" (a.a.O., S. 47).

Leider versäumt die "Vorrede", eine unterrichtlich verwertbare Prozeßbeschreibung zu explizieren. Ihr Autor, als Mathematiker, der er auch ist, auf die Diskussion von Stetigkeiten ein wenig fixiert, findet sich überrascht von den Unstetigkeiten des Lernprozesses. Da aber diese - sicher zutreffende Erkenntnis - einmal von VAN HIELE übernommen und zum anderen inhaltlich durch das Typicum mathematischen Erkennens nicht angereichert wird, bleibt eine fruchtbare Umsetzung in mathematikdidaktisches Handeln aus. (25)

Aber das eigentliche Verdienst der "Vorrede" besteht doch in der als Postulat formulierten Erkenntnis, daß die Bedingungen der Ermöglichung mathematischer Fähigkeiten nicht die ihrer kodifizierten Resultate sind. Daß konstruierendes Leben eben nur durch die Bereitstellung humanspezifischer Bedingungen - neben den materialen Bedingungen - allein gefördert werden kann: Vertrauen geben, Zuhörenkönnen, Trösten, kurz: dem lernenden Kind Respekt zollen - das sind Aussagen, die nur schwer in die von der "Systemdogmatik" fertiger Mathematik geprägten Curricula Eingang finden werden.

Schwarz-Weiß gemalt sind das Nachsinnen über die Ermöglichung der reflexiven Analyse und der Hub eines Kanons immer ausdifferenzierterer Feinlernziele umgekehrt proportional. Mit der nach dem zweiten Weltkrieg brutal einsetzenden Amerikanisierung (SKINNER, BLOOM, GAGNE, KLAUSMEIER, RIPPLE) des Nachdenkens über Unterricht drängte sich eine produktorientierte Sichtweise immer mehr in den Vordergrund. Nachdem etwa der verkappte Behaviorismus GAGNEs gezeigt hatte, wie einfach - weil hierarchisch streng gegliedert - die Bedingungen der Ermöglichung menschlicher Erkenntnis modular aus einfachsten S-R-Einheiten herstellbar waren, und wenn man - BLOOM folgend - neben den kognitiven Dimensionen nur ja nicht die affektiven vergäße, so stellte sich gar nicht mehr die Frage nach der Genese mathematischen Könnens, sondern es stellte sich nur noch das Problem der Legitimierung operationalisierter Lernziele. Diese zu erreichen war dann - siehe GAGNE - nur noch eine Sache der Wissensakkumulation. Eine Kritik, die ihre Norm am Vernunftsubjekt bemaß, wurde überrollt.

Ad 4.2.2 In ähnlicher Weise wie die "Vorrede" setzt eine wichtige Arbeit aus "Kritische Stichwörter Mathematikunterricht" mit dem Titel: "Lernzielbegründung" den Hebel ihrer Kritik an der gängigen Restriktion unserer Normenproblematik in der Mathematikdidkatik an. Wenn Selektion Hauptfunktion des Mathematikunterrichts bleibt und nicht Förderung auch der bei weitem überwiegenden Zahl von Schülern, die mit Mathematik oder ihrer Anwendung im späteren Leben nichts mehr zu tun haben werden, dann eskamotiert solcher Unterricht die reflexive Analyse des Vernunftsubjektes, und er korrumpiert die Geschichte des jugendlichen Bewußtseins und seiner Maßstäbe:

> "Indem Unterricht Menschen »bildet«, sie an äußerlichen Leitideen, wie der der Konkurrenz, orientiert, »macht« er auch die Zukunft dieser Menschen. Es ist naiv anzunehmen, er mache sie nicht kaputt. Kant hatte das eingesehen und ausdrücklich die ständige Achtung des anderen als einer moralischen Person gefordert" (a.a.O., S. 149).

Begibt man sich - so die Arbeit "Lernzielbegründung" - der Normenkritik, die die Bedingungen der Ermöglichung mathematischen Erkennens offenlegen will, so stellt die aus menschlicher Bequemlichkeit geborene und von "fertiger" Mathematik hypertrophierte Bevormundung als wichtigste Erziehungsbedingung

> "jene Unmündigkeit erst her ..., die hinterher als Grund für immer weitere Fremdbestimmung herhalten muß" (a.a.O., S. 149).

Die Bevormundung durch fertige Mathematik, die ständige Mißachtung des Schülers als lediglich eines Rezipienten fertiger Mathematik und nicht dem eines potentiellen Konstrukteurs mathematischer Strukturen prägt als wichtigster Erziehungsfaktor in der Tat die jugendliche Genese des Bewußtseins, das sich auf diese Weise seiner Mündigkeit nicht bewußt wird und von Lernziel zu Lernziel geschleppt wird in der Hoffnung, durch Unselbständigkeit zum höchsten Ziel der Selbständigkeit zu gelangen. Deshalb sind auch, so die Argumentation von "Lernzielbegründung", die gesamten Anstrengungen unserer Curriculum-Industrie, eben weil sie in ihrer curricularen Definition des Menschen nie mit der Möglichkeit des Widerspruches durch reflexive Analyse rechnet und somit den Menschen schon aus den Augen verloren hat, bevor er ihr überhaupt in ihren curricularisierten Blick tritt, eine Schimäre:

> "Folgt man dieser Position, so erhält die Frage nach der Lernzielbegründung eine vielleicht überraschende Antwort: Sie braucht nicht vorweggenommen und curricular fixiert zu werden, sondern gehört an den Ort, wo gelernt wird" (a.a.O., S. 149).

Das heißt: Direkt im Erkenntnisprozeß in Mathematikunterricht werden allgemeine Lernziele erworben. Da, wo das mathematische Erkennen selbst zum Lerngegenstand zu werden vermag, wird Bildung manifest, und es bedarf gar keiner speziellen Curriculum-Disziplin, denn

> "die Fachwissenschaften stellen Vorschläge für die Begründung von Einzelschritten schon bereit, insofern sie sich selbst kritisch-normativ verstehen, also überhaupt verstehen!" (a.a.O., S. 149).

In ähnlicher Weise wie die "Vorrede" stellt auch die Arbeit "Lernzielbegründung" den Diskurs als Bedingung der Ermöglichung von Fähigkeiten in den Vordergrund, und sie beklagt den Mangel an Dialog in der gegenwärtigen Schule:

> "Die ... formulierte Kritik an der Institution Schule kann so gelesen werden: die Lernbedingungen, die da institutionell vorgegeben sind, bringen uns von der Situation, in der mündige Menschen moralisch und methodisch beraten, eher weiter weg als näher zu ihr hin. Sie verhindern nämlich schon strukturell das Einüben von für solche Beratungen elementaren Techniken, wie Entscheidungen vorzuschlagen, Alternativen zu formulieren, sich einen Willen zu bilden, weil das Formulieren und und Treffen von Entscheidungen durch die Schüler die Schule wohl zu sehr in Frage stellen würde" (a.a.O., S. 148).

Statt also wenigstens in einer Atempause nach den Bedingungen der Ermöglichung ihrer eigenen Genese zu fragen, restituiert sich ein neuer Eleatismus (vgl. "Lernzielbegründung", S. 15o).

Wie vorstehend unter 3.2 dargelegt, ermöglicht der Diskurs die Konstruktion z.B. eines Bedeutungshofes für einen mathematischen Begriff. Die wechselseitige Teilhabe an diesem Bedeutungshof durch Lehrer und Schüler ermöglicht überhaupt erst die Initiierung eines Fähigkeitsentwicklungsprozesses, weil wechselseitige Teilhabe gegenseitiges Verstehen entfaltet.

Von den untersuchten Werken thematisiert dann nur noch die Arbeit "Verstehendes Lernen " in "Kritische Stichwörter Mathematikunterricht" den Diskurs als Bedingung der Ermöglichung von Erkenntnisprozessen. Dieser Beitrag

deklariert ganz offen den üblichen Mathematikunterricht für einen Großteil derjenigen, welche mit Mathematik nach der Schule nicht mehr viel zu tun haben werden, als kleine "Höllenfahrt", und

> "... was das verstehende Lächeln betrifft, so habe ich es bis in alle Altersstufen verfolgen können. In dem vollständigen und glücklichen Verstehen des Verstehbaren als einem Menschenrecht scheint mir der Kern zu liegen; retten wir dieses Verstehen, so ist alles gerettet. Aus ihm ergibt sich Stoffwahl, Methode und Organisation. Die Kinder fordern von uns, ... daß die Schule das Kind lehre zu verstehen, und daß sie selbst das Kind als geistiges Wesen verstehe" (a.a.O., S. 336).

Was sich nach außen hin, also in der Form kodifizierter Resultate mathematischen Denkens, als kristalline Form des Verstandes auf der Tafel niederschreiben oder im Buch drucken läßt, wird selbst zur Bedingung des Erwerbs mathematischen Erkennens erhoben. Und die Genese des mathematischen Erkennens, "das Werden der mathematischen Disziplin im Menschen" - wie die Arbeit "Verstehendes Lernen" diesen Vorgang nennt - soll dann durch die langjährige Zucht auf den reproduzierenden Erwerb dieser Fertigstrukturen elaboriert werden. Das aber ist nach "Verstehendes Lernen" die totale Umkehrung der dem Menschen zugehörigen Struktur offener Reflexivität:

> "Besondere Verwirrung gibt es da in der Mittelstufe. Wenn hier der Unterricht zu früh abstrakt wird, ... kommt es in extremen Fällen in einem ... Lehrer zu einer völlig falschen Anthropologie des Kindes. Für ihn bedürfen die Kinder, um geistig zu lernen, jahrelang der auferlegten Denkgerüste - der Krücke einer »straffen« Führung, bis vielleicht im sechzehnten Jahr es endlich soweit ist, daß wir Erwachsenen, die Halbgötter, ihnen das Geistige aufpfropfen können" (a.a.O., S. 335).

Fertige Mathematik läßt den potentiell erkenntnisfähigen Schüler Mathematik immer nur von einer Seite sehen; in einer Art Abschattung von dem, was an Erkenntnisleistung immer notwendigerweise mitgemeint ist, um das aktuell Wahrgenommene an der Tafel oder im Buch einsichtig zu verstehen.

Ad 4.2.3 Mit dem Buch "Grundfragen des Mathematikunterrichts" wird ein Werk auf die Bereitstellung der Bedingungen der Ermöglichung mathematischer Fähigkeiten befragt, dessen Produktorientiertheit deswegen am schwersten zu durchschauen ist, weil es - aus einer Vorlesungsreihe eklektisch entstanden - vieles bringt und damit allen Lesern etwas. Dieses Gestaltungsprinzip macht natürlich gegen Kritik insofern immun, als sich fast immer irgend eine Stelle im Werk angeben läßt, die einem kritischen Anspruch genüge tut. Aus diesem Grunde soll das Werk auf den Teil befragt werden, der nicht referiert, sondern selbst konstituiert, damit Maßstäbe setzt und auf die Einhaltung der Eigenmaßstäbe geprüft werden kann.

Das Werk benutzt als seinen Hauptmaßstab die PIAGETsche Entwicklungstheorie intelligenten Vorhaltens. Dieses Modell der Theorie der Intelligenzentfaltung im Kindes- und Jugendalter übte deswegen eine starke Faszination auf die Mathematikdidaktiker aus, weil PIAGET zur Beschreibung und Abtestung der sich entfaltenden Intelligenzleistung Modelle der neueren Mathematik, wie z.B. die Vierergruppe KLEINs, den Verband und die BOURBAKIschen Mutterstrukturen verwandte. (27)

Mit der Wahl dieser Kennzeichnungsmodi quasimathematischer Strukturen für psychologische Sachverhalte der Entwicklung war - besonders für die bundesrepublikanische Mathematikdidaktikerlandschaft Ende der 60er Anfang der 70er Jahre - eine Brücke zwischen Vertretern der pädagogischen Psychologie einerseits und Vertretern von solchen Mathematikern andererseits geschlagen worden, welche sich beruflich mit der Vermittlung mathematischen Wissens beschäftigen mußten.

Nicht nur, daß die beiden ansonsten recht heterogenen Wissenschaftsdisziplinen - Fachdidaktik vs. Psychologie - plötzlich eine gemeinsame Sprache über einen gemeinsamen Gegenstand besaßen: intelligentes Handeln war mathematisches Operieren, wenn Intelligenz zu höchster Form ausgereift war. Sondern lag es nicht auch nahe, Unterrichtsmaterialien nach jenem idealen System aller möglichen Handlungen - die ja das mathematische Modell beschrieb - zu strukturieren in der Vermutung, daß dann die Inkorporierung dieses Wissens - Lernen also - den Schülern Freude machte (26) und reibungsloser vor sich ging?

Wenn irgendwo, dann schlich sich schon zu diesem Zeitpunkt der Rezeption das alte Transport-Paradigma in die didaktiche Umsetzung der PIAGETschen Theorie ein: Fachdidaktik als Wissenschaft ist zu einem gehörigen Teil technisch-konstruktive, anwendende Wissenschaft. Sie stellt das Instrumentarium bereit, um den Wissenstransport vom Buch durch den Kopf des Lehrers in die Köpfe der Schüler hinein zu optimieren: Schneller, mehr, reibungsloser und freudiger.

Neben diesen Bemühungen stehen gleichberechtigt Versuche, aus der PIAGETschen Theorie der Intelligenzentfaltung didaktische Konsequenzen für eine Konzeption vom Mathematikunterricht zu ziehen. Das hier jetzt besprochene Werk "Grundlagen des Mathematikunterrichts" ist ein herausragender Vertreter eines solchen Versuchs:

> "Der in diesem Buch entwickelten didaktischen Konzeption wird die Piagetsche Sicht des Lernprozesses zugrundegelegt. Im folgenden soll diese Sichtweise in einigen didaktischen Prinzipien konzentriert werden, die eine allgemeine Anleitung für didaktische Maßnahmen geben. Zur Illustration werden jeweils Beispiele angegeben" (a.a.O., S. 71).

Auf dem Markte der Mathematikdidaktiker wird nun inzwischen die Erkenntnis wohlfeil gehandelt, daß die Theorie PIAGETs gegenüber didaktischen Zugriffen eine unliebsame Sprödigkeit offenbarte. Die Gründe sind die folgenden:

Erstens: Die PIAGETsche Psychologie der Intelligenz mit ihrer zentralen Konzeption des Schemas als eines sich abwechselnd äquilibrierenden und äquilibrierten Systems sich stufenweise stabilisierender INCR-Operationen ist wegen ihrer Inspezifität zur Charakterisierung mathematischer Könnens- oder Fähigkeitsmuster unbrauchbar. PIAGET hatte die »Begriffe« aus seiner Theorie vertrieben, und mit dieser Vertreibung eben alle spezifischen Inhalte aus seinem Lehrgebäude verbannt. Somit kann die solchermaßen sinnentleerte Konzeption für jede(!) Beschreibung dynamisch organismischer Systeme eingesetzt werden: Für eine Katastrophentheorie, für ökologische Wechselsysteme, für Fließgleichgewichts-Theorien in der Biologie und für Wachstumsprozesse jeglicher Art. Für

die Beschreibung kognitiver Ebenen von Kindern und Jugendlichen in konkreten Lernsituationen und konkretem Begriffsgebrauch taugen die Konstrukte der Theorie PIAGETs nichts.

Zweitens: Mit der Vertreibung der Begriffe war die Chance einer didaktischen Umsetzung der Theorie PIAGETs in Handlungsprinzipien für Mathematikunterricht ex principio vertan: Erkennendes Lernen sowie dessen didaktische Ermöglichung konnte nicht - und wollte wohl auch gar nicht - von PIAGETs Theorie geleistet werden. Es bleibt die Möglichkeit, PIAGETs Theorie als eine Art dynamischen Kantianismus zu betrachten: Fragt sie doch nach den Bedingungen der Möglichkeit inhaltlichen Lernens. Und sie gibt eine Antwort, indem sie Phasenverläufe der Verstandesentfaltung beschreibt. Aus diesen Phasenverläufen heraus läßt sich lediglich sehr allgemein prognostizieren, ab wann und mit welchen Leistungsarten des Verstandes inhaltliches Lernen möglich und zumutbar wird. Allerdings muß hierbei die Voraussetzung gelten, daß das äquilibrierte INCR-Konzept PIAGETs ein halbwegs adäquates Modell für die Wirklichkeitsbeschreibung darstellt (s.u.).

Drittens: Wichtig zu sehen ist dieses: Wenn die Theorie PIAGETs mit physikalischen und mathematischen Inhalten arbeitet, an ihnen also die Struktur ihrerselbst demonstrieren will, so muß sie - und tut sie auch konsequent - die mathematischen und physikalischen Begriffe von vornherein als Wechselspiel zwischen assimilativen und akkomodativen Intelligenzoperationen darstellen, damit eine Subsumption unter das Äquilibrationskonzept möglich wird. Das mathematische und physikalische Charakteristikum der betreffenden Begriffe entfällt, und damit die Herstellung einer erkennenden Verbindung von Denken und Anschauen, von Rationalität und Empirie, von Geist und Welt.

Viertens: Die Inhaltsleere bedingt also, daß über inhaltliche Charakteristika mathematischer (und anderer) Begriffe nichts mehr ausgesagt werden kann: Rekursion, vollständige Induktion, Zahl - sie alle müssen in das Prokustesbett der Äquilibration eingezwängt werden. Damit fallen sie auch stets unter den Abbildungszwang von INCR-Operationen, und Aneignung und Ausübung der Begriffe können sich nur noch im fiktiven Raum dieses isolierten Handlungssystems an sich vollziehen. Der Leib als die Heimstatt der isolierten INCR-Operationen muß für PIAGET ein bedürfnisloser Klumpen blutigen Fleisches bleiben, der am Lernprozess nicht nur nicht teil hat, sondern gänzlich unberücksichtigt bleiben kann. Damit begibt sich die PIAGETsche Theorie der Möglichkeit, die genetisch-historische Analyse der mathematischen Begriffe wirklich auf die Aneignung in der Vielfalt ihrer individuellen und gesellschaftlich relevanten Bedeutungszusammenhänge zu richten: Die Anschauung, die Empirie, die (Alltags)-Welt als Stütze der Begriffe und Ansatzpunkt für die Reflexion ist entfallen.

Aus den obigen Gründen wird ersichtlich, daß die Theorie PIAGETs zur Beschreibung und für die didaktische Initiierung, Lenkung und Überprüfung von inhaltlichen Lernprozessen untauglich ist. Deshalb stellen auch fünf (8.1.5.1, 8.1.5.2, 8.1.5.3, 8.1.5.4, 8.1.5.6) der sechs didaktischen Prinzipien (a.a.O., S. 71-77), die "Grundfragen des Mathematikunterrichts" aus PIAGETs Theorie abzuleiten vorgibt, gar keine Folgerungen aus dieser Theorie dar. Vielmehr handelt es sich um sehr generelle und durchaus zutreffende Prinzipien der Allgemeinen Didaktik, die seit der Niederschrift der Analytischen Didaktik durch COMENIUS vor gut 300 Jahren zum Wissensbestand der Pädagogik gehören.

Um diese Tatsachen verlohnte sich nun kein Räsonnement, wenn - als Folgerung aus PIAGETs Theorie - das sog. "Operative Prinzip" (vgl. a.a.O., S. 73ff) in seiner praktischen Realisierung die historisch-genetische Analyse mathematischer Begriffe nicht auch noch verhindern würde: Es wird nämlich doch nur wieder zwar kleingeteilte, aber fertige Mathematik (im Sinne FREUDENTHALs) ohne Beachtung der sie konstituierenden Funktionseinheiten

menschlichen Erkennens mit den formalen INCR-Operationen übergestülpt, deren Struktur allein durch den Gruppenbegriff inhaltlich bestimmt ist. Die historisch-genetische Strukturierung jener Fähigkeiten in Bezug auf die kleingeteilte Mathematik kann demgemäß nur noch in der Verinnerlichung äußerlich ausgeführter Handlungen bestehen (sic!, vgl. "Grundfragen des Mathematikunterrichts", S. 73), was dem Transportparadigma mit der unterlegten Hilfsvorstellung vom Didaktischen Dreieck voll entspricht.

Eben dieses Oberstülpungs-Schicksal erleiden auch die übrigen Theorien - seien sie lerntheoretischer Natur (GAGNE, GALPERIN) oder mehr epistemologischer Natur (RUBINSTEIN, BRUNER) - die das Werk "Grundfragen des Mathematikunterrichts" rezipiert und auf die Bedingungen der Ermöglichung mathematischer Lernprozesse abklopft. Immer werden verkleinerte Teilchen fertiger Mathematik so aufbereitet, daß sie mit den gerade passenden oder auch zurechtgestutzten Elementen einer epistemologischen oder lernpsychologischen Theorie mechanisch überstülpt werden können: Es entsteht eine Scheinidentität von mathematischer Operation und psychologischer Tätigkeit.

Der so gewonnenen Darstellungsweise der Genese mathematischer Könnensmuster oder Fähigkeiten als Zusammenspiel funktionaler Bedingtheiten (das Zusammenspiel stellt "Grundfragen des Mathematikunterrichts" dar als Oberstülpung, die funktionalen Bedingtheiten erfaßt das Werk als additives Aneinanderkoppeln von Mathematik und Psychologie) ermangelt nun - und das zu sehen ist sehr wichtig - jener Dialektik der inneren Vermitteltheit von Konstruierendem und Konstruiertem, welche in der zwar unterteilten, aber fertigen Mathematik lautlos untergegangen ist und mit dem untauglichen Instrumentarium einer überstülpten Epistemologie oder Psychologie nicht wieder ins Leben zurückgerufen werden kann. Daher gelingt es dem Werk "Grundfragen des Mathematikunterrichts" insgesamt auch nicht, den Wandel subjektiver Erfahrungshorizonte als jene zuvor erwähnte Dialektik und damit mathematisches Tun als Brücke zwischen Bewußtsein und Realität, zwischen Geist und Welt, zwischen Verstand und Sinnlichkeit aufzufassen und in einem äußeren Modell darzustellen.

Negative Erfahrungen z.B bleiben im gesamten Werk beschränkt auf das Umgehenkönnen mit nach der jeweiligen Lerntheorie vorstrukturierter, fertiger Mathematik, die die negativen Erfahrungen korrigieren hilft, nicht aber auf

das erfahrende Subjekt, das zugleich mit der negativen Erfahrung eine Erfahrung über seine bisherige und zukünftige Erfahrungsweise macht. Mathematikunterricht - abgehalten nach den Antworten, die auf die "Grundfragen des Mathematikunterrichts" in dem Werk gegeben werden - macht vielleicht klüger im Sinne einer Wissensakkumulation, aber der Erfahrende wird sich seiner mathematischen Erfahrung und damit seiner selbst nicht bewußt. Die vom Lehrer aus vernommene Botschaft kann dem Schüler inhaltich nur mitteilen, was er zu einem bestimmten Zeitpunkt des Unterrichtes noch nicht kann bzw. nicht tun darf.

Der herrschaftsfreie Dialog, innerhalb dessen der Schüler seine Erfahrung über seine Erfahrung zu Disposition und Diskussion stellen könnte, bleibt als wichtigste Voraussetzung der Ermöglichung der reflexiven Analyse ex principio aus den "Grundfragen des Mathematikunterrichts" verbannt. Daß die "Grundfragen" gleichwohl die reflexive Analyse, die sokratische Methode und die historisch-genetische Konstruktion mathematischer Strukturen - z.B. ausgehend von Alltagserfahrung des Schülers - oft fordern, muß als sehr positiv vermerkt werden.
Daß aber dennoch nicht eine allgemeine Methode im konstituierenden Teil des Werkes angegeben wird, welche diesen Anspruch selbst an auch nur einem Beispiel realisiert, muß als viel schwerer wiegender Nachteil angesehen werden. Entgegen dem ausdrücklichen Anspruch werden die "Grundfragen des Mathematikunterrichts" produktorientiert beantwortet, und die im curricularen Teil des Werkes aufgelisteten Bildungs- und Erziehungsziele, die durch Mathematikunterricht erreichbar sein sollen, bleiben somit deklamatorisch und besitzen für den vorstehend bezeichneten Mangel lediglich salvierende Funktion.

Ad 4.2.4 Das ursprünglich in den Niederlanden erschienene Werk "Didaktik der Mathematik" will im Gegensatz zu "Grundfragen des Mathematikunterrichts" ein in sich geschlossenes Modell vom Mathematikunterricht anbieten: Ausgehend von allgemeinen Lernzielen erfaßt dieses Modell den Anfangszustand der Schüler, und der Lehrstoff wird durch Aktivitäten der Schüler unter besonderer Berücksichtigung von Arbeitsformen und Hilfsmitteln "beigebracht" (sic!).

Am interessantesten ist daher diejenige Stelle des Werkes, wo die Beschreibung und die Annahme über die Natur des Verlaufsprozesses des Beibringens die dahinter angesiedelte Philosophie erkennen lassen.

Die hier vertretene Philosophie der Mathematik besagte, daß die Gegenstände der Mathematik durch den reflexiven Rückbezug des Denkens auf seine eigene Tätigkeit entstehen. Der Begriff der natürlichen Zahl etwa wird nicht als gemeinsames Merkmal mehrerer Ansammlungen von Gegenständen abstrahiert. Denn die Ansammlung von Gegenständen, aus deren Vergleich die ihnen gemeinsame Zahleigenschaft entspringen sollte, kann größenmäßig selbst nur unter Zuhilfenahme des Begriffs von der natürlichen Zahl bestimmt werden. Daher setzt jede Abstraktion den Begriff, vermittelst dessen bestimmte Eigenschaften als irrelevant weggelassen werden können, schon voraus.

Indem nun der menschliche Verstand während der Größenbestimmung auf seine eigenen Handlungen achtet, richtet er sich nicht auf die zu zählenden Gegenstände, sondern auf seinen eigenen instrumentellen Einsatz an den Gegenständen dieser Welt. Außer einem anthropologischen Bewußtseinsapparat ist zur Entwicklung des Begriffs der natürlichen Zahl nichts weiter notwendig, als daß die Welt da draußen in Partikel zerfällt. Die Hervorbringung mathematischer Begriffe ist dann Ausübung von Verstand auf die eigenen Handlungen an den Gegenständen, was zuvor in dieser Arbeit als reflexive Analyse beschrieben wurde und einen produktiven Konstruktionsakt darstellt. Allein im und durch das reflexive Denken erhalten die mathematischen Entitäten ihre konstitutiven Merkmale der Notwendigkeit und Allgemeingültigkeit. Sie erhalten sie nicht durch Abstraktion, weil Abstraktion das Wissen um Notwendigkeit und Allgemeingültigkeit voraussetzt, damit vom nicht Notwendigen - vom Zufälligen also - und vom nicht Allgemeingültigen - vom Komparativen also - abgesehen werden kann.

Im Gegensatz deshalb zu mathematischen Begriffen, die durch Konstruktion entstehen, werden empirische Begriffe und ihre Repräsentanten durch Abstraktion gewonnen: Der Repräsentant "Tanne" für den Begriff des Baumes wird durch Vergleichung und Abstraktion gewonnen. Der Verstand stattet der Erfahrung zurück, was er von ihr genommen hat. Insofern stellt Erkenntnisgewinn durch Abstraktion ein reaktives Akkumulierungsprinzip dar, um Wissen zu erhalten: Die empirischen Gegenstände werden klassifiziert und nach von der Natur vorgegebenen Merkmalen eingeordnet.

Eben das Prinzip der Abstraktion erhebt das Werk "Didaktik der Mathematik" generell zum mathematischen Erkenntnisprinzip:

> "Der Mechanismus, wie er in den ... Beispielen beschrieben wurde, beruht auf der Theorie, daß man neue Begriffe nicht durch Definitionen lernt, sondern durch Beispiele und Gegenbeispiele. Die Schüler sortieren sie an Hand einer Klassifizierungsvorschrift, die vorgegeben oder von ihnen selbst erarbeitet wird" (a.a.O., S. 52).

Wichtig ist, daß diese vorgegebene oder selbst zu findende Klassifizierungsvorschrift zum Paradigma des Unterrichtsverlaufs erhoben wird:

> "Auch im Unterricht ist das der normale Ablauf. ... Indem jemand (bewußt oder unbewußt) in den vorgelegten Beispielen Gemeinsamkeiten oder Unterschiede entdeckt, kann er sich nach kurzer Zeit von den Beispielen lösen" (a.a.O., S. 53).

Die angestrebte Endleistung ist die Abstraktion:

> "Dieses Loslösen von Beispielen nennt man Abstrahieren. Hat jemand aus Beispielen und Gegenbeispielen einen Begriff abstrahiert, sagen wir, er kennt den Begriff. ... Das Kriterium für die Kenntnis eines Begriffs ... ist nicht, daß man ihn benennen kann oder seine Definition weiß, sondern daß man vorgegene Dinge nach ihm klassifizieren kann" (a.a.O., S. 53).

Der eigentlichen, angestrebten Endleistung des Abstrahierenkönnens werden noch die Tätigkeiten des Orientierens im Erfahrungsfeld, des Sortierens im Anfangsstadium, des Kontrollierens einschließlich des Rückmeldens im unmittelbaren Abstrahieren, des Explizierens und Konsolidierens ergänzend hinzugefügt, um ein Verlaufsschema für Mathematikunterricht zu gewinnen (a.a.O., S. 57).

Interessant an dieser Hintergrundsphilosophie, welche Gestaltungsprinzipien für den Mathematikunterricht bereitstellt, ist eben die Auffassung, daß von vorgegebenen Gegenständen (i.e. Beispiele für einen mathematischen Begriff) der mathematische Begriff abstrahiert werden könne. Das Werk verkennt eben die Tatsache, daß die Gegenstände im Beispiel selbst schon Repräsentanten

des Begriffs sein müssen, wenn sie eindeutig von den Gegenbeispielen diskriminiert werden müssen. Und eben dieser Erkenntnisprozeß, der die Repräsentanten für die Beispiele schafft, gerät dem Werk "Didaktik der Mathematik" nicht in den Blick. So kann der Erkenntnisprozeß kein Fortschreiten mehr sein: Er ist dem Werk ein nachschaffender Prozeß, der das Gemachte zu verstehen trachtet, indem er es regeneriert.

Entsprechend vordergründig und in nur lockerem Bezug zur zuvor beschriebenen Verlaufsstruktur werden die "Aktivitäten der Schüler" dargestellt (a.a.O., S. 62ff). In der Abhandlung über Symbole (a.a.O., Kapitel 5.1, 5.2.1 bis 5.2.4) gelingt nicht der Durchbruch zu der Erkenntnis, daß Symbole grundsätzlich Stellvertreterfunktion für eine mathematische Denktätigkeit besitzen. Dieser Punkt verdient genauere Betrachtung.

In vielen Lehrwerken wird der Begriff des Bruchoperators als verkettete Tätigkeit einer Streckmaschine (Tätigkeit des Zählers) mit der Stauchmaschine (Tätigkeit des Nenners) eingeführt. Zwar hat nun das äußere Bild einer Streckmaschine bzw. einer Stauchmaschine mit dem sinnlichen Zeichen für einen Bruchoperator keinerlei äußerliche Ähnlichkeit. Wohl aber läßt sich die regelhafte Tätigkeit der Streckmaschine bzw. der Stauchmaschine als Streckoperator bzw. Stauchoperator bezeichnen, und verkettet man den Streckoperator mit dem Stauchoperator, so läßt sich die Tätigkeit dieser Verkettung als Analogon für eben die Tätigkeit herbeiziehen, die durch einen Bruchoperator vollzogen wird.

Im Gegensatz zur Schematisierung eines mathematischen Begriffs (vgl. a.a.O., S. 40 - S. 47), der der direkte Weg der Konstruktion darstellt, ist diese per Analogieschluß gewonnene Darstellungsweise die indirekte oder auch die symbolische. D.h.: Die Verkettung der Tätigkeiten des Streckens und Stauchens eröffnet die Möglichkeit einer bildlichen und damit anschaubaren Darstellung dieser Verkettung, etwa als Reihenschaltung einer Streckmaschine mit einer Stauchmaschine. Insofern aber im Bild dieser Hintereinanderschaltung nicht die Maschinen selbst, sondern deren verkettete Tätigkeit verstanden wird, die per Analogieschluß auf diejenige Tätigkeit übertragen wird, welche sich regelhaft im Schema des Begriffs vom Bruchoperator vollzieht, so ist die verbildlichte Tätigkeit der hintereinandergeschalteten Maschinen lediglich ein Symbol für die schematisierte Kognitionshandlung, die dem Begriff Bruchoperator sein Bild verleiht. Und in diesem Falle

besteht die Funktion eines Symboles in der Unterschiebung einer sinnlich wahrnehmbaren Tätigkeit unter einen mathematischen Begriff, dessen Schema nur in der Simulation existiert und in kein wahrnehmbares Bild gebracht werden kann. In diesem Sinne ist ein Symbol ein Stellvertreter für die Ausführung eines mathematischen Konstruktionsschemas; und im Gebrauch dieses Symboles reflektiert das erkennende Subjekt über die analoge Form zweier Regeln, nicht aber über das orignare Schema des Begriffes selbst. Kurz: Der Gebrauch von Symbolen setzt die Konstruktion des mathematischen Begriffes eigentlich voraus. Uneigentlich soll allerdings manchmal das Analogon zum originaren Schema benutzt werden, um per Analogieschluß das noch nicht vollentwickelte mathematische Schema "wie geschmiert" zur Entfaltung zu bringen. Und insofern ist dann das Vorhandensein und der Gebrauch von Symbolen keine eine mathematische Reflexion wesenhaft bestimmende, sondern eine die mathematisierende Tätigkeit begleitende und - die Stellvertreterfunktion im Hinterkopf bewahrend - erleichternde Tätigkeit, die sofort in die Irre führen kann, wenn die Stellvertreterfunktion außer acht gelassen wird.

Die Grundkonzeption vom Lernen, die das Werk "Didaktik der Mathematik" zugrundelegt, gestattet es nicht, die Stellvertreterfunktion eines Symboles so eindeutig herauszuarbeiten: visuelle Symbole (a.a.O., S. 63) werden mit Bildern von Begriffen verwechselt; und verbal-algebraische Symbole werden einerseits - was ihren hier im Werk so genannten »verbalen« Anteil betrifft - mit der sprachlich artikulierten Worthülse für einen Begriff sowie andererseits - was ihren hier im Werk so genannten »algebraischen« Anteil betrifft - mit der rein assoziativen Tätigkeit des Gedächtnisses verwechselt, das - angeregt durch das sinnliche Zeichen - eine gelernte Rechenregel reproduziert; und dann wird noch - was die verbal-algebraischen Symbole insgesamt betrifft - ihre nicht immer möglichen Transformation in ein visuelles Symbol postuliert - wobei das Werk eben der Gefahr der Verwechselung von Bild für einen Begriff und visuelles Symbol für einen Begriff erliegt (a.a.O., S. 63ff).

So nimmt es nicht Wunder, daß dann auch die reflexive Tätigkeit, die das genuine Charakteristikum einer mathematischen Tätigkeit darstellt, nicht angemessen innerhalb der "Aktivitäten der Schüler" Berücksichtigung findet:

Der rein quantitative Anteil ist im Verhältnis zur Beschreibung der anderen Aktivitäten schlichtweg erbärmlich (a.a.O., S. 75), und die inhaltliche Information über den Charakter und die Natur der Reflexion im Rahmen mathematischen Tuns ist praktisch gleich Null.

Oberhaupt fällt auf, daß die Schilderung der Aktivitäten der Schüler nur sehr lose an das im vorangegangenen Kapitel 4 entworfene Paradigma eines Unterrichtsverlaufs angekoppelt ist. Nicht nur, daß die Mathematik eine zwar kleingeteilte, aber immer noch fertige Mathematik bleibt, deren Genese - von der gegenständlichen Handlung ausgehend in reflektierte Handlung mündend - gar nicht thematisiert wird, sondern die mit Versatzstücken der entwickelten Theorie überstülpt wird. Auch die Unterkonzeptionen: Zielbestimmung, Anfangszustandsdiagnose, Stoffauswahl- und Stoffanordnung, Aktivitäten und Arbeitsformen der Schüler zur Stoffbeibringung - bleiben relativ bezuglos als Subsysteme der gesamten Konzeption nebeneinander stehen.

Dieses untereinander bezugslose Arrangement analysierter Paradigmata, denen eine lediglich plausibel erscheinende, äußere Ordnung, nämlich vom definierten Zielzustand unter Verwendung des Stoffes mittels der Aktivitäten der Schüler zum "Beibringen" (sic!) des Stoffes, ihre aufgepfropfte Struktur verleiht, diskreditiert auch hier die historische Bewegung des mathematischen Erkennens und spannt so den grundsätzlich Erkenntnisfähigen mit rigider Logik in ein Passivkonzept, das - ebenso wie das Werk "Grundfragen des Mathematikunterrichts" - Spontaneität, Reflexion und damit auch die Bedingungen der Ermöglichung von Reflexion, den Dialog, ex principio aus seinen Paradigmata verbannt. Lernen von Mathematik bleibt in diesem Werk seiner Struktur nach ein reaktives Akkumulierungsprinzip: der Prozeß des Mathematisierens als ein dialektisches Verhältnis von Konstruierendem und Konstruiertem wird nicht durchschaut; Mathematik-Lernen nach der Didaktik dieses Werkes kann kaum mehr als die Fiktion eines Subjektseins vermitteln.

Ad 4.2.5

Argumentum crucis für die Behauptung eines Werkes, eine Didaktik von etwas zu sein, sollte der im Werk zumindest angedeutete Problemhorizont sein, daß jegliches unterrichtliche Tun von einem Menschenbild her seine Bestimmung erhalt. Das hier in diesem Aufsatz zur Norm (29) erhobene Menschenbild vertritt mit Entschiedenheit die anthropologische Determinante der reflexiven Analyse: Für diese Analyse hat Mathematikunterricht Bedingungen bereit zu stellen, um ihre Initiierung und Lenkung zu ermöglichen. Wichtig zu sehen ist, daß diese Bedingung der Ermöglichung reflexiver Analyse den Antrieb im wesentlichen aus sich selbst erhalt; daß also die Bedingungen ihrer Möglichkeit nicht - wie im physikalischen Naturablauf - einem Kausalnexus unterworfen sind.

Aus diesem Grunde bedeutet die Rezeption von solchen Lerntheorien in die Mathematikdidatik, die im wesentlichen einen solchen Kausalnexus als Kern ihrer Theoriebildung in sich bergen, einen Mißgriff: Sie vermögen an den grundsätzlich zur Erkenntnis befähigten Schüler nur die Botschaft zu übermitteln, daß seine Reaktion auf einen Reiz hin adäquat oder nicht adäquat im Sinne dieses Theoriekernes war. Eine solche Lerntheorie erlaubt es dem Schüler kaum, zu der Stelle hinzugelangen, an der er einsehen kann, daß die verantwortliche Instanz für sein Denkvermögen in ihm selbst liegt.

Neben der hauptsächlichen Rezeption von PIAGET und BRUNER greift das Werk "Einführung in die Mathematikdidaktik" auf die GAGNEsche Lerntheorie zurück mit dem Ziel der Erstellung valider Lernsequenzen (a.a.O., S. 193).

Gegen die Übernahme GAGNEs als eines schlecht verkappten Behavioristen in der Mathematikdidaktik werden hier folgende Einwände erhoben:

- GAGNE betont oft (z.B. GAGNE 1973, S. 161) - und auch das hier unter 4.2.5 besprochene Werk folgt ihm darin (a.a.O., S. 202) -, daß der Lernende zu Beginn des Lernprozesses über die Leistungsform zu informieren sei, die als Lernergebnis erwartet wird. GAGNE setzt also Lernziel und Leistung weitgehend miteinander gleich, und er hofft:

> "Der Lernende versucht typischerweise, eine bestimmte Leistungsform zu erreichen, und seine Motivierung auf diese Leistung hin kann von entscheidender Bedeutung sein" (a.a.O., S. 247).

GAGNE hofft also durch Hinweis auf den Unterschied einer extern zugemuteten Leistungsform und dem momentanen Lernzustand eine

> "Motivierung (des Lerners durch ihn selbst) auf diese Leistung hin" (a.a.O., S. 247)

zu erreichen. Diese innere Indentifikation des Lerners mit einem äußerlich an ihn herangetragenen Leistungssoll als "typische Reaktion" eines Schülers zu erwarten, hat eben nur Sinn, wenn der Schüler willens ist, die externe Leistung zu seiner inneren zu machen. Das S-->R-Paradigma GAGNEs und auch das hier besprochene Werk (vgl. a.a.O., 3.6.2.5, S. 102) setzen dies naiv voraus. Aber die Hinsicht des über die Endleistung informierten Schülers ist eine situativ konstituierte und kann eine ganz andere "Reaktion" auf den "Stimulus" hervorrufen: Wenn der Schüler das, was man ihn letztlich lehren möchte, in der Art und Weise wiedergibt, daß er es verbal artikuliert, so hat der Lehrer u.U. ein Erfolgserlebnis, aber nicht der Schüler. Der Erfolg ist zwar ein Scheinerfolg, aber der Schüler wird nach Strategien und Verfahren suchen, diesen Scheinerfolg so lange wie möglich als echten Erfolg darzustellen.

Ist das Bewußtsein des Schülers noch nicht zu sehr korrumpiert, dann wird er den Lehrer fragen, warum er das überhaupt lernen solle, und wozu Mathematik überhaupt tauge.

Ist der Schüler das, was man einen Musterschüler nennt, der etwa für ein Medizinstudium gute Abiturnoten braucht, so wird er die Information aufnehmen und versuchen, der zugemuteten Leistung unter allen Umständen gerecht zu werden. Aber dafür wird er vielleicht eine starke Abneigung gegen die Mathematik oder den Mathematiklehrer entwickeln und sich in anderen Fächern revanchieren, indem er dort "Dampf abläßt".

Ist der Schüler ein konvergierender Denker, der tausend Geraden aufs Papier malt, wenn der Lehrer dies wünscht, so wird er einfach alles getreulich tun, wie es ihm der Mathematiklehrer vorschreibt. Aber dieser Zustand hält dann nur so lange, wie die Mathematikstunde dauert und der Lehrer anwesend ist.

Viele der Aussagen GAGNEs über Leistungsziele, Motivationen durch angepeilte Leistungsziele und Lernzielkontrollen sowie die Bedeutungsverleihung an GAGNEs Lerntheorie durch das Werk "Einführung in die Mathematikdidaktik" (vgl. a.a.O., S. 204, 3.6.2.6) müssen unter dem Aspekt der "Hinsicht des Schülers" als naiv gewertet werden: Eine GAGNEsche Lernzielanalyse z.B. für ein mathematisches Thema ist kein "hervorragender Überblick über den zu unterrichtenden Themenkreis ... und mögliche Abfolgen der Lernsequenzen" (a.a.O., S. 204), sondern sie stellt aufgrund ihres strengen Hierarchieprinzips nichts anderes dar als mathematisch streng geordnete Stoffgebiete, deren Inhalte lediglich die Verben "verstehen", "lernen", "unterscheiden", "darlegen können" usw. übergestülpt sind. Die naiv vorausgesetzte Identität von Lehrerhinsicht und Schülerhinsicht schränkt den Gültigkeitsanspruch der Lernmotivierung durch die Konfrontation des Schülers mit fertigem Stoff samt Tätigkeitsanhängsel beträchtlich ein.

- Die GAGNEsche Lerntheorie ist eine echte Lerntheorie eines sich liberal gebenden Behavioristen. Es muß gepaukt werden. Dabei ist es undenkbar, daß Hierarchietypen übersprungen werden. Jeder gelernte Typ stellt die interne Bedingung für den zu lernenden nächsten Typ dar, und ohne Inkorporation des vorangegangenen Typs ist der Typ der neuen Lernleistung nicht möglich. In den Lernhierarchien haben vorangegangene Lernerfahrungen absolute Bedeutung: Sie sind entweder gemacht, oder nicht gemacht. Mit Ausnahme einiger salvierender Bemerkungen, die gegen Kritik immunisieren helfen (vgl. "Einführung in die Mathematikdidaktik" S. 205 »Einschränkungen«), übernimmt das hier unter 4.2.5 besprochene Werk dieses Hierarchisierungsprinzip in seinem gesamten Stoffteil.

Für das Begriffslernen bedeutet z.B. dieses Hierarchieprinzip, daß die Leistungen der Kettenbildung und der multiplen Diskrimination als vorgeordnete Lerntypen erworben werden mußten, damit Begriffslernen überhaupt stattfinden kann. Im Innern des Schülers sind diese Leistungen als S-›R-Ketten, deren Verbindungen nach der Einheit ihrer jeweiligen Glieder aufgebaut sind, und als diskriminierte Parallelketten, deren einzelne Elemente nach dem jeweiligen Unterschied und der Reihung der einzelnen Ketten aufgebaut sind, repräsentiert. Erst wenn Einheiten, Unterschiede und Reihungen der Kettenbildung als Lerntyp erworben werden, kann Begriffslernen als Synthesis stattfinden. Über diese Tatsache gibt es in diesem Hierarchiemodell keinen Zweifel: Motorische und verbale Fertigkeiten sind als zeitlich vorauseilende von den intellektuellen Fertigkeiten streng getrennt.

Das Werk "Einführung in die Mathematikdidaktik" gibt ein Beispiel zum Typ der sprachlichen Ketten:

> "Zahlwörter von 1 - 10 in der »richtigen« Reihenfolge sagen können, sprachliche Assoziationspaare (»sieben« zu »7«, allgemein: Benennungen zu schriftlichen Symbolen)" (a.a.O., S. 195).

Der Begriff der "Dekadik" könnte also sowohl nach GAGNE als auch nach dem hier besprochenen Werk "Einführung in die Mathematikdidaktik" erst dann erworben werden, wenn die sprachlichen und analog dazu motorischen Ketten der Zahlwörter gemäß den Konditionierungsgesetzen der S-›R-Einheiten erworben wurden.

In der Tat scheint bei aufgeweckten Vorschulkindern alles darauf hinzudeuten, daß sie das Zählen von 1 - 10 zunächst als assoziierte S-›R-Paare kennenlernen: "Eins und Eins ist Zwei", "Eins und Zwei ist Drei" usw. Fällt eines dieser S-›R-Glieder aus, bricht die motorische bzw. verbale Kette in sich zusammen, und die Kinder beginnen von vorn.

Auch dann, wenn sie elementare Zahlenoperationen durchführen (6 + 3 etwa), so beginnen sie mit Hilfe der Finger Ketten für 6 und 3 aufzubauen. Tritt der Fall ein, daß sie diese Ketten untereinander verwechseln - also nicht diskriminieren können - so wird die Rechenoperation nicht zu Ende durchgeführt.

Erst dann, wenn die Vorschulkinder ihre 10 Finger insgesamt überblicken können und sowohl die Paarbildungen, Kettenreihungen und Kettenunterscheidungen als unter den Begriff "Zehnheit" fallend subsumieren können, vermögen sie nicht nur in der Retrospektive eine sichere Zähl- und Addieroperation im Zahlenraum 1 - 10 vorzunehmen, sondern sie sind auch in der Lage, mithilfe des Begriffs der Dekadik den nächsten Zahlenraum von 11 - 20 ohne Ketten- und Diskriminationsfähigkeiten zu konstruieren. Der Begriff - so GAGNE - befreit sie aus der Haft der S→R-Verbindungen.

Mit dieser letzten Feststellung trifft GAGNE zweifellos den Kern der ganzen Angelegenheit, und wäre er in der Durchhaltung dieser Erkenntnis konsequent, so würde er einsehen, daß durch die Kinder bereits beim Bilden der Kettenglieder, den S→R-Paaren, begriffliche Urteile gefällt werden. Die Struktur der Kettenbildung nämlich kennt vier begriffliche Urteile: Die Bildung von Einheiten; schon die Zahl 1 ist ein begriffliches Urteil. Die Bildung von Reihungen; die Zahl 2 als Nachfolger von der Zahl 1 ist ein solches begriffliches Urteil. Die Bildung von Unterschieden; die 4 unterscheidet sich von der 5 ist ein begriffliches Urteil. Und die 1 bzw. 2 bzw. 3 usw. hat ja jeweils nur Sinn und Bedeutung, wenn sie als Stelle mit einem bestimmten Wert im Dekadik-System begriffen wird: Dieses ist das vierte begriffliche Urteil.

Sicherlich sind diese Urteile bei Vorschulkindern nicht so ausdifferenziert wie hier dargestellt; und sie fungieren vorbewußt und mit den entsprechenden kindlichen Hinsichten, die anders sind als die der Erwachsenen. Aber es ist unsinnig anzunehmen, daß begriffliche Urteilsbildung erst zeitlich nach der Paar-, Ketten- und Diskriminationsbildung möglich sei. Für den Aufbau dieser Leistungen ist begriffliches Denkvermögen vorauszusetzen und vor dem Erlernen motorischer und verbaler Ketten in der empirisch feststellbaren Urteilsbildung beobachtbar: Es muß also in der gesamten Lernhierarchie angesiedelt werden. Diese Tatsache bringt das Hierarchieprinzip zu Fall.

Für diese Art genetischen Lernens, das von vorbewußt fungierenden Urteilen durch synthetische Begriffsbildung ausgeht und diese Urteile durch Differenzierung, Präzisierung und Reflexion umwandelt in bewußtes Urteilen ist in GAGNEs Hierarchietheorie kein Platz.

- Mit dieser Ausblendung der Sichtweise, daß mathematische Begriffsurteile vorbewußt fungieren, daß an diese anzuknüpfen ist und deren Leistungsformen mehr und mehr ausgeprägt werden können, ohne daß die vorgängigen S→R-Ketten gepaukt werden müssen, geht einher die Unfähigkeit der GAGNEschen Theorie, mathematische Begriffe als Konstrukte des schöpferischen Denkens zu betrachten. Das S→R-Paradigma ist und bleibt eine Beschreibung des Menschen als ein Reagens auf die es umgebende Umwelt. Daß mathematische Begriffe auch aus der Beschäftigung des Denkens mit sich selbst hervorgegangen sein können - das ist eine Sichtweise von Begriffsbildung jenseits der Vorstellungskraft GAGNEs. Sagt akkumulierte Erfahrung dem Schüler, was war bzw. was ist, so gewinnt er aus der Reflexion auf sein Denken die Kraft der Antizipation.

Die Kritik an dem hier besprochenen Werk "Einführung in die Mathematikdidaktik" besteht nun einmal in der Kritik an der unkritischen Übernahme der GAGNEschen Lerntheorie. Die salvierenden Einschränkungen verhindern nicht, daß die demonstrierten Beispiele (Lernen zusammengesetzter Begriffe, a.a.O., S. 198; Lernen von Regeln, a.a.O., S. 199) streng am Hierarchieprinzip festhalten: Lernen ist Übernahme kodifizierten Wissens.

Diese unkritische Übernahme und die nachfolgende Überstülpung fertiger Mathematik mit einer zurechtgestutzten Lerntheorie (AUSUBEL, BRUNER, PIAGET) ziehen sich wie ein roter Faden durch die "Einführung in die Mathematikdidaktik", und sie findet ihre Vollendung etwa in den geplanten Stundenabläufen (a.a.O., S. 246). In ihnen wird deutlich, daß sich das hier besprochene Werk vom Strukturalismus der 70er Jahre noch nicht befreit hat: Das formale Symbol, die formale Struktur ist das vom Mathematiker Gemachte und Geleistete schlechthin. Für die "Einführung in die Mathematikdidaktik" liegt es also nahe, daß die Mathematik selbst das als formale Struktur

Gemachte ist, und daß die "Machbarkeit" - eigentlich aber: die Unterrichtbarkeit - von Mathematik nur dann möglich ist, wenn diese selbst - also die "Machbarkeit" - durch und durch von sich her den Wesenszug des formalen Symbols, der formalen Struktur in sich birgt.

Die Unterrichtbarkeit von Mathematik in der "Einführung" ist wegen dieser strukturalistischen Sichtweise kläglich eindimensional. Ein sehr schönes Beispiel veranschaulicht diese Eindimensionalität:

> "Begründen Sie die Ungleichung
> Mathematikdidaktik $\neq$ Mathematik $\cup$ Didaktik"
> (a.a.O., S. 14).

Erwägungen sind natürlich zulässig; aber auch sie bewegen sich nicht im Rahmen des verantwortlich geführten Diskurses, sondern werden auf die symbolische Erfassung der mathematischen Struktur restringiert:

> "Gilt $\not\subset$ oder $\not\supset$ anstelle von $\neq$?" (a.a.O., S. 14)

In der Eindimensionalität dieser Betrachtungsweise lösen sich Bedeutung und Sinn menschlichen Diskurses zugunsten eines mathematischen Strukturalismus und seiner eineindeutigen Symbolik auf. Im Verkennen der Tatsache aber, daß mit dem gesprochenen Satz als der zwar materiellen, aber flexiblen Hülle eines mathematischen Urteils eben diesem Urteil ein unendliches Entwicklungs-Feld eröffnet und mit dem gesprochenen Satz der Bereich der Symbole als Zeichensystem verlassen wird, vollzieht sich das Implikat der A-Historizität des Lehr-Lerndialoges: Die geschichtliche Genese der Symbole und ihre Funktion als Stellvertreter für die Dynamik einer verstandesmäßigen Konstruktionshandlung bleiben ebenso verborgen wie der Werdegang einer formalen Struktur, die das zeitliche Werk eines Vernunftsubjekts war. Die Welt der Symbole und der Struktur bleibt jenseits der Bewegung ihrer eigenen Geschichte abgeschlossen und wird zum zur Kreide oder Druckerschwärze erstarrten Zeichenkorpus. Die Konsequenz: Der in dem Werk "Einführung in die Mathematikdidaktik" dargestellte mathematische Stoff hätte allein mit den beiden (!) Grundkomponenten strukturalistischer Tätigkeit, nämlich: Zerlegung und Arrangement, so dargestellt werden können, wie es dort geschehen ist. Lernzieltaxonomien, Lerntheorien und Epistemologien - so überraschend dies klingt - stellen ein Accessoire dar, das - weil es in diesem Werk Mathematik als fertige nicht tangiert - die historische Bewegung der

reflexiven Analyse diskrediditert und in seiner Oberstülpung auf fertige Mathematik den grundsätzlich Erkenntnisfähigen mit rigider Logik in ein Passivkonzept einspannt, das den Dialog als die Bedingung der Möglichkeit von Erkenntnis nicht einmal erahnt.

So bleibt das Werk ein Torso zweier unverbundener Körperteile: Mathematik plus Lernpsychologie; ein eigener Standpunkt wird nicht erreicht oder vertreten.

5. Weiterer Oberblick und Folgerungen

5.1 Der Primat eines Menschenbildes

Das hier vertretene Menschenbild als eines Erkenntnissubjektes, das mit der reflexiven Analyse auf seinen Weltbezug seine Bedingungen zur Selbstverwirklichung schafft, ließ die Genese von Mathematik begreifen als einen Wandel des subjektiven Erfahrungshorizontes. Dieser Wandel des subjektiven Erfahrungshorizontes wurde betrachtet als dialektisches Verhältnis von Konstruierendem und Konstruiertem: Indem der Schüler die Gegenstände nach seiner Erkenntnisart bestimmt, erfährt er zugleich etwas über seine eigene Erkenntnisvergangenheit und Erkenntniszukunft.
Gerade für die mathematischen Gegenstände gilt ihr Konstruiertwerden durch den Menschen. Sofern es einem Mathematikunterricht gelingt, die Bedingungen für diese Konstruktion bereit zu stellen, wird das Erkennen (=Konstruktion) zum Lerngegenstand und die Chance wächst, daß der Schüler die Vernunft als eine Bewertungsinstanz erkennt, die als Zentrum der Verantwortung in ihm selbst liegt.
Keinem der untersuchten Werke gelingt es, diese Dialektik von Konstruierendem und Konstruiertem als Wandel des subjektiven Erkenntnishorizontes des Schülers zu begreifen. Deswegen gelingt es auch nirgendwo, fertige Mathematik wieder in die originären Entstehungszusammenhänge und humanspezifischen Handlungssysteme aufzulösen - d.h., wenigstens die materialen Bedingungen für Mathematisieren bereitzustellen. In dem Werk 4.2.7: "Research in Mathematics Education" (USA, Reston 1980) reduziert sich die Philosphie des Mathematik-Lernens auf eine Output-Orientierung am nützlichen Verhalten.

Nach kurzer Schilderung der Modelle mechanistisch versus organismisch heißt es:

> "Und so zeigt sich, daß die wirklich wichtige Frage pragmatischer Natur ist: Welches der Modelle ist zur angemessenen Erklärung und Voraussage von Verhalten (sic!) fruchtbar?" (a.a.O., S. 149).

Verhalten selbst wird nur im eindimensionalen Bezug auf den jeweiligen mathematischen Stoff gesehen:

> "Die Forschung zur kognitiven Entwicklung verhält sich deskriptiv, nicht präskriptiv. Dennoch stellt sie die Grundlage bereit, von der aus bestimmte Leitlinien der Forschung zum Unterricht verfolgt werden können, um drei prinzipielle curriculare Fragen zu beantworten:
> (a) welcher Stoff sollte gelehrt werden,
> (b) wann sollte er gelehrt werden, und
> (c) wie sollte er dargeboten werden?" (a.a.O., S. 185)

Der zu inkorporierende Stoff als das Maß aller Dinge bestimmt dann auch die Abfolge der einzelnen Inkorporierungsschritte ("Sequencing of Mathematical Topics", (a.a.O., S. 185), obwohl zur Zeit

> "ein wachsendes Bewußtsein aufkommt, daß man auch die Psychologie des Kindes in Rechnung stellen muß, wenn es den Stoff lernt" (a.a.O., S. 185).

Getreu den behavioristischen Stammvätern erfolgt die Steuerung des Erkenntnisprozesses durch spezifisch äußere Reize: nämlich durch die Vorgabe oder den Entzug allenfalls von bunt präsentierten Operationsobjekten, wobei die Initiative zur Konstruktion des Objektes niemals vom Erkenntnisfähigen selbst ausgeht. Zwar wird gefordert, daß die wissenschaftliche Untersuchung sich der Begriffe, Prozesse und Fertigkeiten zu widmen habe, welche Kinder beim Mathematiklernen nun mal so ausbilden (a.a.O., S. 186, S. 191). Aber auch hier gilt dies nur für die Inkorporation fertiger Mathematik (a.a.O., S. 191, Absatz 3) unter den drei Hauptfragen des WAS, WANN und WIE - einer Theoriekonzeption, in der das antiquierte Transportparadigma des Didaktischen Dreiecks LEHRER, SCHOLER, STOFF eine Renaissance erlebt. Begriffsbildung als Konstruktion eher denn als Inkorporation wird nicht erkannt. So wird in dem Unterabschnitt 9: "Concept and Principle Learning" desselben

Werkes der Versuch unternommen, die beiden Erkenntnisinstrumente "Begriff" und "Prinzip" trennscharf herauszuarbeiten und für den Mathematikunterricht fruchtbar zu machen. Aber nicht die trennscharfe Herausarbeitung beider Instrumente ist das Problem, sondern die Klärung ihres Zusammenwirkens. Solange aber der Begriff eines Objektes nur als Klassifikationsinstrument für Beispiele und Nichtbeispiele begriffen wird (a.a.O., S. 245), und Prinzipien lediglich als Relationen zwischen Begriffen betrachtet werden und nicht als zielgerichtete Gedankenhandlungen (a.a.O., S. 246), bleibt der enge Zusammenhang zwischen Denken und Handeln unentdeckt: Konstruierendes Leben als das Element, das die präsentierten Beispiele ja erst erschafft, indem es zielgerichtet (d.i.: durch Denken gesteuert) handelt, wird hier als Ding unter Dingen gesetzt, menschliche Vernunft als Bedingung der Möglichkeit von Erfahrung schon aus den Augen verloren, bevor sie überhaupt als eine auszubildende Fähigkeit dieser Didaktik in den Blick tritt.
Bis auf wenige Ausnahmen im europäischen Raum (!) reproduzieren sowohl Europäer als auch Amerikaner anstelle des reflektierenden Subjekts als dem potentiellen Konstrukteur von Mathematik unbegriffen dies antiquierte Transport-Paradigma vom didaktischen Dreieck.

5.2 Paradigmen konstruierenden Lebens

Wenn nicht auf naive Weise das Transport-Paradigma mit der Oberstülp-Methode herbeigezogen wird in der Hoffnung, mathematischem Konstruktionsvermögen sein Funktionsgeheimnis zu entreißen, oder wenn nicht simpel wie in 4.2.6: "Fachdidaktik Mathematik" (Wien, München 1981) dem Leser eine zusammenhanglose Gegenüberstellung von Lernpsychologie und Stoff vorgesetzt wird, dann verdeutlichen vor allem die Erörterungen über Taxonomien von Lernzielen sowohl in den hier untersuchten europäischen als auch amerikanischen Werken eine solche Sichtweise von der Welt der Kinder - Kinder, die im Primarstufenbereich die Chance erhalten, mathematisches Tun zum ersten Mal als das Wirken ihres eigenen Verstandes zu begreifen - und der Welt der Jugendlichen - Jugendliche, die sich der Mathematik als Vehikel zur Lebensbewältigung bedienen oder sich Mathematik zum Beruf machen wollen -, von deren Welt also wird durch die untersuchten Werke eine solche Sichtweise veranschlagt, welche strukturell am zutreffendsten durch die "Proportionalität beim Strahlensatz" gekennzeichnet ist: An das Kind, an den Jugendlichen wird immer eine Mathematik herangetragen, die aus der Sicht des fertigen

Mathematikers vorstrukturiert ist und nur durch ein verhältnismäßiges Mehr oder verhältnismäßiges Weniger an Stoff oder Schwierigkeitsgraden variiert - von wenigen, unausgeführten Hinweisen auf das Spiral-Prinzip abgesehen.
Daß die Hinsicht des Kindes und Jugendlichen eine ganz andere sein kann als die des noch nicht so Vielen, noch nicht so Schweren von fertiger Mathematik, und daß nicht nur nach dem Strahlensatz-Paradigma, sondern demgemäß auch etwa nach dem Paradigma der "stetigen Vermittlung von Polaritäten" oder dem der "rekursiven Verfahren" Mathematikunterricht gestaltet werden kann, das ist eine Idee jenseits der Vorstellungskraft der untersuchten Lernhierarchien - und Taxonomienkonstrukteure. Das Paradigma etwa der stetigen Vermittlung von Polaritäten greift zutreffender als das Strahlensatz-Paradigma im Primarstufenbereich, wo die Kinder noch - im guten Sinne - naive Realisten sind, für die das Angeschaute das Gedachte, das vom Lehrer Intendierte das von ihnen kaum Gewollte und die kindliche Hinsicht auf Welt nicht die Hinsicht der Erwachsenen auf deren Welt ist. Hier hat die Didaktik der Mathematik die Aufgabe zur Entwicklung von Paradigmen, die die Hinsicht des Kindes auf Welt voll berücksichtigen und eine stetige Vermittlung von Polaritäten (Anschauen - Denken; Bildungsziele - kindliche Lebensraumziele; Bedürfnis nach Liebe - Ausüben legitimierter Lehrerherrschaft) möglich machen.
An dieser Stelle wird deutlich, daß gerade der Primarstufenbereich nicht mehr die Zubringer- und Selektionsfunktion älterer Schultypen für das Fach Mathematik hat. Je nach Paradigmeneinsatz verhindert er oder stellt er bereit die Bedingungen für konstruierendes Leben. Von dieser Bereitstellung der Bedingungen der Ermöglichung konstruierenden Lebens hängt dann auch die Ausbildung einer positiven oder negativen Attidude zur Mathematik ab, die ihrerseits für den Mathematikunterricht im Jugend- und Erwachsenenalter den Rückgriff auf das Paradigma der "Rekursion des Denkens" gestattet. Das heißt: Die Motivation zum mathematischen Denken, das in der reflexiven Analyse durch Wiederaufrufen seiner eigenene Funktion - der reflexiven Analyse - zustandekommt, hat Geschichte und kann nicht durch kurzatmige Tricks geschwind von Donnerstag auf Freitag herbeizitiert warden. Die Kraft der reflexiven Analyse zu gewinnen und wiederzugewinnen ermöglicht kein S-R-Paradigma, kein Lernhierarchien- und Taxonomien-Paradigma: Einzig die in der geschichtlichen Genese vermittelte Einsicht in das Vermögen des eigenen Verstandes hält sie in Fluß. Und einzig aus diesem Grund stellt die kindliche Auseinandersetzung mit Mathematik im Primarstufenbereich keine

gewöhnliche Vorübung auf die "richtige" Mathematik dar; sondern sie ist der nachdrücklichste und prägendste Bedingunsfaktor für die Ermöglichung mathematischer Fähigkeiten im Jugend- und Erwachsenenalter überhaupt.

5.3 Bedingungen der Ermöglichung konstruierenden Lebens

Ein deutliches Desiderat innerhalb der untersuchten Werke stellt eine Philosophie dar, die die Hinsicht des Kindes oder Jugendlichen auf Welt beschriebe. Das Fehlen einer solchen Philosophie verhindert Aufmerksamwerden auf und Diagnose von solche(n) Phänomene(n), die ein Indiz für vorbewußtes Fungieren oder ein aus der jeweiligen Hinsicht von Welt bestimmter Gebrauch mathematischer Begriffe darstellen.

Erst die pädagogische Diagnostik dieses Fungierens oder Gebrauchs mathematischer Begriffe ermöglichte eine pädagogische Therapie: nämlich die Bereitstellung der Bedingungen, die den Verstandesgebrauch, die reflexive Analyse, möglich machen. Da die Bedingungen der Ermöglichung mathematischen Tuns- u.d.h.: konstruierenden Lebens - nicht die seiner kodifizierten Resulate sind, müssen die Bedingungen für das Erwerben mathematischer Fähigkeiten denen ähnlich sein, die menschliches Leben überhaupt positiv beeinflussen. Die Bereitstellung der materialen Bedingungen durch Auflösung mathematischer Urteile in Handlungen stellt ja nur eine notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung für konstruierendes Leben dar. Weitere Bedingungen sind: ein Vertrauensverhältnis zwischen Lehrern und Schülern; ein Gleichgewicht zwischen pädagogischer Liebe und legitimierter Machtausübung; absolute Wahrhaftigkeit im Dialog; die Fähigkeit zum Mitleid; die Fähigkeit zur Geduld; die Fähigkeit seitens des Lehrers, dem Schüler durch Vermittlung von Einsicht in die historische Bewegung seiner eigenen Urteilskraft Motivation zu erschließen.

Diese historische Erschließung von Motivation zur Ausübung von Urteilskraft durch Vermittlung von Einsicht in die eigene Fähigkeit zur Konstruktion schon im frühen Kindesalter stellt in der Tat eine Bedingung der Möglichkeit mathematischer Erkenntnisfähigkeit für das Jugend- und Erwachsenenalter dar, die von nur ganzen zwei der untersuchten Werke klar erkannt wird.

Die Geschichtslosigkeit in der Auffassung über die Genese mathematischen Fähigseins gestattet später nämlich den Rückzug auf das Wertfreiheitspostulat mathematischen Tuns und die Übertragung dieses Postulats auch auf die Genese mathematischen Tuns: Indem sich aber Mathematik ihrem Selbstverständnis gemäß als ein Höchstmaß von Rationalität ins Spiel bringt, vermag sie doch ihre Restriktion aufs Maß kodifizierter Resultate von Vernunft bei der Betrachtung anderer Gebiete nicht zu durchschauen. Dieses Selbstverständnis rächt sich, da es, indem es in der Mathematik-Didaktik ein Menschenbild von dem kodifizierten Resultat her definiert, nicht mit dem Widerspruch des Definierten rechnet:

> "WITTENBERGs Behauptung, daß eine rein ökonomische oder auch nur rein vom objektiven Kulturzustand hergeleitete Zielsetzung des Unterrichts eine Inhumanität oder Würdelosigkeit darstelle, ist - soziologisch gesehen - keine Phrase. Sie beschreibt nur den Tatbestand, daß jeder Mensch, auch der Schüler, auf die Dauer immer mit Desinteresse und Abwehr reagieren wird, wo man ihn grundsätzlich nur als eine zu reproduzierende oder zu manipulierende Größe - sei es der Ökonomie, sei es eines bestehenden Fach- oder Kulturzustandes - betrachtet" (LENNE, 1969, S. 94).

5.4 Methodik als Bedingung der Bewußtseinsentfaltung

WIE also die materialen und ideellen Bedingungen bereitgestellt werden - das ist entscheidend für die Entfaltung des Bewußtseins überhaupt: WITTENBERG ist absolut zuzustimmen: Inhumanität und Würdelosigkeit stellen keine Bedingungen dar, um Bewußtsein gedeihen zu lassen.

Hierzu folgender Gedanke: Die einschlägige Literatur (31) weist nach, daß in einem einzigen Jahre (1967) Zehntausende von Kindern in den Vereinigten Staaten schwersten körperlichen Mißhandlungen ausgesetzt waren oder getötet wurden. Die Abscheu, die uns bei der detaillierten Schilderung dieser Verbrechen ergreift, ist - historisch betrachtet - noch sehr jung. Erst das 17. und das 18. Jahrhundert waren fähig zu der Einsicht, daß eine jede Erziehung zur Individualität, zur Persönlichkeit ihr Ziel nur dann erreicht, wenn sie während des Erziehungsprozesses mehr von den Rechten als

den Pflichten der Kinder realisiert. Und in den aufeinanderfolgenden Jahrhunderten von COMENIUS, LOCKE oder KANT waren es erst Häresie und später echte Aufklärung, wenn deren jeweilige Vertreter dafür plädierten, daß Lernen Freude bereiten dürfe oder jedermann Mut haben müsse, seinen eigenen Verstand zu gebrauchen.

In derselben Weise ketzerisch wirkt heute eine kleine Minderheit von Mathematikdidaktikern, wenn sie die Hypothese wagt, daß die Unfähigkeit des jugendlichen Bewußtseins, zu sich selbst Stellung zunehmen, also reflexiv tätig zu werden, indem es seine eigenen Verstandeshandlungen thematisiert und zu auf Verbesserung gerichteteten Betrachtungen macht, zu einem beträchtlichen Teil auf diejenigen Demütigungen, verbalen Aggressionen und Betrügereien zurückzuführen ist, die die Erwachsenenwelt am kindlichen Verstand ausgeübt hat:

> "... die ständige Achtung des anderen als einer moralischen Person ... (ist) vom ersten Lebenstag an gefordert" (INHETVEN 1979, S. 149).

In der geisteswissenschaftlichen Pädagogik war jeglicher Unterricht erziehender Unterricht; die Didaktik eines Faches war zugleich Teil der Erziehungslehre. Diese Erziehungslehre betrachtete das je spezifische Tun eines Faches als das Erziehungsmittel, um eine fachliche und menschliche Fähigkeit auszubilden. Sie schied dabei sorgsam zwischen der Didaktik und der Methodik eines Faches. Beschrieb die Didaktik das WAS der Mittel und der Wege, um ein Erziehungsziel zu erreichen, so gab die Methodik das WIE der Mittel und der Wege hierzu an. Unter dem Blickwinkel der hier vertretenen Menschenbildes bedeutet dann die Methodik des Mathematikunterrichtes Struktur des mathematischen Gegenstandes angesichts seiner Konstruktion im Dialog. Und sofern die Methodik eines Lehrfaches (Mathematik, Physik, Religion) vom Gegenstand und seiner Konstituierung im Lehrer-Schüler-Dialog her bestimmt ist, hat der Lehrer keine Methodik, wie er etwas "beibringt", sondern er dient ihr. Im Dienst an der Methodik eines Faches gelingt es ihm dann, durch Führung auf den Gegenstand hin dem Schüler seine wachsende Urteilskraft bewußt zu machen.

Eine in der Nachkriegszeit auf beispiellose Weise amerikanisierte Empiristik in der Pädagogok glaubte der "Erkenntnisse" dieser Geisteswissenschaftler ledig sein zu dürfen: die multivariaten Verfahren produkt-

orientierter Pädagogischer Psychologie mit dem dahinter angesiedelten Konzept der Auslese sind ein typischer Beleg dafür.
Im Gefolge der Konzeption produktorientierter Forschung schritt der Verlust um das Wissen der Geschichtlichkeit des menschlichen Bewußtseins einher, das in der geisteswissenschaftlichen Erziehungslehre zur analytischen Trennung von Didaktik und Methodik des Unterrichts geführt hatte. Was sich heute mit dem Schlagwort einer "systemtheoretischen Didaktik", einer "artificial intelligence" oder einer "Pädagogik auf kybernetischer Grundlage" etwa als zuständige Disziplin für die Modellierung des interpersonellen Dialoges zwischen Lehrer und Schüler ausgibt mit dem Durchsetzungsanspruch einer objektiv schlüssigen Theorie vom Menschen, ist in Wahrheit die objektivierte Negation der dem Menschen zugehörigen Struktur offener - und damit historischer - Reflexivität. Die fortschreitende Instrumentalisierung der Vernunft in Regelkreisen, in Computermodellen und Lehr/Lernalgorithmen löst Reflexivität in Funktionalität auf und verliert die Historizität und damit die Methodik der Bewußtseinsentfaltung durch Unterricht völlig aus den Augen.

6. Ausblick

In Erweiterung der vorstehend festgestellten Tatsachen werden folgende hypothetische Aussagen getroffen:

6.1 Es fehlt in der gesamten Mathematikdidaktik an der Diskussion um ein Menschenbild. Anthropologische Determinanten wie »verantwortlich geführter Diskurs«, »geschichtliche Genese des kindlichen und jugendlichen Bewußtseins«, »Selbstverwirklichung als Dialektik von Konstruierendem und Konstruiertem« haben, wenn sie überhaupt auftauchen, deklamatorischen und praambulatorischen Charakter. Ihre Eigenschaften als die Bedingungen der Ermöglichung von Erkennen setzende Determinanten werden - von mindestens zwei Werken abgesehen - nicht durchschaut.

6.2 Dieser Mangel an Durchblick hat Konsequenzen genau dann, wenn Mathematikunterricht fördern statt auslesen soll: Bildungstheorie wird in der gegenwärtigen Mathematikdidaktik nahezu gänzlich reduziert auf Bildungstechnik, die sich damit begnügt, den beschleunigten Leerlauf von kodifi-

ziertem Wissen und wieder Vergessen zu rationalisieren. Diese Rationalität entleert zwar den humanen Inhalt des Rationalen (nach WITTENBERG ist dies keine Aussage von überflüssigem Luxus), reicht aber gerade hin, einen sich regenerierenden Pool von Berufsmathematikern zu komplettieren.
Und solange die anthropologischen Determinanten im erkennenden Prozeß des Mathematisierens nur eben als subjektive Fiktion Bedeutung erlangen, wird Mathematikunterricht kaum mehr als die Fiktion eines Subjektseins vermitteln können: Die Kinder und die Jugendlichen werden um den stärksten Motivationsfaktor zum Lernen von Mathematik betrogen, nämlich um die historisch vermittelte Einsicht in das wachsende Vermögen der eigenen Urteilskraft.

6.3 Menschliche Reflexivität und damit auch die Genese mathematischen Fähigseins wird sich in ihrer Unabschließbarkeit schwerlich innerhalb eines abschließbaren, curricularen Turmbaus hierarchisierter Lernziele für Mathematik ansiedeln lassen. Und so betrachtet ist das ungelöste Deduktionsproblem in der mathematischen Curriculumforschung - das irrtümlich als anerkanntes Problem voll in der Mathematikdidaktik durchschlägt - ein Scheinproblem. Die Conclusionen nicht hinterfragter Prämissen von Curricula müssen in den meisten Fällen im nachhinein durch einen immensen Reparaturaufwand in ihrer ganzen Brüchigkeit abgefangen werden: Das Scheitern des "Mengenlehre"-Programms im MU von der Primarstufe an ist nie die spezielle Lösungsschwierigkeit eines curricularen Problems gewesen. Es war das Problem mangelnder Diskussion über ein Menschenbild in der Mathematikdidaktik. (32)

6.4 Ein zentraler Forschungsgegenstand in der Mathematikdidaktik muß sub specie des hier vertretenen Menschenbildes der Prozeß (33) der reflexiven Analyse in seiner Genese sein. Indem mathematikdidaktische Theorien und Lernkonzeptionen den Lernenden gegen ein Reflexivwerden seiner selbst abschotten, geschieht zweierlei: In der Theoriekonstruktion selbst wird der Schüler zum Störfaktor depraviert. Zum anderen verhindern diese Lernkonzeptionen die in den Prozeß der Selbstaufklärung des Erfahrungshorizontes eingelassene Möglichkeit kritischer Distanzierung des Konstruierenden vom mathematischen Konstruktionsinhalt: Einem maliziösen Bonmot zufolge hätten Mathematiker im tausendjährigen Reich erst in dem Moment aktiven Widerstand geleistet, wo HITLER den Wert von $\sqrt{2}$ gleich π gesetzt hätte.

6.5 Auch die Methodologie der Mathematikdidaktik wird vom Forschungsgegenstand her bestimmt und strukturiert. In dieser Arbeit hier wird die Auffassung vertreten, daß ein sehr relevanter Forschungsgegenstand die Modellierung einer prinzipell unabschließbaren Struktur des Erkenntnisprozesses als reflexive Analyse sein muß. Die Fähigkeit zur reflexiven Analyse stellte die Bedingungen dar, die (mathematische) Erfahrung erst möglich macht. Da die Bedingungen der Möglichkeit von Erfahrung sich nicht in der Erfahrung als direktes Äquivalent darstellen lassen, bleiben alle Paradigmen wie Regelkreise, Flußdiagramme oder strukturelle Netzwerke nur bildhafte und relative starre Repräsentationsmodi für die Modellierung eben dieses offenen Erkenntnisprozesses. Es trügt die Hoffnung, daß wir in und mit dieser Modellierung ein Äquivalent besäßen, kraft dessen wir dem Erkenntnissubjekt sein Funktionsgeheimnis entreißen, es instrumentalisieren und dazu noch als eindimensionales numerisches Relativ darstellen könnten.

Da wir uns bis heute der Bedingungen der Möglichkeit von Erfahrung nur in der natürlichen Sprache bewußt werden können, ist die schildernde Fallstudie das geeigrete Instrument, um die offene Verlaufstruktur des Erkenntnisprozesses zu erfassen. Nicht geeignet scheinen z.B. multivariate Verfahren der Faktorenanalyse zu sein; sie sind aussageschwach, was die Konturierung von Verlaufsstrukturen anbelangt, und sie stellen lediglich eine cognitio ex datis, keine cognitio ex principiis dar. An die Stelle einer vom Forschungsgegenstand bestimmten Forschungsmethode ist heute eine exzessive Datensammelaktion getreten, die den Forschungsgegenstand bestimmt, da gewöhnlich die per Fragebogen gesammelten und mit Hilfe von Computern ausgewerteten Daten im nachhinein mit einer sinnvoll scheinenden Theorie verbrämt werden. Die solchermaßen gewonnenen Aussagen erhalten dann - gewollt oder ungewollt - didaktische Umlaufgeltung, da das mechanistische Denkparadigma sich dieser Aussagen bemächtigt und sie zu Steuerungsgrößen des Lehr-Lernprozesses umfunktioniert. So betrachtet vollendet sich in der europäischen Forschung die Nachkriegs-Epoche des zufriedenen jungen Herrn, der nicht bemerkt, daß er nicht den Forschungsgegenstand, sondern die Sünden seiner geistigen Väter untersucht.

Aber nur von einem Menschenbild her lassen sich die empirischen Resultate der Mathematikdidaktik als einer Humanwissenschaft sinnvoll befragen.

Die europäischen Mathematikdidaktiker sollten die Chance nutzen, die ihnen ihre Geistesgeschichte bietet, und die mathematikdidaktische Forschung nicht nur mit der argumentatio ad rem, sondern vor allem mit der argumentatio ex homine weitertreiben.

7. Anmerkungen

1 Die hier vorgelegte Arbeit stellt die überarbeitete Fassung der Antrittsvorlesung des Autors vom 17. Februar 1982 vor der Fakultät für Pädagogik an der Universität Bielefeld dar. Titel der Vorlesung: Erkenntnisvermögen und Mathematikunterricht.

2 Man vergleiche etwa die Arbeiten von MITTELSTAEDT zum Inhalt dieser Aussage; insonderheit: ders.: Philosophische Probleme der modernen Physik. Mannheim (4) 1972.

3 Zur kritischen Revision der sogenannten kybernetischen Pädagogik vgl. etwa auch: BUSSMANN, H.: Oberlegungen zur Theorie kybernetischer Methoden in der Erziehungswissenschaft. In: Zeitschrift für Pädagogik 26/1980, 3, 431-438. Und: PONGRATZ, L.A.: Zur Kritik kybernetischer Methodologie in der Pädagogik. Frankfurt: Peter Lang 1978.

4 Curriculum-Methodologien zum Mathematikunterricht empfinden sich häufig deswegen als wertneutral, weil sie seit Generationen die Stoffstruktur der Universitätsmathematik nach dem Strahlensatz-Prinzip in die Schulbücher hinein abbilden. Ihrem Selbstverständnis gemäß als Höchstmaß von Rationalität führt die Mathematik diese Niveau-Transformation entlang formaler Strukturen aus, ohne die andersartigen Strukturen konstruierenden Lebens zu kennen.

5 Man vergleiche hierzu: BUSSMANN, H.: Mathematische Fähigkeiten im didaktischen Prozeß - Erkenntnisvermögen und Unterricht. UTB 1069, Paderborn 1980.

6 Mit der Rekursion auf die KANTische Urteilskraft wird die Tatsache ins Licht gerückt, daß die Begründung für erziehenden Mathematikunterricht nicht ein System externer, kodifizierter Normen ist, sondern die gegenüber allem Erfahrbaren stellungnehmende Vernunft. Mit dieser Zielsetzung greift die Arbeit auf Vertreter des Neukantianismus wie NATORP, COHN, HÖNIGSWALD und PETZELT zurück, und damit ist auch die Richtung dieser Studie klar ausgewiesen: Normativität ist einzig und allein im kritischen Bewußtsein verortet und meilenweit davon entfernt, sich von außen gesetzter Normen zu unterwerfen oder gar externe Normativität selbst zu sein.

7 Die Maximen wurden in der Antrittsvorlesung ausführlicher dargestellt. Einem gründlichen Mißverständnis gegenüber den aus diesen Maximen gefolgerten Normen als Erziehungsziele des Neukantianismus fällt etwa ZENKE zum Opfer:

> "Pädagogik im hier verhandelten Verständnis will selbst Normen formulieren, an dem erzieherisches Handeln seine Berechtigung, seine Angemessenheit in Hinsicht auf die Bedingungen der Möglichkeit des gültigen Vollzuges von Erziehung erkennen kann." (ZENKE 1972)

Es ist vielmehr das Ziel des hier verhandelten Erziehungsverständnisses, Menschen dazu zu verhelfen, jederzeit in kritische Distanz zu jeglicher Fremdbestimmung zu gehen. So ist es auch nicht von ungefähr gekommen, daß die Vertreter der neukantianischen Pädagogik nach 1933 ihrer Lehrstühle verlustig gingen, in der Emigration starben oder ein KZ durchmachen mußten, bevor sie nach dem Kriege ihre Lehre frei vertreten konnten.

8 Eine weitergehende Darstellung des historisch-dialektischen Materialismus im Zusammenhang mit Mathematikunterricht findet man bei DAWYDOW, W.: Die grundlegenden Thesen der dialektisch-materialistischen Denktheorie. In: DAWIDOW, W.: 1977, 219-320.

9 Zur Entwicklung dieser "Etalons" kollektiver Tätigkeit und die Oberformung des individuellen Selbstbewußtseins durch diese vgl. die (wenig überzeugenden) Argumente bei LEKTORSKIJ, V.A.: Kollektives Subjekt, individuelles Subjekt. In: LEKTORSKIJ, V.A.: 1980, 272ff.

10 Zu dieser Forderung vergleiche man die Bemühungen DAMEROWs über die phylogenetische Entwicklung arithmetischer Operationen auf der Basis der kollektiven Tätigkeit (= menschlichen Arbeit) und gegenständlichen Handlung in: DAMEROW, P./Lefevre, W.: 1981.

11 Es ist erstaunlich, daß sich die platte Abbildtheorie von ENGELS über die Strukturen der Mathematik als reale Strukturen in der Wirklichkeit (sozusagen "Strukturen zum Anfassen") bis etwa Mitte der 70er Jahre halten konnte. Erst von da an werden zaghaft ernstzunehmende Versuche unternommen, die soziale Determiniertheit mathematischer Entitäten konstruktiv aufzugreifen. Siehe etwa: ENGELS, F.: Herrn Eugen Dührings Umwälzung der Wissenschaft. In: ENGELS, F.: Studienausgabe 1, 1973, 42f. Ferner: ENGELS, F.: Über die Urbilder des Mathematisch-Unendlichen in der wirklichen Welt. In: ENGELS, F.: Studienausgabe 2, 1973, 122ff.

Dazu vergleiche etwa: KRUTETSKII, V.A.: 1976, 86. Als konstruktiver Ansatz zu der Hypothese, daß epistemologische und soziale Strukturen möglicherweise zusammenhängen, wird betrachtet: JAHNKE, H.N./OTTE, M.: 1981.

12 In einer kritischen Rezension von JAHNKE/OTTE kommt RICHARDS zu dem Resultat:

> "This kind of study may eventually serve as a basis for others who want to specify fully the nature of connections between epistemological and social structures. As it stands now, however, such speculations still lie in the future." (RICHARDS 1982, 239-245)

13 Von dieser Grundauffassung her kann nur eine bestimmte Philosophie der Mathematik vertreten werden: die des Intuitionismus. Dazu vergleiche etwa das allgemeiner gefaßte Werk von KÖRNER, W.: Philosophie der Mathematik. München 1968; spezieller: HINTIKKA, J.: 1967, 352-375 und HINTIKKA, J.: 1965, 37-47. WINTERBOURNE, A.T.: 1981, 33-46.

Ein in diesem Zusammenhang sehr wichtiger Beitrag - dessen Grundauffassung ich nicht überall teile - zum Thema Emanzipation durch Konstruktion ist der von VOLK, D.: Entscheidungsraum in den Lehrplänen machen! Wissenschaftstheoretische Probleme der Mathematik in der Ausbildung der Mathematiklehrer aufnehmen! In: RIESZ, F.: 1977, insonderheit die Seiten 375-387.

14 Die Herausarbeitung des Unterschieds zur Funktion der gegenständlichen Handlung bei der Konstruktion mathematischer Begriffe zwischen historisch-dialektischem Materialismus und kritischem Idealismus in BUSSMANN, H.: 1980, 176f.

15 Der hier vertretene Standpunkt zur Bewußtmachung vorbewußt fungierender Begriffe aus experimentalpsychologischer Sicht deckt sich - von einigen ideologischen Zutaten abgesehen - inhaltlich voll mit den Ausführungen WYGOTSKIs im sechsten Kapitel seines Buches: Untersuchung der Entwicklung wissenschaftlicher Begriffe im Kindesalter. In: WYGOTSKI, L.S.: 1979, 167-290. Die sehr klare Sichtweise der Problematik und die einleuchtende Interpretation der empirischen Befunde stellten eine Bereicherung meiner Kenntnisse dar.

16 Die Idee der Dialogform entspringt dem beiden Dialogpartnern eigenen Vermögen urteilender Vernunft: Sie leistet Geburtshilfe für ein kritisches Bewußtsein und kann z.B. auf die Grundkomponenten "prompting" und "fading" des klassischen Behaviorismus verzichten. Aus diesem Grunde betrachtet der Neukantianismus den Lehr-Lern-Dialog nicht als einen Belehrungsprozeß, sondern als einen Begegnungsprozeß. Vgl. hierzu PETZELT, A.: 1947. Und auch: BUBER, M.: 1947. Einige der hier verwendeten Worte sind in einer Rückwendung auf K.O. APELs transzendentalpragmatisches Apriori der Argumentationsgemeinschaft der Forscher bzw. die HABERMASsche Diskurstheorie übernommen worden, wobei aber eine Akzentuierung auf die Verantwortlichkeit vor der Vernunft stattgefunden hat. Vgl. APEL, K.O.: 1973a und 1973b. Ebenfalls: HABERMAS, J.: 1971.

17 Vergleiche dazu A. PETZELT:

> "(Im Dialog) müssen Argumente und Motive auftreten, mit jedem Gedanken wird mögliche Anerkennung durch das Du gefordert. Da liegt die Möglichkeit des Lernens, weil dabei die Bindung an den logos in Unabhängigkeit vom Du vollzogen werden kann. Man steht einander um einer höchsten Instanz willen gegenüber, setzt sich grundsätzlich um ihretwillen auseinander. Das will sagen, man hält sich unabhängig voneinander ... Der Wert der Persönlichkeit, damit auch des Dialoges, bemißt sich nach dem Grade der erreichten Unabhängigkeit." (PETZELT 1954, 49ff)

18 FREUDENTHAL, H.: 1978.

19 VOLK, D. (Hrsg.): 1979. Daraus die Beiträge: INHETVEN, 143; sowie WAGENSCHEIN, 322. Aufgrund der hier angesprochenen Thematik sind folgende Beiträge aus diesem Band lesenswert: BULTS, H.: Soziale Erfahrungen, 285; SCHUBERTH, E.: Waldorfpädagogik, 350; FREUDENTHAL, H.: Nacherfindung unter Führung, 185.

20 WITTMANN, E.: 1978. Das hier von WITTMANN vorgelegte Werk ist vermutlich aus dem Manuskript einer Oberblicksvorlesung hervorgegangen. Und um Mißverständnisse zu vermeiden: Es geht in dieser Auseinandersetzung darum, die Methodologie des Werkes an den Stellen zu hinterfragen, wo es über die rein informative Absicht hinausgeht und eigenständig konstitutive Bedingungen für Mathematikunterricht nennt. Unter keinen Umständen soll der Anschein erweckt werden, mein Vorwurf bestünde darin, daß es dem Werk nicht gelungen sei, aus den verschiedensten Psychologien eine konsistente pädagogische Psychologie zum Mathematikunterricht zu liefern. Dies lag nicht in der Absicht des Werkes.

21 VAN DORMOLEN, J.: 1978. Ich möchte erwähnen, daß auch diesem Werk ein gewisser Eklektizismus anzumerken ist, der der Pflicht, Oberblickvorlesungen halten zu müssen, entsprungen sein mag.

22 CHRISTMANN, N.: 1980.

23 FENZ, R.: 1981. Dieses Werk habe ich ausgewählt, weil es besonders markant die heutige Zusammenhanglosigkeit von Lernpsychologie einerseits und Stoff andererseits dokumentiert.

24 SHUMWAY, R.J.: 1980. Sofern ich Aussagen über dieses Werk treffe, gelten sie nur für den zweiten Teil dieses Buches: The Research Problems. Den ersten Teil habe ich flüchtig nur daraufhin durchgesehen, ob in den Kapiteln »Types of Research«, S. 20 oder »The Research Process«, S. 29 a.a.O. so eine Art erkenntnisleitende Orientierung an einem Menschenbild feststellbar wäre. Eine solche Orientierung habe ich nicht gefunden.

Wie wenig aber Amerikaner in der Lage sind, etwa den Wandel des subjektive Erfahrungshorizontes eines Kindes als dialektisches Verhältnis von Kon-

struierendem und Konstruiertem zu begreifen, zeigt eine Bemerkung von T.J. COONEY. Als eine kognitive Variable mit »high inference« auf das Lehren von Mathematik stellt er die Variablität des Lehrerverhaltens dar (i.e.: verschiedene Erläuterungen für ein und denselben Unterrichtsgegenstand geben können; verschiedene Operationen beim Lehren ein und desselben Begriffs vollziehen können usw.). Bei der Übertragung dieses Einflusses von Variabilität auf das Unterrichten jüngerer Kinder heißt es dann:

> "Was das Unterrichten jüngerer Kinder betrifft, so kann Variabilität umschrieben werden als die Art und Weise, wie ein Lehrer den Stoff zurichtet, um die Entwicklung eines Kindes anzugleichen" (a.a.O., 446)

Hier schlägt das Oberstülp-Paradigma voll durch. Das Kind als zukünftiger Konstrukteur mathematischer Begriffe ist eine Sichtweise jenseits der Vorstellungskraft der Amerikaner.

Vergleiche auch: BUSSMANN, H.: Rezension zu KLAUSMEIER, J.J./RIPPLE, R.E.: 1973. In: Zeitschrift für Pädagogik 24/1981, 1, 157.

25 Auch FREUDENTHAL gelingt es in all seinen Aufgaben-Beispielen nicht, grundlegende mathematische Begriffe in elementare Handlungen aufzulösen, von denen aus die reflexive Analyse einsetzen könnte mit dem Ziel, sich im kognitiven Schema des Begriffs eine Synthesis aller möglichen Konstruktionshandlungen vorzustellen. Mit anderen Worten: Es fehlen die materialen Bedingungen zur Initiierung des Unterrichtsprozesses.

26 Man vergleiche hierzu: STEINER, H.-G.: 1973, 131-142, wo die große Lernfreude Erwähnung findet.

27 T. MIES und ich sind der Ansicht, daß wir in der Zeitschrift für Pädagogik eine zutreffende Kritik an PIAGET selbst geübt haben: BUSSMANN, H./MIES, T.: 1975, 249-261. Zur Methodenkritik an PIAGETs experimentellen Arbeiten vgl. auch: ADAM, G.: 1979, 201-213.

Zur Kritik an der sogenannten "Neuen Mathematik im Unterricht" siehe auch: FUCHS, P./STUMPF, G.: 1977, 90-138.

28 Zu dieser Ansicht vergleiche die von VOLK über Status und Interesse an arithmetischen Sätzen geschriebenen Absätze. In: RIESZ, F.: 1977, 378f und 379f.

29 Um jegliche Mißverständnisse zu vermeiden, sei noch einmal darauf hingewiesen, daß mit Norm nicht eine externe Norm gemeint ist, die dem Schüler vorgehalten und vorgepredigt wird. Es ist die Aufgabe eines jeden erziehenden Unterrichts, die Bedingungen dafür bereitzustellen, daß sich kritisches Bewußtsein entwickelt, welches Normen schafft oder abschafft: die Norm ist das kritische Bewußtsein.

30 Meine Ansicht ist nun dahingehend, daß Schüler hier einen Lernbereich vor sich sehen, in dem sie wirklich autonom lernen können und sehr gute Leistungen erbringen: Unterricht erzieht immer!

31 HELFER, R.E./KEMPE, C.H.: 1978.

32 Allein einige wenige Mathematikdidaktiker aus der Waldorfpädagogik haben schon sehr früh auf ein mögliches Desaster durch die Einführung der sogenannten "Neuen Mathematik" hingewiesen. Vgl. hierzu SCHUBERTH, E.:

32.1 1970; 32.2 1971; 32.3 1972a; 32.4 1972b; 32.5 1972c; 32.6 1973.

33 In dieser Arbeit hier wurde stellenweise das Rekursivitätsparadigma verwendet, um die Dynamik menschlicher Reflexion zu charakterisieren: Das menschliche Erkennen besitzt die Eigenschaft, sich in einem Erkenntnisvorgang selbst wieder aufzurufen. Die solchermaßen vermittelte Einsicht in die

eigene Urteilskraft setzt Motivation frei, um in einem unabschließbaren Prozeß von Motivation und Argumentation Gründe für das Handeln anzugeben und die eigene Person an die Vernunft- und Verstandesurteile zu binden. Mit der Verwendung dieses Paradigmas wurde gleichzeitig auf die Historizität vor allem des kindlichen und jugendlichen Bewußtseins hingewiesen: Der Heranwachsende muß in und mit der Konstruktion mathematischer Entitäten lernen, sich selbst auf die Grundsätze seines Verstandes und seiner Vernunft zu verpflichten. Insofern diese Selbstbindung an die eigene Urteilskraft zum Lerngegenstand des Unterrichts wird, erzieht Unterricht: Der Unterrichtsprozeß ist Erziehungsprozeß.

Diese Erkenntnis hat gerade in Deutschland geistige Tradition, und es verwundert daher, wenn ein renommierter Didaktiker die folgende Ansicht vertritt:

> "In diesem Zusammenhang scheint es mir nicht sinnvoll, den Unterricht oder Unterrichtsprozeß zum wissenschaftlichen Gegenstand der Fachdidaktik zu erklären."

Eine solch eindeutige Absage an die individuelle Genese von Urteilskraft ist eine Absage an - um ein Wort WAGENSCHEINs zu gebrauchen - das "glückliche Verstehen des Verstehbaren als einem Menschenrecht". Für einen Marxisten sind Wissen und Erkenntnis gegenständlich und sozial determiniert dergestalt, daß sie vom individuellen Erkenntnissubjekt nicht eingeholt werden können:

> "... man kann die gegenständlich-soziale Determination von Wissen und Erkenntnis nicht subjektivistisch überspringen."

Wie in Abschnitt 1 dieser Arbeit dargelegt und in der Anmerkung 12 ergänzt, ist zum einen die Annahme über die soziale Determiniertheit mathematischer Strukturen rein spekulativen Charakters; zum anderen ergibt sich die Frage, welche "objektivistische" oder "kollektivistische" Lehr-Lern-Form das gegenständlich-sozial determinierte Wissen dann wohl einholt. Ohne Antwort auf diese Frage bleiben die zitierten Aussagen für den Teil von Fachdidaktik unverbindlich, der den Erziehungsprozeß des Schülers zur Person durch Mathematikunterricht thematisiert. Die Einnahme eines solchen - übrigens recht antiquierten - Standpunktes verhindert Lernen in der ersten Person: Der Unterrichts- und damit der Bildungsprozeß wird erst gar nicht initiiert. Sicherlich wird auch unter der Leitlinie des hier vertretenen Menschenbildes Sozialität nur als gemeinschaftliches Handeln (Kooperation) möglich. Aber diese Gemeinschaft konstituiert sich erst in und mit der Begegnung mindestens zweier Individuen, zweier voneinander unabhängiger Iche. Und nur deren individuelle Verschiedenheit sowie deren je ureigenste Distanzierung zur Welt macht Verstehen überhaupt erst nötig und möglich. Es ist die Intensität dieser Begegnung, die tradierte, kristalline Vernunft wieder fluide macht (vgl. die Abschnitte über den Dialog in dieser Arbeit: 3.1 und 3.2). Kooperation wird erst durch verschiedene Iche möglich; nicht erst wird es verschiedenen Ichen gestattet, an kollektiv aufgezwungener Kooperation teilhaben zu dürfen.

Als gegenteilige Ansicht hierzu vergleiche: FROMM, E.: Das Menschenbild bei Marx. Frankfurt: Ullstein 1982.

Transkriptionsregeln - Stand: Juni 1982

I. Linguistische Zeichen

I.1 Identifizierung des Sprechers

L	Lehrer
S	nicht identifizierter Schüler
S1/S2	Kennzeichnung der Schüler durch Zahlenindex, zur Unterscheidung nicht identifizierter Schüler in einer Äußerungsfolge
Sa/Sb	Kennzeichnung der Schüler durch Buchstabenindex, wenn identifizierbar im Stundenverlauf ohne Kenntnis des Vornamens
NA	Sprecher A in der nicht-offiziellen Kommunikation

I.2 Charakterisierung der Äußerungsfolge

[L: aber dann ..
 S: wieso denn .. } parallel zu lesende Zeilen

L: aber dann
S: wieso denn } Teile einer Äußerungsfolge, parallel zu lesen

L: aber dann
S: wieso denn } auffällig schneller Anschluß

II. Paralinguistische Zeichen

'	ganz kurzes Absetzen innerhalb einer Äußerungsfolge (max. 1 sec)
..	kurze Pause (max. 2 sec)
...	mittlere Pause (max. 3 sec)
(4 sec)	lange Pause mit Angabe in sec
.	Senken der Stimme am Ende eines Wortes oder einer Äußerung
-	Stimme in der Schwebe am Ende eines Satzes oder einer Äußerung
'	Heben der Stimme, Angabe über der entsprechenden Silbe oder am Ende einer Äußerung
sicher	auffällige Betonung
sicher	gedehnt

III. Charakterisierung von non-verbalen Anteilen

(S +)	Beginn einer Schülermeldung
(S +)	Ende einer Schülermeldung
(S +)	Fortdauer einer Schülermeldung nach Sprecherwechsel
(lauter), (leise), (akzentuiert sprechend)	Charakterisierung von Tonfall und Sprechweise
(Ruhe), (Gemurmel)	Charakterisierung von atmosphärischen Anteilen
(begleitende Handbewegung), (S lächelt)	Charakterisierung von Gestik und Mimik

Die Charakterisierung steht vor der entsprechenden Stelle und gilt bis zum Äußerungsende, zu einer neuen Charakterisierung oder bis zu +.

(..), (...) *(4 sec)*	unverständliche Äußerung von 2, 3 oder mehr Sekunden
(kommt es?)	nicht genau verständlich, vermuteter Wortlaut

Literatur

Adam, G.: Piaget. In: Volk, D.: 1979, 201-213.

Ammon, G.: Psychoanalytische Pädagogik. Hamburg 1973.

Anderson, J.R.: Cognitive psychology and its implications. San Francisco: Freeman & Co. 1980.

Apel, K.-O.: Die Kommunikationsgemeinschaft als transzendentale Voraussetzung der Sozialwissenschaften. In: Apel, K.-O.: Transformation der Philosophie. Band 2. Frankfurt/Main 1973 (a).

Apel, K.-O.: Das Apriori der Kommunikationsgemeinschaft und die Grundlagen der Ethik. In: Apel, K.-O. : Transformation der Philosophie. Band 2. Frankfurt/Main 1973 (b).

Arbeitsgruppe Bielefelder Soziologen (Hrsg.): Alltagswissen, Interaktion und gesellschaftliche Wirklichkeit. Band I und II. Reinbek: Rowohlt 1973.

Athen, H./Griesel, H. (Hrsg.): Mathematik heute 9. Hannover 1980.

Ausubel, D.-P.: Psychology of meaningful verbal learning. New York 1963.

Ausubel, D.-P.: Educational psychology - A cognitive view. New York 1968 (deutsch: Weinheim: Beltz).

Auwärter, M./Kirsch, E.: Kein Kinderspiel. In: Kursbuch 63/1981, März, 101-119.

Auwärter, M./Kirsch, E.: Zur Entwicklung interaktiver Fähigkeiten. In: Zeitschrift für Pädagogik 28/1982, 2, 273-298.

Bachmann, W. (Hrsg.)/Vogt, Ch.: Minimale cerebrale Dysfunktion als Ursache von Leistungs- und Verhaltensstörungen bei Kindern und Jugendlichen. "Gießener Studienreihe Heil- und Sonderpädagogik", Band 1. Oberbiel: Jarick 1978.

Baddeley, A.D.: Die Psychologie des Gedächtnisses. Stuttgart: Klett-Cotta 1979.

Bateson, G.: Steps to an ecology of mind. New York 1972; deutsch: Ökologie des Geistes. Frankfurt: Suhrkamp 1981.

Bauersfeld, H.: Kommunikationsmuster im Mathematikunterricht. In: Bauersfeld, H. (Hrsg.): Fallstudien und Analysen zum Mathematikunterricht. Hannover: Schroedel 1978, 158-170.

Bauersfeld, H.: Hidden dimensions in the so-called reality of a mathematics classroom. In: Critical Reviews in Mathematics Education. Materialien und Studien, Band 9. IDM/Bielefeld 1979, 109-136.

Bauersfeld, H.: Zum Begriff "Bedeutungskern". Unveröffentlichtes Papier am IDM der Universität Bielefeld 1980.

Bauersfeld, H.: Analysen zur Kommunikation im Mathematikunterricht. In: Bauersfeld, H. u.a.: Analysen zum Unterrichtshandeln. Köln: Aulis 1982.

Bauersfeld, H./Zawadowski, W.: Metaphors and metonymies in the teaching of mathematics. Occasional Paper 11. IDM/Bielefeld 1981.

Bauersfeld, H./Krummheuer, G.: Arbeitsbericht II zum DFG-Projekt "Algebraische Termumformungen in der Sekundarstufe I". Unveröffentlichtes Papier am IDM der Universität Bielefeld 1982.

Bellack, A.A. u.a.: The language of the classroom. New York 1966.

Berger, P./Berger, B.: Wir und die Gesellschaft. Eine Einführung in die Soziologie - entwickelt an der Alltagserfahrung. Reinbek: Rowohlt 1976.

Berger, P./Kellner, H.: An essay on method and vocation. New York: Anchor Books 1981.

Bernstein, B.: Class, codes and control. Vol. 3: Towards a theory of educational transmissions. London: Routledge & Kegan Paul 1975.

Biermann, N./Bussmann, H./Niedworok, H.W.: Schöpferisches Problemlösen im Mathematikunterricht. München: Urban & Schwarzenberg 1977.

Bloom, B.S. u.a.: Handbook on formative and summative evaluation of student learning. New York 1971.

Bloom, B.S. u.a.: Taxonomie von Lernzielen im kognitiven Bereich. Weinheim: Beltz 1978.

Blumer, H.: Der methodologische Standpunkt des Symbolischen Interaktionismus. In: Arbeitsgruppe Bielefelder Soziologen: 1973, 80-146.

duBois-Reymond, M./Söll, B.: Neuköllner Schulbuch. Band 1. Frankfurt: Suhrkamp 1974.

Bölts, H.: Kritik einer Fachdidaktik. Weinheim: Beltz 1978.

Bourbaki, N.: Die Architektur der Mathematik. In: Physikalische Blätter 17/1961 Teil I: 161-155; 18/1961 Teil II: 212-218. Mit einer Einleitung von K. Strubecker, Karlsruhe (a.a.O., 160).

Bourdieu, P.: Le sens pratique. Paris: Les Editions de Minuit 1980 (z.T. übersetzt von G. Seib, IDM).

Bromme, R./Hömberg, E.: Die andere Hälfte des Arbeitstages. Interviews mit Mathematiklehrern über alltägliche Unterrichtsvorbereitung. Materialien und Studien, Band 25. IDM/Bielefeld 1981.

Bruner, J.S./Kenney, H.J.: Representation and mathematics learning. In: Monogr. Soc. Res. Child Development, 30/1965, 1, 50-59.

Buber, M.: Dialogisches Leben. Gesammelte philosphische und pädagogische Schriften. Zürich 1947.

Buber, M.: Urdistanz und Beziehung. Heidelberg 1960.

Bubner, R.: Handlung, Sprache und Vernunft. Frankfurt: Suhrkamp 1976.

Burnett, D.: Educational psychology and mathematical knowledge: An analysis of two student protocols. In: FOCUS on Learning Problems in Mathematics; Special Issue. 3/1981, 2 und 3.

Bussmann, H.: Mathematische Fähigkeiten im didaktischen Prozeß. Paderborn 1980.

Bussmann, H./Mies, T.: Piagets Konzeption von der Entwicklung der elementaren logischen Strukturen beim Kind. In: Zeitschrift für Pädagogik 21/1975, 2, 249-261.

Christmann, N.: Einführung in die Mathematikdidaktik. Paderborn 1980.

Cicourel, A.V.: Basisregeln und normative Regeln im Prozeß des Aushandelns von Status und Rolle. In: Arbeitsgruppe Bielefelder Soziologen: 1973, 147-188.

Cicourel, A.V.: Sprache in der sozialen Interaktion. München: List 1975.

Cicourel, A.V. u.a.: Language use and school performance. New York: Academic Press 1974.

Cohn, J.: Geist der Erziehung - Pädagogik auf philosophischer Grundlage. Leipzig 1919.

Collins, A.: Process in acquiring knowledge. In: Anderson, R.C. u.a. (Hrsg.): Schooling and the acquisition of knowledge. Hillsdale, N.J.: Erlbaum 1977, 339-363.

Comenius, J.A.: Analytische Didaktik. Berlin-Ost 1959.

Cooney, T.J.: Research on teaching and teacher education. In: Shumway, R.: 1980, 433-474.

Crooks, S./Taylor, L.: Goffman's version of reality. In: Ditton, J. (Hrsg.): The view from Goffman. New York: St. Martin's Press 1980.

Damerow, P./Lefevre, W.: Rechenstein, Experiment, Sprache. Historische Fallstudien zur Entstehung der exakten Wissenschaften. Stuttgart 1981.

Davis, R.B.: The postulation of certain specific, explicit, commonly-shared frames. In: Journal of Children's Mathematical Behavior 3/1980, 1, 167-201.

Davis, R.B./McKnight, C.: Modelling the processes of mathematical thinking. In: Journal of Children's Mathematical Behavior 2/1979, 2, 91-113.

Davis, R.B./McKnight, C.: The influence of semantic content on algorithmic behavior. In: Journal of Children's Mathematical Behavior 3/1980, 1, 39-79.

Davis, R.B./Young, S./McLoughlin, P.: The role of understanding in the learning of mathematics. Curriculum Laboratory, University of Illinois, Urbana 1982.

Dawydow, W.: Arten der Verallgemeinerung im Unterricht. Belin-Ost 1977.

Dormolen, J. van: Didaktik der Mathematik. Braunschweig 1978.

Ehlich, K./Rehbein, J.: Wissen, kommunikatives Handeln und die Schule. In: Goeppert, H.: 1977, 36-114.

Ehlich, K./Rehbein, J.: Sprachliche Handlungsmuster. In: Soeffner, H.-G. (Hrsg. Interpretative Verfahren in den Sozial- und Textwissenschaften. Stuttgart: Metzler 1979, 243-274.

Eickelpasch, R.: Das ethnomethodologische Programm einer radikalen Soziologie. In: Zeitschrift für Soziologie 11/1982, 1, 7-27.

Engels, F.: Studienausgabe 1 und 2. Hamburg 1973. Herausgegeben und Einleitung von H. Mehringer und G. Mergner.

Erikson, E.H.: Identität und Lebenszyklus. stw 16, Frankfurt: Suhrkamp 1966.

Erikson, E.H.: Identity. Youth and crisis. New York: Norten 1968. Deutsch: Jugend und Krise. Frankfurt 1981.

Erlwanger, S.: Case studies of children's conceptions of mathematics. Dissertation, University of Illinois, Urbana 1974.

Falk, G./Steinert, H.: Über den Soziologen als Konstrukteur von Wirklichkeit, das Wissen der sozialen Realität, die Definition sozialer Situationen und die Strategien ihrer Bewältigung. In: Steinert, H. (Hrsg.): Symbolische Interaktion. Arbeiten zu einer reflexiven Soziologie. Stuttgart: Klett 1973.

Fenz, R.: Fachdidaktik Mathematik. Wien/München 1981.

Floer, J.: Fördernder Mathematikunterricht in der Grundschule. In: Floer, J./ Haarmann, D. (Hrsg.): Mathematik für Kinder. Grundlegung - Beispiele - Materialien. Frankfurt/Main 1982.

Foucault, M.: Macht-Wissen. In: Basaglia, F./Basaglia-Ongaro (Hrsg.): Befriedigungsverbrechen. Über die Dienstbarkeit der Intellektuellen. Frankfurt 1980.

Freudenthal, H.: Was ist Axiomatik und welchen Bildungswert kann sie haben? In: Der Mathematikunterricht 1963, 4, 5-29.

Freudenthal, H.: Mathematik als pädagogische Aufgabe. Band I und II. Stuttgart: Klett 1973 und 1974.

Freudenthal, H.: Lernzielfindung im Mathematikunterricht. In: Zeitschrift für Pädagogik, 20/1974, 719-738.

Freudenthal, H.: Vorrede zu einer Wissenschaft vom Mathematikunterricht. München: Oldenbourg 1978.

Friedrich, M.H. (Hrsg.): Teilleistungsschwächen. Bern: Huber 1980.

Frostig, M./Müller, H. (Hrsg.): Teilleistungsstörungen. München: Urban & Schwarzenberg 1981.

Fuchs, P./Stumpf, G.: Zur Kritik der Mathematikunterrichtsreform. In: Riesz, F. (Hrsg.): Kritik des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts. Frankfurt 1977.

Fürstenau, P. (Hrsg.): Der psychoanalytische Beitrag zur Erziehungswissenschaft. Darmstadt 1974.

Gagné, R.M.: Operationalisierte Lernziele? - Ja! In: Thema Curriculum, 1972, 2, 3-8.

Gagné, R.M.: Die Bedingungen menschlichen Lernens. Hannover 1973.

Galperin, P.J.: Die Psychologie des Denkens und die Lehre von der etappenweisen Ausbildung geistiger Handlungen. In: Untersuchungen des Denkens in der sowjetischen Psychologie. Berlin-Ost 1967.

Garfinkel, H.: Studies in ethnomethodology. New Jersey: Prentice-Hall 1967.

Garfinkel, H.: Das Alltagswissen über soziale und innerhalb sozialer Strukturen. In: Arbeitsgruppe Bielefelder Soziologen: 1973, 189-262.

Garfinkel, H./Sacks, H.: Über formale Strukturen praktischer Handlungen. In: Weingarten, E. u.a. (Hrsg.): Ethnomethodologie. Frankfurt: Suhrkamp 1976, 130-178.

Gebauer, M. u.a.: Theorie der Unterrichtsvorbereitung. Stuttgart 1977.

Ginsburg, H.: Children's arithmetic. New York: Van Nostrand 1977.

Goeppert, H.C.: Sprachverhalten im Unterricht. München: Fink 1977.

Göttert, K.H./Herrlitz, W.: Linguistische Propädeutik. 2 Bände. Tübingen: Niemeyer 1977.

Goffman, E.: The presentation of self in everyday life. New York: Doubleday 1959.

Goffman, E.: Asylums. New York: Anchor Books 1961.

Goffman, E.: Stigma. New Jersey: Prentice Hall, Inc. 1963. Deutsch: Stigma. Frankfurt 1977, 2. Auflage.

Goffman, E.: Interaction ritual. Essays on face-to-face-behavior. Chicago: Aldine 1967.

Goffman, E.: Frame analysis. Massachusetts: Harvard University Press 1974. Deutsch: Rahmen-Analyse. Frankfurt 1981.

Goffman, E.: Der bestätigende Austausch. In: Auwärter, M./Kirsch, E./Schröter, K. (Hrsg.): Seminar: Kommunikation - Interaktion - Identität. Frankfurt: Suhrkamp 1976, 35-72.

Grell, J./Grell, M.: Unterrichtsrezepte. München: Urban & Schwarzenberg 1979.

Griffin, P./Mehan, H.: Sense and ritual in classroom discourse. In: Coulmas, F.: Conversational routine. The Hague: Mounton 1981, 187-214.

Grissemann, H.: Legasthenie und Rechenleistungen. Bern: Huber 1974.

Grissemann, H./Weber, A.: Spezielle Rechenstörungen. Ursachen und Therapie. Bern: Huber 1982.

Gubler, R.: Therapeutischer Mathematikunterricht. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1980. Hannover: Schroedel 1980, 118-119.

Guthke, J.: Zur Diagnostik der intellektuellen Lernfähigkeit. Berlin 1972.

Habermas, J.: Erkenntnis und Interesse. Frankfurt: Suhrkamp 1968.

Habermas, J.: Vorbereitende Bemerkungen zu einer Theorie der kommunikativen Kompetenz. In: Habermas, J./Luhmann, N.: Theorie der Gesellschaft oder Sozialtechnologie? Frankfurt 1971.

Habermas, J.: Theorie des kommunikativen Handelns. 2 Bände. Frankfurt: Suhrkamp 1981.

Hanson, N.: Is there a logic of scientific discovery? In: Brody, B.A. (Hrsg.): Readings in the philosophy of science. Englewood Cliffs: Prentice-Hall 1970.

Heinze, T.: Schülertaktiken. München/Wien/Baltimore 1980.

Helfer, R.E./Kempe, C.H.: Das geschlagene Kind. Frankfurt 1978.

Heymann, H.W.: Didaktisches Handeln aus Lehrersicht. In: Bauersfeld u.a.: 1982, 141-167.

Hiele, P.M. van: De problematiek van het inzicht. Dissertation: Utrecht 1957.

Hiele, P.M. van: Piaget's Beitrag zu unserer Einsicht in die kindliche Zahlbegriffsbildung. In: Westermanns Pädagogische Beiträge 10/1958, 397-408.

Hintikka, J.: Kant's "New method of thought" and theory of mathematics. In: Ajatus 27/1965, 37-47.

Hintikka, J.: Kant on the mathematical method. In: The Monist 51/1967, 352-375.

Höhn, K.-R.: Schule und Alltag. Weinheim: Beltz 1980.

Hönigswald, R.: Über die Grundlagen der Pädagogik. München 1926.

Hoetker, J./Ahlbrand, W.P.Jr.: The persistence of the recitation. In: American Educational Research Journal 6/1969, 2, 145-167.

Hoff, E.: Sozialisation als Entwicklung der Beziehung zwischen Person und Umwelt. In: Zeitschrift für Sozialisationsforschung und Erziehungssoziologie, 1/1981, 1.

Hofstadter, D.R.: Gödel, Escher, Bach. New York: Vintage Books 1979.

Hopf, D.: Mathematikunterricht: Eine empirische Untersuchung zur Didaktik der Unterrichtsmethode in der 7. Klasse des Gymnasiums. Stuttgart: Klett 1980.

Hurrelmann, K.: Erfassung von Alltagstheorien bei Lehrern und Schülern. In: Lenzen, D. (Hrsg.): Pädagogik und Alltag. Stuttgart: Klett 1980, 45-60.

Inhetven, R.: Lernzielbegründung. In: Volk, D.: 1979, 143-150.

Jacobs, H.R.: Elementary algebra. San Francisco: Freeman & Co. 1979.

Jäger, A.O.: Dimensionen der Intelligenz. Göttingen: Hogrefe 1973, 3. Auflage.

Jahnke, H.N./Otte, M. (Hrsg.): Epistemological and social problems of the sciences in the early nineteenth century. Boston 1981.

Kallmeyer, W./Schütze, F.: Konversationsanalyse. In: Studium Linguistik, 1976, 1, 1-28.

Klausmeier, J.J./Ripple, R.E.: Moderne Unterrichtspsychologie. 4 Bände. München 1973.

Klein, F.: Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus. Berlin: Springer 1924, 3. Auflage.

Kleist, H. von: Über die allmähliche Verfertigung der Gedanken beim Reden. In: Kleist, H. von: Sämtliche Werke und Briefe, Band 2. München: Carl Hauser 1970, 5. Auflage, 319-324.

Klix, F./Lander, H.-J.: Die Strukturanalyse von Denkprozessen als Mittel der Intelligenzdiagnostik. In: Klix, F./Gutjahr, W./Mehl, J. (Hrsg.): Intelligenzdiagnostik. Berlin 1967.

Kohnstamm, G.A.: Piaget's analysis of class inclusion: right or wrong? Den Haag: Mouton 1967.

Krappmann, L.: Soziologische Dimension der Identität. Stuttgart 1971.

Krappmann, L.: Interaktion und Lernen. In: McCall, G./Simons, J.L.: Identität und Interaktion. Düsseldorf 1974.

Krause, F./Reiners-Logothetidou, A.: Kenntnisse und Fähigkeiten naturwissenschaftlich orientierter Studienanfänger in Physik und Mathematik. Die Ergebnisse des bundesweiten Studieneingangstests Physik 1978. Bonn 1981.

Krummheuer, G.: Die Wirklichkeit des Mathematikunterrichts. Weinheim: Beltz 1981 (a).

Krummheuer, G.: Dann weiß man am nächsten Tag nicht, wie hoch das Wasser ist. In: Päd. extra 1981, 9, 22-24 (b).

Krummheuer, G.: Rahmen und Identität. Occasional Paper 17. IDM/Bielefeld 1982 (a).

Krummheuer, G.: Rahmenanalyse zum Unterricht einer achten Klasse über "Termumformungen". In: Bauersfeld, H. u.a.: 1982 (b).

Krummheuer, G.: Ein Fall von Unterrichtskommunikation in der Diskussion mit Mathematiklehrern. Occasional Paper 25. IDM/Bielefeld 1982 (c).

Krutetskii, V.A.: The psychology of mathematical abilities in school-children. Chicago: University of Chicago Press 1976.

Kupffer, H.: Jugend und Herrschaft - Eine Analyse der pädagogischen Entfremdung. Heidelberg 1974.

Larkin, J./McDermott, J./Simon, D.P./Simon, H.A.: Expert and novice performance in solving physics problems. In: Science 208/1980, June, 1335-1342.

Lawler, W.: The progressive construction of mind. In: Cognitive Science 1980, 5, 1-30.

Leithäuser, T. u.a.: Entwurf zu einer Empirie des Alltagsbewußtseins. Frankfurt: Suhrkamp 1977.

Lektorskij, V.A.: Subjekt. Objekt. Erkenntnis. Moskau 1980.

Lenné, H.: Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland. Stuttgart: Klett 1969.

Lewin, K.: The conflict between Aristotelian and Galilean modes of thought in contemporary psychology. In: Lewin, K.: A dynamic theory of personality. New York: McGraw-Hill 1935, 1-42.

Lietzmann, W./Graf, U.: Mathematik in Erziehung und Unterricht. Band 2. Leipzig: Quelle & Meyer 1941.

Lietzmann, W.: Methodik des mathematischen Unterrichts. Bearbeitet von R. Stender, Heidelberg: Quelle und Meyer 1961.

Locke, J.: Gedanken über Erziehung. Bad Heilbrunn 1962.

Lompscher, J.: Psychologische Aspekte der Ausbildung der Lerntätigkeit nach der Lernstrategie vom Abstrakten zum Konkreten. Hannover 1982.

Lorenz, J.H.: Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht der Grundschule und der Orientierungsstufe. In: Bauersfeld, H. u.a.: 1982, 168-209.

Luhmann, N.: Vertrauen - Ein Mechanismus der Reduktion sozialer Komplexität. Stuttgart: Enke-Verlag 1968.

Luhmann, N.: Die Voraussetzung der Kausalität. In: Luhmann, N./Schorr, K.E.: Zwischen Technologie und Selbstreferenz. Frankfurt: Suhrkamp 1982, 41-50.

Lurija, A.R.: On the pathology of computational operations. In: Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics, 1/1969, 37-74.

Marx, K./Engels, F.: Werke. Berlin 1969.

Mehan, H.: Structuring school structure. In: Harvard Educational Review 48/1978, 32-64.

Mehan, H.: Learning lessons. Cambridge: Harvard University Press 1979.

Mehan, H./Wood, H.: The reality of ethnomethodology. New York: Wiley 1975.

Meyer, H.: Leitfaden zur Unterrichtsvorbereitung. Königstein: Scriptor 1980.

Milne, A.A.: Winnie-the-Pooh. London: Methuen Children's Books 1977.

Minsky, M.: A framework for representing knowledge. In: Winston, P.: 1975, 211-277

Minsky, M.: K-lines: A theory of memory. In: Cognitive Science 4/1980, 117-133 und in: Norman, D.A.: 1981, 87-103.

Mittelstaedt, P.: Philosophische Probleme der modernen Physik. Mannheim 1972.

Mollenhauer, K.: Theorien zum Erziehungsprozeß. München: Juventa 1972.

Münzinger, W.: Erraten, was zu rechnen ist - Wie der Mathematikunterricht fürs Leben tüchtig macht. In: Päd. extra 1981, 9, 25-27.

Nägerl, H. u.a.: Über die Schwierigkeiten der Studienanfänger in Medizin im Umgang mit der Mathematik. In: Didaktik der Mathematik, 1/1973, 2, 143-157.

Nägerl, H. u.a.: Über die Schwierigkeiten von Studienanfängern der Medizin beim Transfer einfacher mathematischer Regeln. In: Didaktik der Mathematik 3/1975, 2, 150-158.

Natorp, P.: Sozialpädagogik. Theorie der Willenserziehung auf der Grundlage der Gemeinschaft. Stuttgart 1904.

Neumann, G./Stiehl, H.: Unterricht als kommunikatives Handeln - Entwicklung eines themenzentrierten interaktionellen Beobachtungssystems zur Bestimmung der sozialen Relevanz von Unterrichtsarrangements. Schriften zur Berufsbildungsforschung, Band 41. Hannover: Schroedel 1976.

Newell, A./Simon, H.A.: Human problem solving. Englewood Cliff: Prentice-Hall 1972.

Norman, D.A.: Perspectives on cognitive science. Norwood, N.J.: Ablex 1981.

Oerter, R./Weber, E. (Hrsg.): Der Aspekt des Emotionalen in Unterricht und Erziehung. Donauwörth 1975.

Oevermann, U. u.a.: Beobachtungen zur Struktur der sozialisatorischen Interaktion. Theoretische und methodologische Fragen der Sozialisationsforschung. In: Auwärter, M./Kirsch, E./Schröter, K.: Seminar: Kommunikation, Interaktion, Identität. Frankfurt: Suhrkamp 1976, 371-403.

Oevermann, U. u.a.: Die Methodologie einer "objektiven Hermeneutik" und ihre allgemeine forschungslogische Bedeutung in den Sozialwissenschaften. In: Soeffner, H.-G. (Hrsg.): Interpretative Verfahren in den Sozial- und Textwissenschaften. Stuttgart: Metzler 1979, 352-432.

Overholt, G.E./Stallings, W.M.: Ethnography and experimental hypotheses in educational research. In: Educational Researcher 1976, 5, 12-14.

Papert, S.: Mindstorms. Brighton: Harvester Press 1980.

Petzelt, A.: Grundzüge systematischer Pädagogik. Stuttgart 1947.

Petzelt, A.: Grundlegung der Erziehung. Freiburg 1954.

Petzelt, A.: Pädagogik und Philosophie. In: Fischer, W. (Hrsg.): Einführung in die pädagogische Fragestellung. Freiburg 1961, 23ff.

Petzelt, A.: Tatsache und Prinzip. Frankfurt: Peter Lang 1982.

Pfeiffer, H.: Zur sozialen Organisation von Wissen im Mathematikunterricht - Eine erziehungssoziologische Analyse von Lehreraussagen. Materialien und Studien, Band 21. IDM/Bielefeld 1981.

Piaget, J.: Psychologie der Intelligenz. Zürich: Rascher 1947.

Polya, G.: Schule des Denkens. Vom Lösen mathematischer Probleme. Bern: Francke 1949.

Pongratz, L.: Zur Kritik kybernetischer Methodologie in der Pädagogik. Frankfurt 1978.

Radatz, H.: Fehleranalysen im Mathematikunterricht. Braunschweig: Vieweg 1980.

Ramos, R.: The production of social reality: An ethnomethodological study of the making trouble. Unveröffentlichte Dissertation, University of Colorado 1973, insbesondere Kapitel III.

Ramos, R.: The concept of trouble: A research strategy for sociolinguistics. An invited paper for the Colorado School of Ethnography. Kassel 1981.

Reiß, V.: Fachspezifische Sozialisation in der Ausbildung von Gymnasiallehrern mit naturwissenschaftlichen Unterrichtsfächern. In: Neue Sammlung 15/1975, 298-314.

Richards, J.L.: Review of Jahnke/Otte. In: Historia Mathematica 9/1982, 239-245.

Riesz, F. (Hrsg.): Kritik des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts. Weinheim: Beltz 1977.

Rogers, C.R.: Entwicklung der Persönlichkeit. Stuttgart 1973.

Rubinstein, S.L.: Das Denken und die Wege seiner Erforschung. Belin-Ost 1977.

Rumpf, H.: Methodische Zurichtungszwänge. In: Betrifft: Erziehung, 8/1975, 8, 69-72.

Rumpf, H.: Die übergangene Sinnlichkeit. München 1981.

Schank, R.C.: Language and memory. In: Cognitive Science 1980, 4, 243-284 und in: Norman, D.A.: 1981, 105-146.

Schank, R.C.: Reading and understanding. Hillsdale: Erlbaum 1982.

Schank, R.C./Abelson, R.P.: Scripts, plans, goals and understanding: An inquiry into human knowledge structures. New York: Wiley 1977.

Schapp, W.: In Geschichten verstrickt. Hamburg: R. Meiner Verlag 1953.

Scholz, H.: Natürliche Sprachen und Kunstsprachen. In: Semester-Berichte (hrsg. von H. Behnke, 11. Semester), Winter 1937/38, Münster, 48-85.

Schuberth, E.: Moderne Bestrebungen im Mathematikunterricht und Waldorfpädagogik. Erziehungskunst. Stuttgart 1970.

Schuberth, E.: Die Modernisierung des mathematischen Unterrichts. Stuttgart 1971.

Schuberth, E.: Zur Lage in der modernen Mathematikdidaktik. In: Elemente der Mathematik. Band 27/5, Basel 1972 (a).

Schuberth, E.: Wie kann ein moderner Mathematikunterricht einerseits der wissenschaftlichen Entwicklung, andererseits pädagogischen Gesichtspunkten gerecht werden? In: Blätter für Lehrerfortbildung. München 1972, 8/9, 291-297 (b).

Schuberth, E.: Erwünschte Denkformen durch Neue Mathematik? In: Schweizerische Lehrerzeitung 49/1972 (c).

Schuberth, E.: Die Prägung des Denkens durch die "Neue Mathematik". In: Die Menschenschule. 5/6. Basel 1973.

Schütz, A.: Gesammelte Aufsätze. Band I. Den Haag: Nijhoff 1971.

Schütz, A./Luckmann, T.: Strukturen der Lebenswelt, Band 1. Frankfurt: Suhrkamp 1979.

Schwartz, H.: Allgemeine Merkmale. In: Weingarten, E./Sack, E./Schenken, J. (Hrsg.): Ethnomethodologie: Beiträge zu einer Soziologie des Alltagshandelns. Frankfurt: Suhrkamp 1976, 327-367.

Seiler, T.B.: Die Reversibilität in der Entwicklung des Denkens. Stuttgart: Klett 1968.

Seiler, T.B.: Die Bereichsspezifität formaler Denkstrukturen - Konsequenzen für den pädagogischen Prozeß. In: Frey, K./Lang, M. (Hrsg.): Kognitionspsychologie und naturwissenschaftlicher Unterricht. Bern: Huber 1973, 249-285.

Shumway, R.J.: Research in mathematics education. Reston 1980 (NCTM).

Simon, H.A.: Models of thought. New Haven, Conn.: Yale University Press 1979.

Smith, L.M./Geoffrey, W.: The complexities of an urban classroom - An analysis toward a general theory of teaching. New York: Holt, Rinehart & Winston 1968.

Städeli, H. (Hrsg.): Die leichte frühkindliche Hirnschädigung. Bern: Huber 1972.

Steiner, H.-G.: Der Minicomputer von Papy als Piagetsche Gruppierung. In: Didaktik der Mathematik, 1/1973, 2, 131-142.

Streeck, J.: Sandwich. Good for you. Zur pragmatischen und konversationellen Analyse von Bewertungen im institutionellen Diskurs der Schule. In: Dittmann, J. (Hrsg.): Arbeiten zur Konversationsanalyse. Tübingen: Niemeyer 1979, 235-257.

Streeck, J.: Speech acts in interaction: A critique of Searle. In: Discourse Processes 1980, 3, 133-154.

Streeck, J.: Die soziokulturelle Ordnung kindlicher Interaktion. - Eine Mikroethnographie von Instruktionsprozessen unter Peers. Dissertation, FU Berlin 1981.

Thiele, H.: Lehren und Lernen im Gespräch - Gesprächsführung im Unterricht. Bad Heilbrunn: Klinkhardt 1931.

Terhart, E.: Ethnographische Schulforschung in den USA. In: Zeitschrift für Pädagogik 25/1979, 2, 291-306.

Terhart, E.: Intuition - Interpretation - Argumentation. In: Zeitschrift für Pädagogik 27/1981, 5, 769-793.

Treiber, B./Weinert, F.E. (Hrsg.): Lehr-Lern-Forschung. München: Urban & Schwarzenberg 1982.

Turiel, E.: Die Entwicklung sozial-konventionaler und moralischer Konzepte. In: Edelstein, W./Keller, M.: Perspektivität und Interpretation. Frankfurt: Suhrkamp 1982, 146-187.

Ulich, D.: Pädagogische Interaktion - Theorien erzieherischen Handelns und sozialen Lernens. Weinheim: Beltz 1976.

Ulich, D.: Zur Handlungswirksamkeit von Kognitionen: Theoretische Idealisierungen. In: Damm, H.-D. u.a.: Analyse und Modifikation subjektiver Theorien von Lehrern. Forschungsberichte 43 des Zentrum I, Bildungsforschung, Sonderforschungsbereich 23, 1982, 85-90.

Volk, D.: Kritische Stichwörter Mathematikunterricht. München 1979.

Wagenschein, M.: Verstehendes Lernen. In: Volk, D. (Hrsg.): 1979.

Wechsler, D.: Die Messung der Intelligenz Erwachsener. Bern: Huber 1956.

Wellendorf, F.: Schulische Sozialisation und Identität. Weinheim: Beltz 1973.

Wellendorf, F.: Rituelles Handeln in der Schule - Zur symbolischen Funktion von Lernzieltaxonomien. In: Goeppert, H.C.: 1977, 10-35.

Wengel, E.: Von der gleichzeitigen Notwendigkeit und Unmöglichkeit der Freiheit - Zwischenbericht eines Lernprozesses. In: Riesz, F.: 1977.

Wilson, T.P.: Theorien der Interaktion und Modelle soziologischer Erklärung. In: Arbeitsgruppe Bielefelder Soziologen: 1973, 54-79.

Winnicott, D.W.: Playing and reality. London: Tavistock Publications 1971. Deutsch: Vom Spiel zur Kreativität. Stuttgart 1973.

Winograd, T.: What does it mean to understand language? In: Cognitive Science 1980, 4, 209-241 und in: Norman, D.A.: 1981, 231-263.

Winston, P.: The psychology of computer vision. New York: McGraw-Hill 1975.

Winterbourne, A.T.: Construction and the role of schematism in Kant's philosophy of mathematics. In: Studies in History and Philosophy of Science 12/1981, 1, 33-46.

Wittenberg, A.I.: Bildung und Mathematik. Stuttgart 1963.

Wittmann, E.: Grundfragen des Mathematikunterrichts. Braunschweig 1978, 5. Auflage.

Wittmann, J.: Theorie eines ganzheitlichen, analytisch-synthetischen Unterrichts usf. Potsdam: Müller & Kiepenheuer 1933, 2. Auflage.

Witzlack, G.: Grundlagen der Psychodiagnostik. Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften 1977.

Wygotski, L.S.: Denken und Sprechen. Frankfurt 1979.

Zenke, K.G.: Pädagogik - kritische Instanz der Bildungspolitik? München 1972.